

М.Л. Багайников

# СТАТИСТИКА

**Учебное пособие**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Байкальский государственный университет

М.Л. Багайников

# **СТАТИСТИКА**

**Учебное пособие**

Иркутск  
Издательство БГУ  
2018

УДК 311(075.8)  
ББК 60.6я7  
Б14

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Байкальского государственного университета

Рецензенты      канд. экон. наук, доц. Б.Ж. Тагаров  
                          канд. экон. наук, доц. Н.Н. Григорьева

Б14    Багайников М.Л.

Статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.Л. Багайников. – Иркутск : Изд-во БГУ, 2018. – 305 с. – Режим доступа: lib-catalog@bgu.ru.

Учебное пособие включает в себя теоретические основы дисциплины «Статистика», задачи, методические указания её освоению, решение типовых задач и вопросы для самоконтроля. Содержание заданий основано на данных официальной статистики, материалах исследований и условных данных.

Учебное пособие предназначено для обучающихся по экономическим специальностям.

УДК 311(075.8)  
ББК 60.6я7

© Багайников М.Л., 2018  
© Издательство БГУ, 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
Тема 1. Статистическое наблюдение .....	5
Задачи для самостоятельной работы.....	6
Тема 2. Сводка и группировка данных статистического наблюдения .....	8
Задачи для самостоятельной работы.....	14
Тема 3. Статистические таблицы.....	25
Задачи для самостоятельной работы.....	27
Тема 4. Абсолютные и относительные статистические величины .....	28
Задачи для самостоятельной работы.....	33
Тема 5. Средние величины .....	46
Задачи для самостоятельной работы.....	54
Тема 6. Показатели вариации.....	65
Задачи для самостоятельной работы.....	72
Тема 7. Выборочное наблюдение .....	84
Задачи для самостоятельной работы.....	95
Тема 8. Статистический анализ рядов динамики.....	107
Задачи для самостоятельной работы.....	121
Тема 9. Экономические индексы .....	133
Задачи для самостоятельной работы.....	145
Тема 10 Статистика населения.....	158
Задачи для самостоятельной работы.....	176
Тема 11. Статистика труда .....	188
Задачи для самостоятельной работы.....	208
Тема 12. Статистика продукции .....	219
Задачи для самостоятельной работы.....	227
Тема 13. Статистика основных средств предприятия .....	235
Задачи для самостоятельной работы.....	244
Тема 14. Статистика оборотных средств предприятия .....	253
Задачи для самостоятельной работы.....	263
Тема 15. Статистика затрат и себестоимости.....	271
Задачи для самостоятельной работы.....	279
Тема 16. Статистика прибыли и рентабельности.....	290
Задачи для самостоятельной работы.....	303

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Статистика представляет собой научную дисциплину, исследующую количественную характеристику массовых социальных и экономических явлений и процессов с целью выявления в них качественных характеристик и закономерностей.

В широком смысле, статистика включает общую теорию статистики, разрабатывающую методологию, методы, приемы и способы сбора, обработки, анализа и интерпретации статистических данных, экономическую статистику, в которой основное внимание уделяется количественной оценке экономического развития, состояния и развития экономики предприятий, регионов и экономики в целом, и социальную статистику, дающую количественную характеристику демографического уровня развития страны и регионов, уровня жизни населения, состояния и развития социальной сферы, и отраслевую статистику, изучающую экономические процессы, протекающие в каждой конкретной отрасли.

Развитие рыночных отношений в стране и расширение глобального взаимодействия, безусловно, повлияли на содержание и систему статистических показателей. Вместе с тем, ранее разработанные фундаментальные идеи в области статистики, бесспорно сохранили свое значение.

Статистика осуществляет наблюдение, сбор, научную обработку, обобщение и анализ информации обо всех явлениях и процессах общественной жизни. Поэтому в системе экономического образования особое место отводится изучению статистики, являющейся базовой научной дисциплиной, формирующей профессиональный уровень современного экономиста.

Изучая систему количественных показателей, статистика способствует адекватному отражению условий, процессов и результатов функционирования рыночной экономики, а также дает возможность выявить существующие тенденции и закономерности развития общества. В целом, изучение дисциплины «Статистика» направлено на освоение основных понятий и показателей анализа социально-экономических процессов в обществе, включая показатели оценки основных факторов и уровня экономического развития страны; показатели затрат и результатов в сфере материального производства; методологию расчета показателей уровня жизни населения и др.

Учебное пособие имеет целью дать обучающимся по экономическим специальностям общее представление о статистике как научной дисциплине, познакомиться с её основными понятиями и раскрыть их содержание, а также с методологией и методикой расчета основных статистических показателей.

## ТЕМА 1. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

*Статистическое наблюдение* – это первый этап любого статистического исследования, представляющий собой научно организованный по единой программе учет и сбор фактов, характеризующих явления и процессы общественной жизни.

Процесс проведения статистического наблюдения включает следующие этапы:

- подготовку наблюдения; проведение массового сбора данных;
- подготовку данных к автоматизированной обработке;
- контроль качества получаемых данных;
- разработку предложений по совершенствованию данного исследования.

*Цель статистического наблюдения* – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов. Цель и задачи наблюдения определяют его программу и формы организации.

*Объект статистического наблюдения* – статистическая совокупность, в которой протекают исследуемые социально-экономические явления и процессы.

*Единица наблюдения* – составной элемент объекта, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации.

*Программа наблюдения* – это перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения. К программе статистического наблюдения предъявляются следующие требования: она должна содержать существенные признаки, непосредственно характеризующие изучаемое явление, его тип, основные черты и свойства.

*Критический момент* (дата) или момент счета – это конкретный день года, час дня, по состоянию на который должна быть проведена регистрация признаков по каждой единице исследуемой совокупности. Так, моментом счета населения во Всероссийской переписи населения была следующая дата: 0 часов 9 октября 2002 г.

*Период наблюдения* – это время, в течение которого происходит заполнение статистических формуляров, т.е. время, необходимое для проведения массового сбора данных. Он определяется исходя из объема работы и численности персонала, занятого сбором информации. Период наблюдения не должен далеко отстоять от критического момента во избежание снижения достоверности получаемых данных.

Различают следующие организационные формы статистического наблюдения:

1. Статистическая отчетность (предприятий, организаций, учреждений и т.п.). Статистическая отчетность делится на *типовую* и *специализированную*.

2. Специально организованное статистическое наблюдение (переписи, единовременные учеты и обследования). Данный вид наблюдения проводится для получения сведений, отсутствующих в отчетности, или для проверки ее данных.

*Виды статистического наблюдения* классифицируются по следующим признакам:

1. Времени регистрации фактов. По данному признаку наблюдение бывает *непрерывным (текущим), периодическим* и *единовременным*.

2. Охвату единиц совокупности. В данном случае выделяют *сплошное* и *несплошное* наблюдение. При сплошном наблюдении информация собирается обо всех единицах исследуемой совокупности. В случае несплошного наблюдения сведения собирают не обо всех единицах совокупности, а лишь некоторой их части, отобранной определенным образом.

К несплошному наблюдению относят:

*Способ основного массива* как один из видов несплошного наблюдения характеризуется тем, что отбирают наиболее крупные единицы наблюдения, в которых сосредоточена значительная доля всех подлежащих изучению фактов (например, обследование конъюнктуры торговых оборотов и цен на городских рынках).

*Выборочным наблюдением* является такое, при котором характеристика всей совокупности дается по некоторой ее части, отобранной в случайном порядке. Случайность отбора единиц гарантируется независимостью результатов выборки от воли лиц, ее производящих. Таким образом, результат выборки освобождается от тенденциозных ошибок. Возникающие же случайные ошибки выборки можно определить с помощью теорем закона больших чисел и надлежащей организацией наблюдения свести их к допустимому минимуму.

*Монографическое описание* применяют для подробного изучения единичных, но типичных объектов, например отдельных предприятий одной отрасли.

К *способам статистического наблюдения* относят непосредственное наблюдение, документальный учет фактов и опрос.

После получения статистических формуляров следует провести *проверку полноты* и качества собранных данных, т.е. того, насколько полно объект охвачен наблюдением (иначе говоря, обо всех ли единицах исследования собраны сведения). Контроль качества материала осуществляется с помощью логического и арифметического контроля.

## **Задачи для самостоятельной работы**

### **Задача 1.1**

Составьте перечень наиболее существенных признаков следующих единиц статистического наблюдения:

- а) фермерских хозяйств (исследование предприятий сельского хозяйства в отдельной области);
- б) жилых домов (исследование жилищного фонда в городе);
- в) высших учебных заведений города.

### **Задача 1.2**

Сформулируйте определение цели, объекта и единицы наблюдения и разработайте программу обследования:

- а) почтовых отделений связи;
- б) торговых предприятий;
- в) учреждений здравоохранения;

г) автозаправочных станций.

### **Задача 1.3**

С целью разработки региональной программы занятости населения и создания новых рабочих мест в населенных пунктах региона (Иркутской области) необходимо провести специальное обследование. Для этого требуется определить:

- а) объект и единицу наблюдения;
- б) признаки и перечень показателей, подлежащие регистрации;
- в) вид и способ наблюдения;
- г) разработать макет формуляра и инструкцию к его заполнению;
- д) составить организационный план обследования;
- е) смоделировать наблюдение и результаты его представить в виде таблиц.

### **Задача 1.4**

Составьте программно-методологические вопросы статистического наблюдения предприятий малого бизнеса региона с целью разработки органами государственной власти на местном уровне программы по развитию малого предпринимательства.

### **Задача 1.5**

Составьте бланк анкетного опроса покупателей магазинов бытовой техники с целью изучения спроса и конъюнктуры на этом рынке.

### **Задача 1.6**

Приведите перечень показателей, которыми можно охарактеризовать при статистическом обследовании:

- 1) население;
- 2) рынок труда;
- 3) рынок товаров и услуг;
- 4) финансовые рынки.

## **Контрольные вопросы**

- 1. Что такое статистическое наблюдение и каковы этапы его проведения?
- 2. Охарактеризуйте программно-методологические вопросы статистического наблюдения.
- 3. Какие характерные черты присущи статистическому наблюдению?
- 4. Что является целью статистического наблюдения и как определяется объект наблюдения?
- 5. В каких формах осуществляется наблюдение?
- 6. На какие виды подразделяется наблюдение по времени регистрации и по степени охвата единиц наблюдения?
- 7. Какие способы наблюдения используются при сборе данных?
- 8. Какими причинами могут быть вызваны ошибки статистического наблюдения?
- 9. В чем состоят организационные вопросы статистического наблюдения?
- 10. Что означает точность наблюдения?



## ТЕМА 2. СВОДКА И ГРУППИРОВКА ДАННЫХ СТАТИСТИЧЕСКОГО НАБЛЮДЕНИЯ

Собранный в процессе статистического наблюдения материал нуждается в обработке и систематизации, то есть сведения разрозненных данных воедино.

*Сводка* – второй этап статистического исследования, и представляет собой научно организованную обработку материалов наблюдения, их систематизацию и группировку, составление таблиц, получение производных (относительных и средних величин) и итоговых показателей.

Сводка бывает *простой* и *сложной*. Простая сводка – это подсчет общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Проведение сложной сводки осуществляется следующим образом:

- выбор группировочного признака;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

Статистическая сводка осуществляется по программе, которая разрабатывается до сбора статистической информации. Программа сводки в первую очередь включает определение групп и подгрупп, таким образом, статистическая сводка осуществляется методом группировки.

*Группировка* – метод обработки и анализа статистических данных, при котором статистическая совокупность явлений расчленяется на однородные по отдельным признакам группы и подгруппы.

С помощью группировки изучается состав и структура совокупности и взаимосвязь между явлениями и процессами.

Основными задачами метода группировок является выбор группировочного признака, определение интервала группировки и расчет числа групп. Под группировочным признаком понимают признак, по которому происходит объединение отдельных единиц совокупности в однородные группы.

В зависимости от количества положенных в основу группировки признаков, различают *простую группировку*, когда в основе лежит только один группировочный признак и *многомерную группировку*, когда в основе лежат два и более группировочных признаков.

Построение группировки начинается с определения одного или нескольких группировочных признаков.

Группировочным признаком могут быть как качественные, так и количественные признаки. Первые отражают состояние единицы совокупности (пол человека, семейное положение, форма собственности или организационно-правовая форма предприятия и т.д.), вторые имеют числовые характеристики (возраст человека, доход семьи, объем производства и т.д.).

После определения основания группировки следует решить вопрос о количестве групп, которое зависит от задачи исследования и вида признака, положенного в основание группировки, численности совокупности, степени вариации признака.

После выявления числа групп следует определить интервал группировки. Его величина представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервал очерчивает количественные границы групп. Чаще всего он представляет собой промежуток между максимальными и минимальными значениями признака в группе.

Для выбора оптимальной величины интервала в больших совокупностях применяют формулу Стерджесса:

а) если количество групп (интервалов) известно, то используется:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

где  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значения признака;

$k$  – число групп (интервалов).

б) если количество групп не определено, то применяется:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg N},$$

где  $N$  – число единиц (объем) совокупности.

Либо

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2 \ln N}.$$

Число групп зависит от уровня колеблемости группировочного признака, то есть чем значительнее вариация (колеблемость) признака, тем больше должно быть групп.

Рассмотрим примеры группировки, путем построения ряда распределения (вариационного ряда).

### Пример 1

Имеются данные об успеваемости 40 студентов по результатам экзамена:

Таблица 2.1

3	2	4	4	3	5	4	3
5	4	4	3	2	4	3	3
3	4	4	5	5	2	3	4
4	4	5	3	4	4	3	3
3	3	4	5	2	3	4	4

**Задание:** Построить дискретный вариационный ряд.

Для того, чтобы построить вариационный ряд, необходимо выписать все значения признака по возрастанию. Затем определить, сколько студентов относится к той или иной группе (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Экзаменационные оценки, $x_i$	Численность студентов, $f_i$
2	4
3	14
4	16
5	6
Всего	40

Таким образом, мы построили дискретный (прерывистый) вариационный ряд, у которого вариантами выступают экзаменационные оценки, а частотами – численность студентов.

Теперь рассмотрим проведение группировки, путем построения интервального вариационного ряда с помощью формулы Стерджесса.

### Пример 2

Имеются данные о численности персонала 45 предприятий малого и среднего бизнеса региона:

Таблица 2.3

15	48	23	10	70	56	12	33	36
37	18	65	33	39	30	46	51	29
40	58	37	24	21	49	41	54	53
18	38	29	44	56	21	37	47	69
46	54	45	39	49	32	50	40	35

*Задание:*

а) построить интервальный вариационный ряд, разбив статистическую совокупность на 4 равновеликие группы (интервалы);

б) построить интервальный вариационный ряд, если количество групп неизвестно.

*Решение:*

а) для определения величины групп используем формулу:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{70 - 10}{4} = 15 \text{ чел.}$$

Построим ряд распределения:

Таблица 2.4

Численность персонала, $x_i$	Количество предприятий, $f_i$
10 – 25	9
25 – 40	16
40 – 55	15
55 – 70	5
Всего	45

Таким образом, мы получили четыре равных по численности персонала интервала (группы) с разными частотами (количество предприятий).

б) определение оптимальной величины групп осуществляется следующим образом:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg N} = \frac{70 - 10}{1 + 3,322 \cdot \lg 45} \approx 10 \text{ чел}$$

Построим ряд распределения:

Таблица 2.5

Численность персонала, $x_i$	Количество предприятий, $f_i$	Кумулятивный итог, $S_i$
10-20	5	5
20-30	7	12
30-40	13	25
40-50	10	35
50-60	7	42
60-70	3	45
Всего	45	-

В результате применения данной формулы, мы получили оптимальное количество групп предприятий по численности персонала, равное шести.

Ряды распределения также можно изобразить с помощью графика. Для этого можно использовать *полигон* – по дискретным рядам, и *гистограмму* – по интервальным рядам (рис. 1 и рис. 2).

Полигон и гистограмма строятся по двумерной системе координат, по оси абсцисс которой отражаются значения вариантов, а по оси ординат – значения частот.

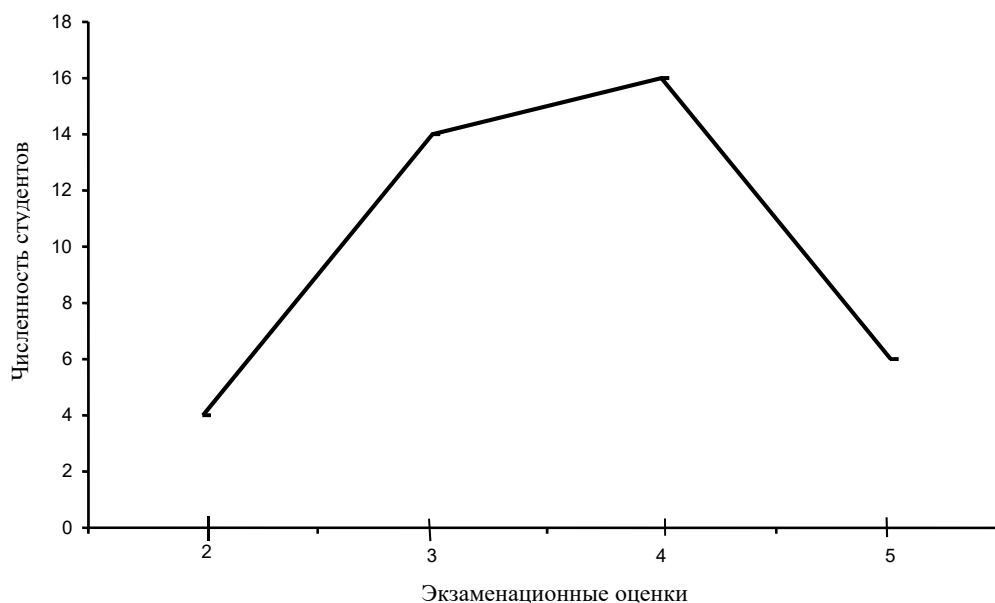


Рис. 2.1. Полигон распределения числа студентов

На рис. 2.1 представлен полигон распределения 40 студентов по полученным экзаменационным баллам.

По интервальному вариационному ряду можно построить гистограмму распределения (рис. 2.2).

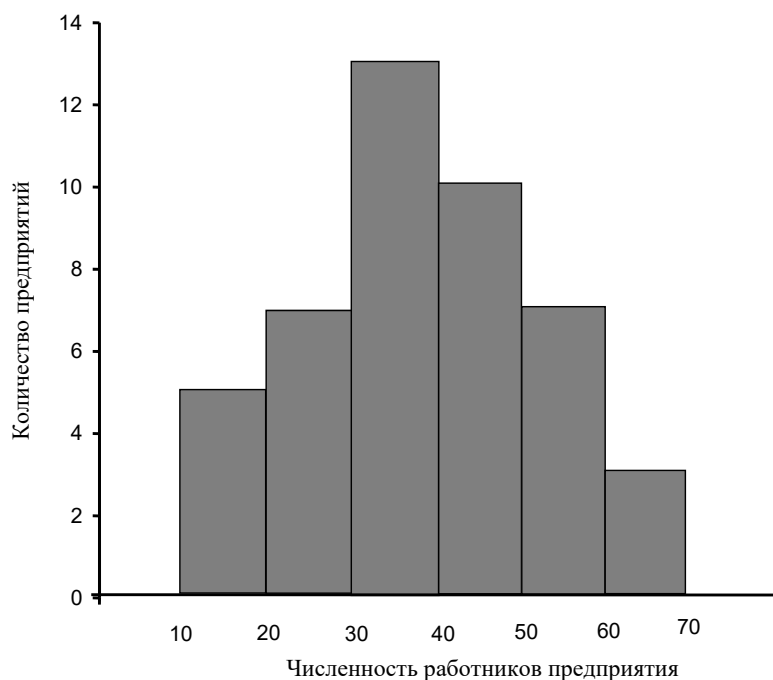


Рис. 2.2. Гистограмма распределения количества предприятий по численности персонала

По накопленным частотам (кумулятивным итогам) строится *кумулята* распределения. Кумулята показывает степень интенсивности нарастания частот (частостей) из группы в группу. Для построения кумуляты необходимо определить сумму накопленных частот и отразить их на оси ординат (рис. 2.3).

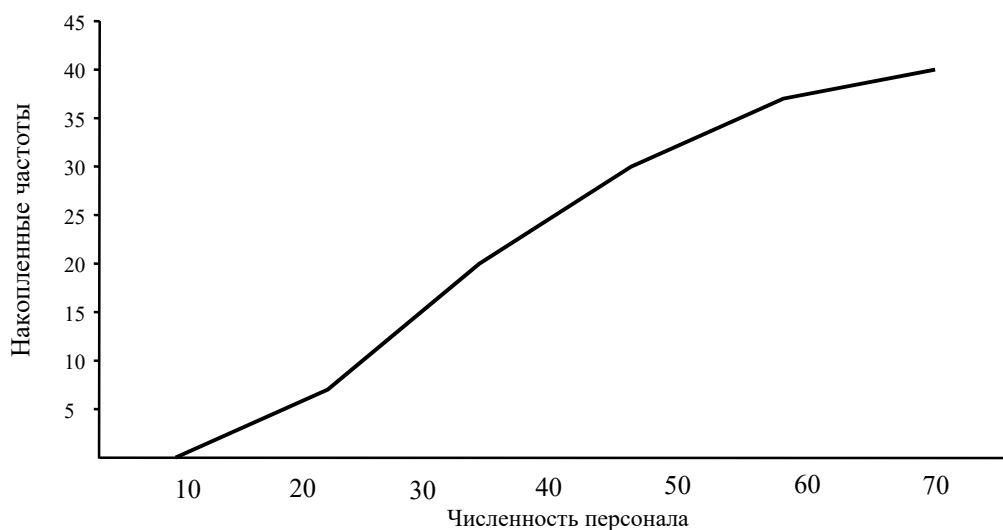


Рис. 2.3. Кумулята распределения количества предприятий по численности персонала

Кроме того, по рядам распределения можно оценить степень неравномерности распределения суммарного (кумулятивного) показателя между единицами групп. Для этого используется кривая концентрации *Лоренца*. Для построения кривой концентрации необходимо, чтобы распределение единиц совокупности и распределение суммарного показателя были представлены единых относительных величинах, то есть в долях или процентах. После того, необходимо рассчитать накопленные (кумулятивные) итоги.

Для непосредственного построения данной кривой, на двухмерной координатной оси строим квадрат  $100 \times 100$ , если измерять в процентах и  $1 \times 1$  – в долях. На оси абсцисс откладываем значения единиц совокупности, а на оси ординат – значения суммарного показателя. Для каждой пары значений накопленных сумм находим точку пересечения перпендикуляров, а затем по этим точкам вычерчиваем кривую Лоренца.

### Пример 3

Имеются данные о распределении общего объема денежных доходов населения страны между 20 %-ми группами населения по уровню дохода (табл. 2.6).

*Задание:*

По данным задачи построить кривую концентрации Лоренца.

*Решение:*

Для построения кривой Лоренца в гр. 4 и 5 рассчитаем кумулятивные итоги численности населения и доли общего дохода по группам. Затем на координатной оси построим квадрат  $100 \times 100$ , по горизонтали которого разместим значения накопленных сумм численности населения, а по вертикали значения накопленных сумм доли общего объема доходов.

Таблица 2.6

Группа населения по уровню доходов	Численность населения, % к итогу	Доля общего объема доходов по группам, % к итогу	Кумулятивные итоги	
			доли численности населения	доли общего объема доходов
1	2	3	4	5
I	20	5,3	20	5,3
II	20	9,8	40	15,1
III	20	13,2	60	28,3
IV	20	24,6	80	52,9
V	20	47,1	100	100,0
Итого	100	100,0	—	—

По точкам пересечения отдельных значений накопленного итога доли численности населения и накопленного итога доли общего объема доходов плавно проведем линию (пунктирная линия на рис. 4) и получим кривую концентрации доходов.

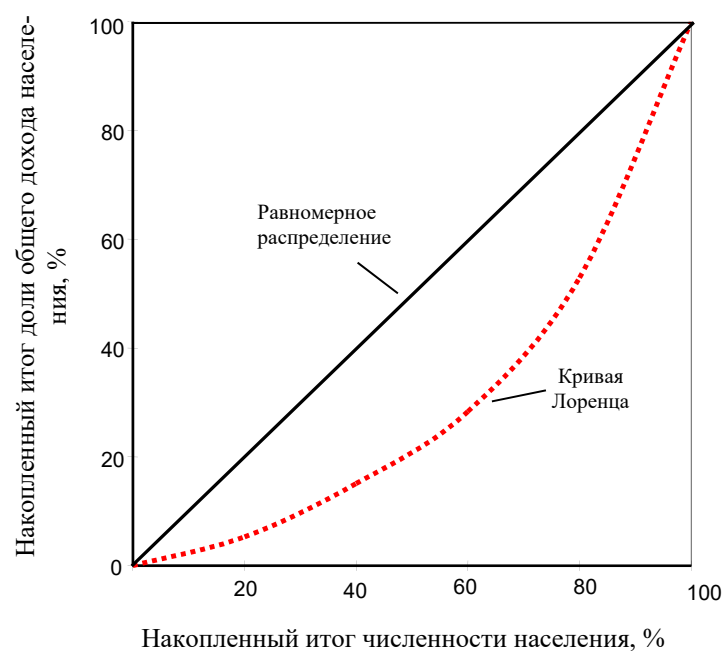


Рис. 2.4. Кривая Лоренца для отражения распределения совокупных доходов между группами населения

## Задачи для самостоятельной работы

### Задача 2.1

В результате выборочного обследования 50 домохозяйств, с целью выявления количества членов семьи, были получены следующие данные

Таблица 2.7

2	5	3	7	2	3	4	4	6	6
3	4	5	5	2	6	3	5	4	2
4	3	5	6	3	4	5	2	5	5
6	4	3	3	3	2	5	4	6	4
3	5	4	6	2	3	4	4	5	2

По данным таблицы требуется:

1. Построить дискретный вариационный ряд распределения 50 домохозяйств по численности членов семьи;
2. Полученный ряд распределения изобразить графически с помощью полигона распределения, а по накопленным частотам с помощью кумуляты распределения.

### Задача 2.2

По предприятиям малого и среднего бизнеса региона имеются данные за первое полугодие текущего года:

Таблица 2.8

Порядковый номер предприятия	Объем произведенной продукции, млн р.	Средняя за полугодие численность персонала предприятия, чел.
1	23,1	26
2	44,0	32
3	18,9	16
4	19,3	20
5	27,2	22
6	33,3	18
7	39,1	31
8	47,4	40
9	50,5	29
10	22,7	14
11	45,2	36
12	29,0	13
13	36,8	26
14	20,2	11
15	19,9	14
16	21,2	10
17	37,7	25
18	32,2	23
19	24,8	20
20	27,1	26

По данным таблицы требуется:

1. Провести группировку предприятий (путем построения ряда распределения) по объему произведенной продукции, выделив четыре группы с равными интервалами;

2. По каждой полученной группе и в целом определить: а) число предприятий; б) суммарную и среднюю численность персонала (в среднем на одно предприятие); в) суммарный и средний объем продукции; г) объем произведенной продукции в среднем на одного работника.

Результаты оформить в виде статистической таблицы и сформулировать вывод.

### **Задача 2.3**

По данным таблицы 2.7 произвести группировку предприятий по численности персонала, разбив совокупность на три равновеликие группы. По каждой группе и в целом, определить: а) численность предприятий; б) суммарный и средний объем произведенной продукции; в) суммарную и среднюю численность персонала; г) объем продукции в среднем на одного работника.

Результаты оформить в виде статистической таблицы и сформулировать вывод.



### Задача 2.4

Имеются данные о величине месячной заработной платы (тыс. р.) 40 рабочих одного из промышленных предприятий региона:

Таблица 2.9

14,6	12,9	18,0	10,5	15,7	15,2	16,8	17,4
14,1	14,7	13,0	16,0	17,8	17,6	18,9	12,0
11,3	15,5	16,0	16,3	14,0	13,8	15,8	18,8
16,2	13,3	12,5	18,1	15,7	14,6	13,1	12,2
10,0	15,8	17,3	12,9	13,1	11,0	15,4	13,0

По данным таблицы требуется:

1. Построить интервальный вариационный ряд с равными интервалами. Размер интервала по величине заработной платы определить с помощью формулы Стерджесса;
2. Изобразить полученный вариационный ряд графически, с помощью гистограммы распределения;
3. По накопленным частотам (численность работников) построить кумуляту распределения 40 работников по величине заработной платы.

### Задача 2.5

Имеется распределение регионов Российской Федерации по объему валового регионального продукта:

Таблица 2.10

Группа регионов, ранжированных по объему валового регионального продукта	Число регионов	Общий объем валового регионального продукта по группам, % к итогу
Первая (с наибольшими объемами)	10	45,99
Вторая	10	19,61
Третья	10	11,55
Четвертая	10	8,29
Пятая	10	6,16
Шестая	10	4,40
Седьмая (с наименьшими объемами)	19	4,00
Итого	79	100,0

Построить кривую концентрации объема ВРП Лоренца.

### Задача 2.6

Имеются данные об основных экономических показателях деятельности 20 предприятий одной из отраслей:

Таблица 2.11

Номер предприятия	Средняя за отчетный период стоимость основных фондов, млн р.	Среднесписочная численность персонала, чел.	Выручка от реализации продукции, млн р.	Прибыль от основной деятельности, млн р.
1	35,2	116	227,5	28,6
2	64,8	195	371,3	59,1
3	53,3	150	277,1	47,1
4	38,7	122	185,8	33,9
5	75,2	189	494,0	61,5
6	67,6	148	473,9	52,8
7	42,2	110	227,9	24,8
8	58,7	208	406,0	61,2
9	85,7	190	514,2	97,2
10	32,2	95	241,5	34,0
11	56,6	162	345,3	55,2
12	78,2	200	391,0	70,4
13	54,3	155	380,1	49,4
14	45,8	131	306,9	46,0
15	80,0	220	496,0	84,3
16	46,3	140	324,1	58,7
17	62,9	167	440,3	82,4
18	48,8	129	287,9	48,9
19	56,1	144	308,6	61,7
20	76,2	187	472,4	75,6

По данным задачи требуется:

1. Произвести группировку предприятий по стоимости основных фондов, выделив 4 равновеликие группы;

2. По каждой группе и в целом по всем предприятиям определить: а) число предприятий; б) суммарную и среднюю стоимость основных фондов; в) суммарную и среднюю численность персонала; г) суммарную и среднюю выручку от реализации продукции; д) размер выручки в млн р. в расчете на 1 млн р. основных фондов; е) размер прибыли в млн р. в расчете на 1 млн р. основных фондов.

Результаты оформить в виде статистической таблицы и сформулировать вывод.

### **Задача 2.7**

По данным задачи 2.6 произвести:

1. Группировку по численности персонала, выделив 3 равновеликие группы.

2. По каждой группе и в целом по всем предприятиям определить:

а) численность предприятий;

б) суммарную и среднюю величину выручки от реализации и прибыли;

- в) размер среднегодовой стоимости основных фондов в расчете на 1 среднесписочного работника;
- г) размер выручки в расчете на одного среднесписочного работника;
- д) размер прибыли в расчете на одного среднесписочного работника.

### **Задача 2.8**

Имеется распределение объема денежных доходов по 20 %-м группам населения региона:

Таблица 2.12

Группа населения	Численность населения, %	Доля в общем объеме денежных доходов, %
Первая (с наименьшими доходами)	20	5,6
Вторая	20	10,4
Третья	20	15,4
Четвертая	20	22,8
Пятая (с наивысшими доходами)	20	45,6
Итого	100	100,0

По данным задачи построить кривую Лоренца.

### **Задача 2.9**

Имеется ряд распределения семей по размеру среднедушевого денежного:

Таблица 2.13

Показатели	Число семей	
	млн.	% к итогу
В том числе со среднедушевым доходом в месяц, р.:		
до 1000	0,1	0,2
1001-2000	2,8	5,6
2001-3000	5,4	10,8
3001-4000	7,0	14,0
4001-5000	7,6	15,2
5001-6000	7,3	14,6
6001-7000	6,2	12,4
7001-8000	5,1	10,2
8001-9000	4,1	8,2
Свыше 9000	4,4	8,8

Постройте кривую распределения Лоренца.

### **Задача 2.10**

Имеются данные по регионам России, характеризующие состояние лесных ресурсов:

Таблица 2.14

Регионы	Площадь лесного фонда, покрытая лесом тыс. га	Общий запас древесины на корню, млн. м куб.).
Республика Алтай	2340	472
Алтайский край	2709	395
Кемеровская область	4262	538
Новосибирская область	2606	278
Омская область	2574	357
Томская область	16763	2562
Тюменская область	42618	4917
Республика Бурятия	20021	1919
Республика Тыва	7865	1091
Республика Хакасия	2739	436
Красноярский край	85191	11304
Иркутская область	57588	8880
Читинская область	27216	2486
Республика Саха (Якутия)	134269	9229
Еврейская АО	1553	174
Чукотский АО	5063	90
Приморский край	11232	1769
Хабаровский край	43596	4994
Амурская область	21853	1954
Камчатская область	8890	1194
Магаданская область	16848	423
Сахалинская область	4852	623

Произвести группировку регионов:

1. По площади лесного фонда;
2. По размеру запасов древесины.

Результаты представить в виде групповой таблицы.

Для нахождения интервала группировки можно воспользоваться формулой Стерджесса.

Сформулировать вывод.

### **Задача 2.11**

Имеются данные о заработной плате за месяц рабочих предприятия:

Таблица 2.15

Табельный номер рабочего	1	2	3	4	5	6	7	8
Процент выполнения норм выработки	110,8	102,0	111,0	107,8	106,4	109,0	100,0	105,0
Заработная плата за месяц, р.	28820	21560	29020	27235	26580	28760	22500	25970

*Требуется:* для выявления зависимости заработной платы рабочих от процента выполнения норм выработки произвести аналитическую группировку рабочих бригады по проценту выполнения норм выработки, выделив три группы: а) рабочие, выполняющие норму до 104,0 %; б) рабочие, выполняющие норму от 105 до 109 %; в) рабочие, выполняющие норму на 109 % и более.

На основе выполненной группировки построить групповую таблицу.

Сформулировать вывод.

### **Задача 2.12**

Известны следующие данные по основным показателям деятельности крупнейших банков одного из регионов Российской Федерации (млн р.):

Таблица 2.16

№ п/п	Сумма активов	Собственный капитал	Привлеченные ресурсы
1	645,6	12,0	27,1
2	636,9	70,4	56,3
3	629,0	41,0	95,7
4	619,6	120,8	44,8
5	616,4	49,4	108,7
6	614,4	50,3	108,1
7	608,6	70,0	76,1
8	601,1	52,4	26,3
9	600,2	42,0	46,0
10	600,0	27,3	24,4
11	592,9	72,0	65,5
12	591,7	22,4	76,0
13	585,5	39,3	106,9
14	578,6	70,0	89,5
15	577,5	22,9	84,0
16	553,7	119,3	89,4
17	543,6	49,6	93,8
18	542,0	88,6	26,7
19	517,0	43,7	108,1
20	516,7	90,5	25,2

Проведите группировку коммерческих банков по величине собственного капитала, выделив четыре группы с равными открытыми интервалами. Рассчитайте по каждой группе сумму активов, собственный капитал, привлеченные ресурсы. Результатом группировки представьте в табличной форме.

### **Задача 2.13**

Известны данные, характеризующие уровень безработицы в двух регионах:

Таблица 2.17

Регион I				Регион II			
Группы безработных,	всего	В том числе		Группы безработных,	всего	В том числе	
		Муж.	Жен.			Муж.	Жен.
15-20	11,8	14,2	9,5	До 20	12,0	13,7	10,2
20-25	16,2	15,2	17,2	20-30	35,5	37,2	39,7
25-30	11,3	10,9	11,8	30-40	26,2	24,5	24,6
30-50	48,5	48,1	48,8	40-50	14,0	14,6	15,5
50-55	5,2	5,3	5,0	50 и старше	12,3	10,0	10,0
55-60	4,9	4,2	5,5				
60 и старше	2,1	2,1	2,2				
Итого	100	100	100	Итого	100	100	100

Провести группировку численности безработных 2-х регионов по полу и возрасту ( % и итогу) с целью приведения их к сопоставимому виду. Сделайте сравнительный анализ результатов.

### **Задача 2.14**

Известны некоторые социально-экономические показатели развития регионов Российской Федерации:

Таблица 2.18

	Площадь территории, тыс. км <sup>2</sup>	Численность населения на 1 января тыс. человек	Валовой региональный продукт в, млн р.	Основные фонды в экономике (по полной учетной стоимости; на конец года), млн р.
Республика Башкортостан	142,9	4071,9	645526,3	1604725
Республика Марий Эл	23,4	695,4	68768,0	225000
Республика Мордовия	26,1	833,3	92855,1	353809
Республика Татарстан	67,8	3787,4	884232,9	2526863
Удмуртская Республика	42,1	1521,7	229369,1	650857
Чувашская Республика	18,3	1250,5	139481,8	493286
Пермский край	160,2	2634,1	544541,3	1837184
Кировская область	120,4	1338,7	144989,1	541725
Нижегородская область	76,6	3307,6	545940,1	1578659
Оренбургская область	123,7	2031,3	414537,2	1047515
Пензенская область	43,4	1384,0	150851,0	579673
Самарская область	53,6	3215,5	579023,2	1775376
Саратовская область	101,2	2519,1	327181,1	1108845

	Площадь территории, тыс. км <sup>2</sup>	Численность населения на 1 января тыс. человек	Валовой региональный продукт в, млн р.	Основные фонды в экономике (по полной учетной стоимости; на конец года), млн р.
Ульяновская область	37,2	1289,9	152627,4	469472
Курганская область	71,5	908,8	108489,2	474482
Свердловская область	194,3	4297,5	823833,0	2561776
Тюменская область	1464,2	3404,7	2899567,1	12115952
Челябинская область	88,5	3478,1	564671,0	1687909
Республика Алтай	92,9	206,6	19858,5	49786
Республика Бурятия	351,3	972,2	124610,3	402856
Республика Тыва	168,6	308,1	26918,9	39154
Республика Хакасия	61,6	532,2	83839,0	246369
Алтайский край	168,0	2417,0	267535,0	712242
Забайкальский край	431,9	1105,7	148381,8	592903
Красноярский край	2366,8	2829,1	748512,1	1628414
Иркутская область	774,8	2427,9	455529,2	1641443
Кемеровская область	95,7	2761,6	512421,6	1259707
Новосибирская область	177,8	2666,4	423945,5	1172183
Омская область	141,1	1976,3	336191,2	652835
Томская область	314,4	1046,7	242481,2	673404
Республика Саха (Якутия)	3083,5	958,0	329679,6	776760
Камчатский край	464,3	321,3	95591,0	194506
Приморский край	164,7	1953,5	367698,3	912847
Хабаровский край	787,6	1343,3	274983,5	809105
Амурская область	361,9	827,8	151750,4	562364
Магаданская область	462,5	156,5	48128,4	144914
Сахалинская область	87,1	496,6	392311,7	1091696
Еврейская автономная область	36,3	176,3	25345,1	107363
Чукотский автономный округ	721,5	50,4	45397,0	76388

*Требуется:*

1. Провести группировку субъектов РФ, по численности населения, выделив 5 равновеликих групп;
2. По каждой полученной группе определить:
  - а) общую площадь территории;
  - б) суммарный и средний по группе размер валового регионального продукта;

в) средний размер (в млн р.) основных фондов, в расчете на одного жителя.  
Сформулировать вывод.

### **Задача 2.15**

Известны данные выборочного наблюдения работников одной из отраслей экономики:

Таблица 2.19

№	Заработная плата в мес., р.	Стаж работы, лет	Образование	Категория работника	№	Заработная плата в мес., р.	Стаж работы, лет	Образование	Категория работника
1	23700	6	сред.	служ.	16	21600	1	сред.	рабоч.
2	28200	11	сред.	рабоч.	17	32300	9	высш.	служ.
3	30050	10	высш.	служ.	18	27270	5	сред.	рабоч.
4	27100	8	сред.	рабоч.	19	23850	3	сред.	рабоч.
5	23080	4	высш.	рабоч.	20	26100	9	сред.	рабоч.
6	25120	7	сред.	рабоч.	21	33060	15	высш.	рабоч.
7	29250	15	сред.	рабоч.	22	27820	7	сред.	рабоч.
8	26900	12	сред.	рабоч.	23	22220	3	высш.	служ.
9	22840	3	высш.	служ.	24	25160	5	сред.	рабоч.
10	31150	9	сред.	рабоч.	25	28830	5	сред.	рабоч.
11	24440	2	высш.	рабоч.	26	23120	4	сред.	рабоч.
12	28300	5	сред.	рабоч.	27	26390	8	сред.	рабоч.
13	26710	8	сред.	служ.	28	24000	4	сред.	рабоч.
14	26000	7	сред.	рабоч.	29	29480	11	высш.	служ.
15	28140	13	сред.	рабоч.	30	25500	5	сред.	рабоч.

*Требуется:*

1. Провести группировку работников по размеру месячной заработной платы, выделив 5 равновеликих интервала;

2. По каждой группе и по всей совокупности работников в целом определить:

- а) численность работников;
- б) долю работников, имеющих среднее образование;
- в) долю рабочих в общей численности работников;
- г) среднюю заработную плату работников;
- д) средний стаж работы работников.

Сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

- 1. Что представляет собой статистическая группировка?
- 2. В чем заключаются особенности выбора группировочного признака и как это связано с выбором числа групп?



3. Какие задачи решает статистика при помощи метода группировок?
4. Какие виды группировок вы знаете и в чем заключается их основное отличие?
5. Что представляют собой статистические ряды распределения и по каким признакам они могут быть образованы?
6. Из каких элементов состоит вариационный ряд распределения?
7. Какие виды статистических графиков используются для иллюстрации результатов сводки и группировки?
8. Как строятся вариационные ряды по дискретному и непрерывному признакам?
9. Что такое полигон и гистограмма?
10. Что представляет собой кривая Лоренца и каково ее значение в анализе?

### ТЕМА 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Результаты обработки и сводки статистических данных, как правило, оформляются в статистические таблицы. Статистическая таблица – это таблица, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам, взаимосвязанным логикой экономического анализа.

Составленную таблицу, но не заполненную цифрами, принято называть макетом таблицы. Статистическая таблица имеет свое подлежащее и сказуемое. Подлежащее показывает о каком явлении идет речь в таблице и представляет собой группы и подгруппы, которые характеризуются рядом показателей. Сказуемым таблицы называются показатели, с помощью которых изучается объект, т. е. подлежащее таблицы.

В зависимости от структуры подлежащего различают статистические таблицы простые, в подлежащем которых дается простой перечень единиц совокупности (перечневые) или только одна из таких единиц, выделенная по определенному признаку (монографические), и сложные, подлежащее которых содержит группы единиц совокупности по одному или нескольким количественным или атрибутивным признакам.

В зависимости от структуры сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой.

При простой разработке сказуемого определяющий его показатель, получается путем суммирования значений по каждому признаку отдельно, независимо друг от друга.

Сложная разработка сказуемого предполагает деление формирующего его признака, на группы, при этом показатели в сказуемом связаны между собой, даны в комбинации друг с другом.

Приведем примеры основных видов статистических таблиц по характеру разработки подлежащего.

Рассмотрим примеры, раскрывающие тот или иной вид статистических таблиц:

#### **Пример 1**

Простая перечневая таблица, составленная по временному принципу:

Таблица 3.1

Численность населения Российской Федерации, млн чел.

Годы	городское	сельское
1989	108,0	39,0
1993	108,7	39,9
1996	108,3	40,0
2001	107,1	39,2
2002	106,7	38,9
2003	106,3	38,7
2004	105,8	38,4
2005	104,7	38,8

Подлежащее в данной таблице – годы.

### Пример 2

Сложная комбинационная таблица.

Таблица 3.2

Группировка коммерческих банков региона России по величине уставного капитала и численности занятых на 1 января отчетного года

Группы банков по величине уставного капитала, млрд. р.	Подгруппы банков по численности занятых, человек	Число банков, ед.
2,5—7,5	до 50	7
	50-100	4
	100 и более	-
	Итого по группе	11
7,5-12,5	до 50	3
	50-100	6
	100 и более	6
	Итого по группе	15
12,5—17,5	до 50	-
	50—100	1
	100 и более	3
	Итого по группе	4
Итого	до 50	10
	50—100	11
	100 и более	9
	Всего	30

Подлежащее данной статистической таблицы – группы банков по величине уставного капитала и численности занятых работников.

### Пример 3

Макет статистической таблицы со сложной разработкой сказуемого:

Таблица 3.3

Распределение страховых организаций регионов Российской Федерации по размеру страховых взносов и формам собственности в отчетном году

Регионы	Число страховых организаций	Группы страховых организаций по размеру страховых взносов, млн р.					
		до 200		200–400		свыше 400	
		Государственная собственность	Частная собственность	государственная собственность	Частная собственность	государственная собственность	Частная собственность

Данная таблица со сложной комбинированной разработкой сказуемого, содержащего два взаимосвязанных признака: количественный – размер страховых взносов и качественный – форма собственности.

## **Задачи для самостоятельной работы**

### **Задача 3.1**

Разработайте макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов вашей группы от посещаемости учебных занятий и времени самостоятельной внеаудиторной работы. Укажите:

- 1) к какому виду таблицы относится макет;
- 2) название и вид разработки подлежащего и сказуемого;
- 3) группировочные признаки.

### **Задача 3.2**

Разработайте макеты таблиц для статистической характеристики населения Российской Федерации:

- 1) по полу и возрасту;
- 2) семейному положению;
- 3) образованию;
- 4) источникам доходов.

### **Задача 12.3**

Разработайте макеты таблиц для статистической характеристики:

- 1) деятельности коммерческих банков;
- 2) деятельности страховых компаний;
- 3) рынка ценных бумаг.

### **Задача 12.4**

Из статистических ежегодников и периодической печати подберите данные и заполните разработанные макеты таблиц. Проанализируйте данные статистических таблиц, сделайте выводы.

## **Контрольные вопросы**

1. Перечислите основные правила построения и составления статистических таблиц.
2. Что представляет собой статистическая таблица и каковы ее составные элементы.
3. Что такое подлежащее и сказуемое таблицы?
4. Что такое простая и сложная разработка сказуемого?
5. Какие виды статистических таблиц существуют?

## ТЕМА 4. АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Абсолютные и относительные величины – это две основные, самые общие формы статистических показателей. Любой статистический показатель принимает одну из этих двух форм.

В процессе наблюдения за массовыми общественными явлениями статистика опирается на числовые данные, полученные в конкретных условиях места и времени. Результаты статистического наблюдения регистрируются, прежде всего, в форме *абсолютных* величин.

В статистике все абсолютные величины являются именованными, т.е. измеряются в конкретных единицах. Единицы измерения могут быть натуральными, условно-натуральными, стоимостными и трудовыми.

Натуральные единицы измерения могут быть простыми (тонны, штуки, метры, литры) и сложными (составными), являющимися комбинацией двух разноименных величин ( грузооборот железнодорожного транспорта выражается в тонно-километрах, производство электроэнергии – в киловатт-часах).

Разграничивают *моментные* и *интервальные* абсолютные величины. Моментные показывают фактическое наличие или уровень явления на определенный момент, дату. Интервальные величины показывают итоговый накопленный результат за период в целом.

*Относительная величина* в статистике – это обобщающий показатель, который дает числовую меру соотношения двух сопоставляемых абсолютных величин.

Основное условие правильного расчета относительной величины – сопоставимость сравниваемых показателей и наличие реальных связей между изучаемыми явлениями. При этом в числителе всегда находится тот показатель, который сравнивают, а в знаменателе – с которым сравнивают, обычно его называют *основанием*. Таким образом, по способу получения все относительные показатели есть величины производные и определяться они могут в форме коэффициентов, процентов, промилле, продецимилле и т. п., а также иногда оставаться в именованном выражении.

Относительные статистические величины подразделяются на следующие виды:

- динамики;
- планового задания;
- выполнения планового задания;
- структуры;
- координации;
- интенсивности, уровня экономического развития;
- сравнения.

*Относительная величина динамики* – отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период или момент времени к уровню этого же процесса или явления в прошлом:

$$ОВД = \frac{\text{Показатель текущего периода}}{\text{Показатель базисного (предыдущего) периода}}$$

*Относительная величина планового Задачи* – отношение величины расчетного Задачи на период к достигнутой величине прошлого периода:

$$ОВП = \frac{\text{Показатель планового задания}}{\text{Показатель уровня, с которым сравнивается показатель планового задания}}$$

*Относительная величина выполнения планового Задачи* – отношение величины, достигнутой в отчетном периоде, к величине расчетного задания:

$$ОВВП = \frac{\text{Фактический показатель, достигнутый в плановом периоде}}{\text{Показатель планового задания}}$$

*Относительная величина структуры* – соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$ОВС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности}}$$

*Относительная величина координации* – отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

$$ОВК = \frac{\text{Показатель, характеризующий изучаемую часть совокупности}}{\text{Показатель части совокупности, взятой за базу сравнения}}$$

*Относительная величина интенсивности* характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру характерной для него среды:

$$ОВИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий изучаемое явление}}{\text{Показатель, характеризующий свойственную для изучаемого явления среду}}$$

*Относительная величина сравнения* – соотношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты:

$$ОВС = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект В}}$$

### **Примеры решения типовых задач**

#### **Пример 1**

По подразделениям предприятия имеются следующие данные за текущий месяц:

Таблица 4.1

№ подразделения	Среднесписочное число работников			Общий фонд заработной платы тыс. р.			Среднемесячная заработная плата, р.		
	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана
1	850		103,8			106,0		12630	
2		540	97,6					14080	106,2
3			102,3						
Итого по предприятию	1960				28600		13800		

*Требуется:*

Рассчитать и проставить в таблицу все недостающие данные.

*Решение:*

Определим фактическую среднесписочную численность работников подразделения № 1:

$$850 \text{ чел.} \times 1,037 = 882 \text{ чел.}$$

Определим плановую среднесписочную численность работников подразделения № 2:

$$540 \text{ чел.} / 0,976 = 553 \text{ чел.}$$

Определим плановую среднесписочную численность работников подразделения № 3:

$$1960 \text{ чел.} - 850 \text{ чел.} - 553 \text{ чел.} = 557 \text{ чел.}$$

Определим фактическую среднесписочную численность работников подразделения № 3:

$$557 \text{ чел.} \times 1,024 = 570 \text{ чел.}$$

Определим общую фактическую среднесписочную численность работников трех подразделений:

$$882 \text{ чел.} + 540 \text{ чел.} + 570 \text{ чел.} = 1992 \text{ чел.}$$

Определим процент выполнения плана по общей среднесписочной численности трех подразделений:

$$\frac{1992 \text{ чел.}}{1960 \text{ чел.}} \times 100 = 101,6 \%$$

1. Из имеющихся данных определим фактический общий фонд зарплаты работников подразделения № 1:

$$12630 \text{ р.} \times 882 \text{ чел.} = 11139,7 \text{ тыс. р.}$$

Определим плановую величину общего фонда заработной платы работников подразделения № 1:

$$11140 \text{ тыс. р.} / 1,06 = 10509 \text{ тыс. р.}$$

Определим фактический общий фонд зарплаты работников подразделения № 2:

$$540 \text{ чел.} \times 14080 \text{ р.} = 7603 \text{ тыс. р.}$$

Определим фактический общий фонд зарплаты работников подразделения № 3:

$$28600 \text{ тыс. р.} - 7603 \text{ тыс. р.} - 11140 \text{ тыс. р.} = 9857 \text{ тыс. р.}$$

Определим плановую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 2:

$$14080 \text{ р.} / 1,062 = 13258 \text{ р.}$$

Определим плановую величину общего фонда заработной платы работников подразделения № 2:

$$13258 \text{ р.} \times 553 \text{ чел.} = 7332 \text{ тыс. р.}$$

Определим плановую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 1:

$$10509 \text{ тыс. р.} / 850 \text{ чел.} = 12364 \text{ р.}$$

Определим процент выполнения плана общего фонда заработной платы работников подразделения № 2:

$$7603 \text{ тыс. р.} / 7332 \text{ тыс. р.} \times 100 \% = 103,7 \%$$

Определим общий фонд заработной платы работников всех подразделений:

$$1960 \text{ чел.} \times 13800 \text{ р.} = 27048 \text{ тыс. р.}$$

Определим процент выполнения плана общего фонда заработной платы работников всех подразделений:

$$28600 \text{ тыс. р.} / 27048 \text{ тыс. р.} \times 100 \% = 105,7 \%$$

Определим плановую величину общего фонда заработной платы работников подразделения № 3:

$$27048 \text{ тыс. р.} - 7332 \text{ тыс. р.} - 10509 \text{ тыс. р.} = 9207 \text{ тыс. р.}$$

Определим процент выполнения плана фонда заработной платы работников подразделения № 3:

$$9857 \text{ тыс. р.} / 9207 \text{ тыс. р.} \times 100 \% = 107,1 \%$$

Определим плановую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 3:

$$9207 \text{ тыс. р.} / 557 \text{ чел.} = 16530 \text{ р.}$$

Определим фактическую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 3:

$$9857 \text{ тыс. р.} / 570 \text{ р.} = 17292 \text{ р.}$$

Определим фактическую среднемесячную заработную плату работников всех подразделений:

$$28600 \text{ тыс. р.} / 1992 \text{ чел.} = 14357 \text{ р.}$$

Определим процент выполнения плана среднемесячной заработной платы работников подразделения № 1:

$$12630 \text{ р.} / 12364 \text{ р.} \times 100 \% = 102,2 \%$$

Определим процент выполнения плана среднемесячной заработной платы работников подразделения № 3:

$$17292 \text{ р.} / 16530 \text{ р.} \times 100 \% = 104,6 \%$$

Определим процент выполнения общего плана среднемесячной заработной платы всех работников:

$$14357 \text{ р.} / 13800 \text{ р.} \times 100 \% = 104,0 \%$$



Итоговые результаты расчетов представлены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

№ подразделения	Среднесписочное число работников			Общий фонд заработной платы тыс. р.			Среднемесячная заработная плата, р.		
	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана
1	850	882	103,8	10509	11140	106,0	12364	12630	102,2
2	553	540	97,6	7332	7603	103,7	13258	14080	106,2
3	557	570	102,3	9207	9857	107,1	16530	17292	104,6
Итого по предприятию	1960	1992	101,6	27048	28600	105,7	13800	14357	104,0

### Пример 2

По предприятию имеются данные о выпуске продукции за отчетный период:

Таблица 4.3

№ предприятия фирмы	Выпуск продукции по плану млн р.	Процент выполнения плана по выпуску продукции
1	22,1	102,0
2	38,2	105,4
3	54,6	97,6

*Определить:*

1. Процент выполнения плана по выпуску продукции в целом по фирме;
2. Удельный вес предприятий в общем объеме фактического выпуска продукции.

*Решение:*

1. Фактический выпуск продукции по предприятиям фирмы:

Предприятие № 1:  $22,1 \text{ млн р.} \times 1,02 = 22,54 \text{ млн р.}$

Предприятие № 2:  $38,2 \text{ млн р.} \times 1,054 = 40,26 \text{ млн р.}$

Предприятие № 3:  $54,6 \text{ млн р.} \times 0,976 = 53,30 \text{ млн р.}$

Плановый выпуск, всего:

$22,10 \text{ млн р.} + 38,2 \text{ млн р.} + 54,6 \text{ млн р.} = 114,9 \text{ млн р.}$

Фактический выпуск, всего:

$22,54 \text{ млн р.} + 40,26 \text{ млн р.} + 53,30 \text{ млн р.} = 116,1 \text{ млн р.}$

Процент выполнения плана по выпуску продукции в целом по фирме:

$116,1 \text{ млн р.} / 114,9 \text{ млн р.} \times 100 \% = 101,0 \%$

Итоговые сводные показатели представлены в табл. 4.4.

Таблица 4.4

№ предприятия фирмы	Выпуск продукции по плану		Фактический выпуск продукции		Процент выполнения плана по выпуску продукции
	млн р.	процентов к итогу	млн р.	процентов к итогу	
1	22,10	19,2	22,54	19,4	102,0
2	38,20	33,2	40,26	34,7	105,4
3	54,60	47,5	53,30	45,9	97,6
Итого	114,90	100,0	116,10	100,0	101,0

2. Удельные веса выпуска продукции каждого предприятия в общем выпуске:

Плановый удельный вес:

Предприятие № 1:  $22,1 \text{ млн р.} / 114,9 \text{ млн р.} \times 100 \% = 19,2 \%$ ;

Предприятие № 2:  $38,2 \text{ млн р.} / 114,9 \text{ млн р.} \times 100 \% = 33,2 \%$ ;

Предприятие № 3:  $54,6 \text{ млн р.} / 114,9 \text{ млн р.} \times 100 \% = 47,5 \%$ .

Фактический удельный вес:

Предприятие № 1:  $22,54 \text{ млн р.} / 116,1 \text{ млн р.} \times 100 \% = 19,4 \%$

Предприятие № 2:  $40,26 \text{ млн р.} / 116,1 \text{ млн р.} \times 100 \% = 34,7 \%$ ;

Предприятие № 3:  $53,30 \text{ млн р.} / 116,1 \text{ млн р.} \times 100 \% = 45,9 \%$

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 4.1

Торговая фирма рассчитывала в 2006 г. по сравнению с 2005 г. увеличить товарооборот на 12,5 %. Выполнение расчетного Задачи составило 102,3 %. Определите относительную величину динамики товарооборота.

#### Задача 4.2

Известны доходы консолидированного бюджета Российской Федерации:

Таблица 4.5

Показатели	2015 г.	2016 г.
Налог на прибыль организаций	2599	2770,3
Налог на доходы физических лиц	2807,8	3018,5
Налог на добавленную стоимость:	4233,9	4571,4
Акцизы	1068,4	1356
Страховые взносы на обязательное социальное страхование	5636,3	6326
Прочие доходы	10576,6	10139,3
Итого	26922	28181,5

*Определить:*

1. Динамику изменения показателей доходов консолидированного бюджета РФ;
  2. Структуру формирования доходов консолидированного бюджета Российской Федерации ( %);
  3. Структурные сдвиги.
- Сформулировать выводы.

### **Задача 4.3**

Производство продукции предприятием характеризуется следующими данными:

Таблица 4.6

Год	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.
Объем производства продукции, млн р.	356,3	398,1	409,9	371,0	388,7	347,5

*Определить* относительные величины динамики (темпы роста): базисные и цепные.

### **Задача 4.4**

Реализация предприятием пяти видов продукции характеризуется следующими данными:

Таблица 4.7

Наименование изделия	Физический объем продаж, тыс. шт.	Цена единицы продукции, тыс. р.
А	35,5	120
В	19,8	205
С	15,0	213
Д	26,8	115
Е	9,9	260

*Определить* долю изделий каждого вида в объеме выручки.

### **Задача 4.5**

Выпуск продукции предприятия по видам, характеризуется следующими данными:

Таблица 4.8

Вид продукции	Единица измерения	Выпуск		Отпускная цена за единицу, тыс. р.
		по плану	фактически	
А	т	38,6	42,9	22,3
Б	т	126,0	118,7	8,8
В	шт.	350	361	4,2
Г	шт.	233	208	5,7

Требуется:

1. Определить удельный вес продукции каждого вида по плану и фактически;
  2. Процент выполнения плана выпуска по видам продукции.
- Сформулировать вывод.

#### Задача 4.6

По предприятию имеются следующие данные о плановом и фактическом выпуске продукции:

Таблица 4.10

Наименование продукции	Стоимость продукции, млн р.		Процент выполне- ния плана
	по плану	фактически	
A	788,6	754,0	103,8
B		236,2	
C	86,3		
D		102,5	99,4

Требуется:

1. Проставить в таблице недостающие данные;
  2. Определить процент выполнения плана выпуска продукции в целом по комбинату;
  3. Определить плановую и фактическую структуру выпуска продукции.
- Сформулировать вывод.

#### Задача 4.7

По трем цехам предприятия имеются следующие данные:

Таблица 4.11

№ цеха	Выпуск продукции, ед.			Себестоимость еди- ницы продукции, тыс. р.			Общая себестои- мость всей произве- денной продукции, тыс. р.		
	по плану	факти- чески	% вы- полне- ния плана	по плану	факти- чески	% вы- пол- нения плана	по плану	фак- тиче- ски	% вы- пол- нения плана
1	122		102,3		9,9				104,6
2	127	117		12,5		97,1			
3			98,2		10,8			954,3	
4	98	102			10,4		455,2		
Итого по предприятию		454					4169,8		

Рассчитать и заполнить недостающие данные в таблице.

#### **Задача 4.8**

Численность населения Российской Федерации на 1 января 2006 г. составила 142,8 млн чел, в том числе городского – 104,1 млн чел, сельского – 38,7 млн чел. Рассчитайте относительную величину структуры и координации.

#### **Задача 4.9**

На торгах фондовой биржи зафиксированы следующие цены акций:

Таблица 4.12

Эмитенты	Цена акций, ден. ед.		
	Номинальная	Рыночная	
		на 01.05	на 01.06
А	200	230	250
В	300	310	260
С	400	500	570

Проведите сравнительный анализ курса акций, укажите виды используемых относительных величин.

#### **Задача 4.10**

Известны данные о браках и разводах в Российской Федерации за 1970–2005 гг.:

Таблица 4.13

Показатель	1970 г.	2000 г.	2002 г.	2004 г.	2005 г.
Численность населения, тыс. чел.	129 941	144 800	145 167	144 168	143 474
Число заключенных браков, тыс.	1312,4	910,7	1034,1	980,3	975,6
Число зарегистрированных разводов, тыс.	389,8	631,6	859,3	634,3	631,3

*Определить:*

1. По числу заключенных браков и зарегистрированных разводов относительные величины динамики;
2. Относительные величины интенсивности;
3. Относительные величины координации;
4. Относительные величины структуры.

Сформулируйте выводы.

#### **Задача 4.11**

Имеются следующие данные по предприятию на начало и конец года (тыс. р.):

Таблица 4.14

Показатель	На начало года	На конец года
Денежные средства	1447,7	1300,0
Краткосрочные финансовые вложения	72,4	109,6
Дебиторская задолженность	2113,4	2029,7
Прочие оборотные активы	678,2	352,7
Запасы и затраты (без расходов будущих периодов):		
- сырье и материалы	1638,8	1417,5
- готовая продукция	5093,7	4033,9
- прочие запасы и затраты	177,2	202,0
Текущие обязательства	6055,8	4963,1

Определите относительные величины динамики и структуры. Сформулируйте выводы.

### **Задача 4.12**

Характеристика оборота земельных ресурсов РФ на 1 января 2012 года (тыс. га):

Таблица 4.15

Федеральные округа	Общая площадь земель	Земли государственной и муниципальной собственности	Земли в собственности граждан и юр.лиц
Российская Федерация	1709824,2	1580032,0	129729,2
Центральный	65020,5	40630,5	24390,0
Северо-Западный	168696,8	163696,9	4999,9
Южный	59131,5	36244,6	22866,9
Приволжский	103697,5	70573,7	33123,8
Уральский	181849,7	171979,8	9869,9
Сибирский	514495,3	482320,8	32174,5
Дальневосточный	616932,9	614585,7	2347,2

*Определить:*

1. Долю (в %) площади территории Федеральных округов, в общей площади территории РФ;
2. С помощью относительных величин координации, соотношение площади земель, находящихся в государственной и муниципальной собственности и в частной собственности;
3. По каждому Федеральному округу и в целом по РФ, долю земель, находящихся в государственной и частной собственности.

Сформулировать вывод.

### **Задача 4.13**

Имеются данные, характеризующие профессиональную деятельность на фондовом рынке РФ:

Таблица 4.16

	2006	2007	2008	2009
Количество профессиональных участников рынка ценных бумаг	1711	1786	1849	1672
Объем торгов на фондовых биржах (млн р.)	15095128,2	22519451,4	23131913,7	28687904,7
в том числе:				
акции	12033368,5	14519503,1	11958743,8	15474540,2
облигации	425662,5	707766,5	721028,7	910293,4
инвестиционные паи	3231,1	14087,4	17018,3	11384,7
фьючерсные контракты:	2321633,1	5978035,4	8714352,3	11855592,6
опционы:	311233	1300059	1720770,6	436093,8

*По имеющимся данным определить:*

1. С помощью относительных величин динамики, изменение во времени числа профессиональных участников РЦБ и объема торгов на фондовых биржах;
2. За каждый год удельный вес отдельных видов ценных бумаг в общем объеме торгов;
3. Ежегодный объем торгов в среднем, расчете на одного профессионального участника фондового рынка.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.14**

Известны данные о площади земель с нарушенным плодородием в регионе за 3 года (тыс. га):

Таблица 4.17

Показатель	2011 год	2012 год	2013 год
Всего нарушенных земель	18,21	18,38	18,95
в. т. ч.:			
- в результате воздействия сельскохозяйственного производства	15,01	15,06	15,56
- прочие причины	3,20	3,32	3,39

*Определить:*

1. Базисный и цепной темп прироста общей площади земель с нарушенным плодородием;
2. За каждый год долю земель в общей площади, нарушенную под влиянием различных факторов.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.15**

Известны данные о численности населения Российской Федерации за 1959-2010 гг.:

Таблица 4.18

Годы	Все население, тыс.чел.	в том числе	
		городское	сельское
1959	117239,6	61142,6	56097,0
1970	129941,2	80631,4	49309,8
1979	137409,9	94942,3	42467,6
1989	147021,9	107959,0	39062,9
2002	145166,7	106429,0	38737,7
2010	142905,2	105318,0	37587,2

*Определить:*

1. Динамику изменения численности населения страны, в т.ч., мужчин и женщин;
  2. Половую структуру населения РФ;
  3. С помощью относительных величин координации, сколько в среднем городского населения приходится на каждую тысячу сельского;
- Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.16**

Известно число осужденных по приговорам судов, вступившим в законную силу, тыс чел.:

Таблица 4.19

	1990 год	1995 год	2000 год	2005 год	2010 год
Число осужденных – всего	537,6	1035,8	1183,6	878,9	892,2
Численность населения, тыс. чел.	147969,4	148459,9	146890,1	143474,2	141904,0

*Определить:*

1. Базисные и цепные темпы прироста числа осужденных;
  2. За каждый год, число осужденных, в расчете на 1000 чел. населения.
- Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.17**

Потребление алкогольных напитков всех видов на душу населения (литров абсолютного алкоголя) за 2000-2008 гг., характеризуется следующими данными:



Таблица 4.20

	2000 год	2005 год	2006 год	2007 год	2008 год
Россия	8,0	9,3	9,5	9,8	9,7
Беларусь	8,8	9,3	10,7	11,6	12,4
Украина	1,4	2,5	2,7	2,9	3,2
Казахстан	1,7	2,1	2,1	2,2	2,5
Киргизия	2,4	4,1	4,1	4,2	4,1

С помощью относительных величин динамики, провести сравнительный анализ употребления алкоголя в разных странах и сформулировать вывод.

#### **Задача 4.18**

За 1990-2010 гг. известен состав лиц, совершивших преступления в Российской Федерации:

Таблица 4.21

	1990 год	2000 год	2005 год	2010 год
Выявлено лиц, совершивших преступления – всего	897,3	1741,4	1297,1	1111,1
из них:				
по возрасту во время совершения преступления, лет				
14-15	47,7	49,3	44,6	21,5
16-17	105,5	128,6	105,4	51,2
18-24	189,5	465,4	364,5	277,6
25-29	162,6	289,3	223,5	208,8
30 – 49	392,0	676,0	453,6	448,2
50 и старше		132,9	105,5	103,5

*Определить:*

1. По численности лиц базисные и цепные темпы прироста;
  2. За каждый год возрастную структуру лиц, совершивших преступления.
- Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.19**

Известны данные по Российской Федерации об экспорте товаров за 2005-2008 гг. (млн дол.):

Таблица 4.22

	2005 год	2006 год	2007 год	2008 год
Всего	63687	208846	258934	299267
Австрия	889	2353	3353	2735
Бельгия	1462	2464	2694	2810
Болгария	652	1900	2966	3800
Венгрия	1627	5004	6245	6121

	2005 год	2006 год	2007 год	2008 год
Германия	6208	19736	24498	26346
Греция	147	1930	2752	2628
Испания	290	2823	3343	4325
Италия	3376	19053	25090	27530
Латвия	795	1188	1699	2644
Литва	1081	4002	4208	4057
Нидерланды	3192	24614	35884	42879
Норвегия	254	683	713	609
Польша	1688	8623	11481	13298
Румыния	654	3043	3272	3211
Словакия	1736	3190	4586	5151

Провести структурно-динамический статистический анализ экспорта товаров.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.20**

По Российской Федерации известны данные о браках и разводах за 1960-2007 гг.:

Таблица 4.23

Годы	Браки	Разводы	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.
1960	1499581	184398	119046
1970	1319227	396589	129941
1980	1464579	580720	138127
1990	1319928	559918	147665
2000	897327	627703	146890
2005	1066366	604942	143474
2010	1215066	639321	142895
2011	1316011	669376	142961
2012	1213598	644101	143202

С помощью относительных величин динамики, координации и интенсивности охарактеризовать уровень брачности и разводимости в России.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.21**

Известны некоторые показатели банковской сферы Российской Федерации:

Таблица 4.24

	2009 год	2010 год	2011 год	2012 год
Число кредитных организаций, зарегистрированных Банком России – всего	1228	1178	1146	1112
в том числе:				
банков	1172	1124	1084	1051
небанковских кредитных организаций	56	54	62	61
Число зарегистрированных кредитных организаций со 100 %-м иностранным участием в уставном капитале	77	82	80	77
Число кредитных организаций, по которым внесена запись в Книгу государственной регистрации кредитных организаций об их ликвидации как юридического лица – всего	1900	1957	1991	2028
в том числе:				
в связи с отзывом лицензии за нарушение банковского законодательства и нормативных актов Банка России	1495	1540	1555	1574
в связи с реорганизацией	404	416	435	453
в связи с нарушением законодательства в части оплаты уставного капитала	1	1	1	1
Зарегистрированный уставный капитал действующих кредитных организаций, млн р.	881350	1244364	1186179	1214343

С помощью известных вам абсолютных и относительных показателей дать характеристику развитию банковской сферы Российской Федерации.

Сформулировать выводы.

#### **Задача 4.22**

Известны следующие данные:

Таблица 4.25

	2005 год	2010 год	2011 год	2012 год	2013 год
Число кредитных организаций, имеющих право на осуществление банковских операций – всего	1299	1058	1012	978	956
в том числе:					
имеющих лицензии (разрешения), предоставляющие право на:					
привлечение вкладов населения	1165	849	819	797	784
осуществление операций в иностранной валюте	839	701	677	661	648
генеральные лицензии	311	291	283	273	270
проведение операций с драгоценными металлами	182	203	208	207	211

*Определить:*

1. Относительные величины структуры;
2. Относительные величины динамики.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 4.23**

Имеются следующие данные о реализации продукции предприятием за отчетный период:

Таблица 4.26

Вид продукции	Объем реализации, ед.	Цена единицы продукции, тыс. р.	Себестоимость единицы реализованной продукции, тыс. р.
А	100	12,5	11
Б	450	3,2	2,7
В	800	5	4,6
Г	150	8,3	7,9
Д	1000	1,5	1,3

*Определить:*

1. Величину прибыли от реализации каждого вида продукции;
  2. Долю прибыли, полученную от реализации каждого вида продукции в общем объеме прибыли;
  3. С помощью относительных величин координации соотношение величины прибыли и выручки от реализации (рентабельность продаж);
- Сформулировать вывод.

**Задача 4.24**

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 4.27

Вид продукции	Объем производства продукции в первом квартале, ед.	Относительная величина планового задания, %	Объем производства продукции во втором квартале, ед.	Цена единицы продукции, р.
А	200	96,4	205	1500
Б	450	104,7	445	1000
В	70	110	72	5400
Г	300	105,3	290	900
Д	300	99	310	1900

*Определить:*

1. По каждому виду продукции и в целом по всей продукции размер планового задания на второй квартал;
2. Процент выполнения плана по каждому виду продукции и в целом по всей продукции;
3. Динамику изменения фактического объема выпуска по каждому виду продукции в целом по всей продукции;
4. Структуру планового и фактического выпуска продукции.

Сформулировать вывод.

**Задача 4.25**

Имеются данные об объеме продаж акций на бирже тремя эмитентами:

Таблица 4.28

Эмитент	29 сентября		30 сентября	
	Количество проданных акций, шт	Курс акций, р.	Количество проданных акций, шт	Курс акций, р.
1	2000	200	2100	190
2	800	250	1000	250
3	6000	205	5000	220

*Определить:*

1. С помощью относительных величин динамики изменение курса акций каждого эмитента;
2. С помощью относительных величин структуры долю акций каждого эмитента общем объеме продаж.

Сформулировать вывод.

### Контрольные вопросы

1. Раскройте понятие и значимость абсолютных статистических величин. Приведите примеры абсолютных величин.
2. В каких единицах измерения выражаются абсолютные статистические величины. Приведите примеры.
3. Раскройте понятие и значимость относительных статистических величин.
4. Каковы основные условия правильного расчета относительной величины?
5. В какой форме могут быть выражены относительные величины?
6. Какие существуют виды относительных величин? Приведите примеры их расчета.
7. В чем состоит взаимосвязь абсолютных и относительных величин и необходимость их комплексного применения.
8. Какие виды, способы получения и единицы измерения абсолютных величин существуют?

## ТЕМА 5. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Одним из этапов обработки статистических данных является расчет *средних показателей*, дающих обобщающую количественную характеристику изучаемого явления.

*Средняя величина* – это обобщающий показатель, характеризующий типический, свойственный для данной совокупности уровень явления. Средняя всегда обобщает количественную вариацию признака, т. е. в средних величинах погашаются индивидуальные различия единиц совокупности, обусловленные случайными обстоятельствами.

Одним из важных условий расчета средних величин это *качественная однородность* единиц совокупности в отношении осредняемого признака. Средние величины, исчисленные для явлений разного типа могут затушевывать и искажать различия разнородных совокупностей.

Средние величины делятся на два больших класса:

1. *Степенные средние*;
2. *Структурные средние*.

К степенным средним относятся такие наиболее известные и часто применяемые виды, как *средняя геометрическая, средняя арифметическая и средняя квадратическая*.

В качестве структурных средних рассматриваются *мода и медиана*.

Остановимся на степенных средних. Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть *простыми и взвешенными*.

*Простая средняя* считается по не сгруппированным данным и имеет следующий общий вид:

$$\bar{x}_{\text{степенн.прост.}} = \sqrt[m]{\frac{\sum x_i^m}{n}}$$

*Взвешенная средняя* определяется по сгруппированным данным и имеет общий вид:

$$\bar{x}_{\text{степенн.прост.}} = \sqrt[m]{\frac{\sum x_i^m f_i}{\sum f_i}}$$

где  $x_i$  – варианта (значение) осредняемого признака или середина интервала;

$m$  – показатель степени средней;

$n$  – число вариантов;

$f_i$  – частота, показывающая, сколько раз встречается  $i$ -е значение осредняемого признака.

В зависимости от того, какое значение он принимает, различают следующие виды *степенных средних*:

1. Средняя гармоническая, если  $m = -1$ :

$$a) \bar{x}_{\text{гарм.прост.}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

$$б) \bar{x}_{\text{гармон.взвешен.}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}}$$

2. Средняя геометрическая, если  $m \rightarrow 0$ :

$$a) \bar{x}_{\text{геом.прост.}} = \sqrt[n]{\prod x_i}$$

$$б) \bar{x}_{\text{геом.взвеш.}} = \sqrt[n]{\prod x_i^{f_i}}$$

3. Средняя арифметическая, если  $m = 1$ :

$$a) \bar{x}_{\text{ариф.прост.}} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$б) \bar{x}_{\text{ариф.взвеш.}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

Средняя арифметическая обладает рядом свойств, находящихся широкое применение в статистической практике. Первое свойство: если все частоты увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то результат расчета средней останется неизменным; второе свойство: если осредняемые значения увеличить или уменьшить на одно и то же число, или в одно и то же число раз, то результат расчета средней изменится на то же самое число, или в то же самое число раз. Например:

$$\bar{x}' = \frac{\sum (x_i \pm A) f_i}{\sum f_i} = \bar{x} \pm A$$

4. Средняя квадратическая, если  $m = 2$ :

$$a) \bar{x}_{\text{квадрат.прост.}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

$$б) \bar{x}_{\text{квадрат.взвеш.}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}$$

5. Средняя кубическая, если  $m = 3$ :

$$a) \bar{x}_{\text{куб.прост.}} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}}$$

$$б) \bar{x}_{\text{куб.взвеш.}} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i}}$$



В статистической практике наиболее часто находят применение средние арифметические и средние гармонические взвешенные.

### Пример 1

Имеются данные об уровне квалификации работников предприятия:

Таблица 5.1

№ п/п	Тарифный разряд, $x_i$	№ п/п	Тарифный разряд, $x_i$
1	3	6	5
2	5	7	6
3	3	8	5
4	4	9	4
5	4	10	4

Определить средний тарифный разряд 10 рабочих.

*Решение:*

Поскольку исходные данные не сгруппированы, используется средняя арифметическая простая:

$$\bar{x}_{\text{ариф.прост.}} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3+5+3+4+4+5+6+5+4+4}{10} = \frac{43}{10} = 4,3$$

С помощью типологической группировки преобразуем исходные данные и получим следующий ряд распределения (табл. 5.2):

Таблица 5.2

Тарифный разряд, $x_i$	Число рабочих, чел., $f_i$
3	2
4	4
5	3
6	1
Итого	10

Поскольку, данные табл. 4.2 сгруппированы, следовательно, применяется формула средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x}_{\text{ариф.взвеш.}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 1}{10} = \frac{6 + 16 + 15 + 6}{10} = \frac{43}{10} = 4,3$$

Средняя гармоническая взвешенная применяется в тех случаях, когда в логической формуле известен числитель и не известен знаменатель, который, однако, может быть найден как частное от деления значения знаменателя на осредняемую величину.

## Пример 2

Имеются данные о ценах и объемах выпуска одного вида продукции подразделениями предприятия:

Таблица 5.3

№ подразделения	Цена за единицу продукции, р. $x_i$	Выручка от реализации продукции, тыс. р., $x_i f_i$
1	1343	1477,3
2	1250	1775,0
3	1295	1890,7
4	1412	1365,4
Итого	-	6508,4

Определить среднюю цену единицы всей реализованной продукции.

*Решение:*

Для определения средней цены, выведем логическую формулу:

Средняя цена определяется как отношение выручки от реализации к общему физическому объему реализации, то есть:

$$\bar{x} = \frac{\text{выручка}}{\text{объём}}$$

Из данной логической формулы известен объем выручки, то есть числитель и неизвестен объем, то есть знаменатель. Последний, может быть найден как частное от деления величины выручки на величину цены единицы продукции. Таким образом, получим формулу средней гармонической взвешенной. При расчете необходимо иметь ввиду, что цена единицы продукции выражена в рублях, а выручка в тысячах рублей.

$$\bar{x}_{\text{гармон. взвешен.}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}} = \frac{1477,3 + 1775,0 + 1890,7 + 1365,4}{\frac{1477,3}{1,343} + \frac{1775,0}{1,25} + \frac{1890,7}{1,295} + \frac{1365,4}{1,412}} = \frac{6508,4}{4947} = 1,316 \text{ тыс. р.}$$

Таким образом, средняя цена единицы продукции составила 1316 р.

Структурные средние применяются для изучения внутреннего строения рядов распределения. Также они используются для определения средней величины, если по исходным данным ее расчет невозможен.

В качестве структурных средних чаще всего применяются показатели моды и медианы.

*Мода* – это наиболее часто встречающееся значение признака.

В дискретном ряду мода определяется визуально по максимальной частоте или частости.

В интервальном ряду по наибольшей частоте определяется модальный интервал, а конкретное значение моды в интервале вычисляется по формуле:

$$Mo = x_n + h \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$

где  $x_n$  – нижняя граница модального интервала;

$h$  – величина интервала;

$f_{Mo}$  – частота модального интервала;

$f_{Mo-1}$  – частота предмодального интервала;

$f_{Mo+1}$  – частота послемодального интервала.

Графически, мода определяется с помощью гистограммы.

**Медиана** – величина, делящая упорядоченную совокупность на две равные части.

В дискретном ряду распределения медиана, а в интервальном ряду – медианный интервал будут соответствовать первому значению признака (интервалу), накопленная частота которого превысит половинную сумму частот. Конкретное значение медианы для интервального ряда определяется по формуле:

По сгруппированным данным медиана определяется по следующей формуле:

$$Me = x_n + h \frac{N - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

где  $x_n$  – нижняя граница медианного интервала;

$h$  – величина интервала;

$N$  – порядковый номер медианы, определяется как  $\frac{\sum f_i}{2}$ ;

$S_{Me-1}$  – сумма накопленных частот предмедианного интервала;

$f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Графически, медиана определяется с помощью кумуляты.

### Пример 3

Численность и стаж работы работников предприятия характеризуется следующими данными:

Таблица 5.4

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.	Кумулятивные итоги, $S_i$
До 2	5	5
2-4	10	15
4-6	22	37
6-8	18	55
8-10	13	68
свыше 10	12	80
Итого	80	-

Определить моду и медиану стажа работы работников предприятия.

*Решение:*

Для определения *моды* найдем интервал, в котором она находится. В данном случае, больше всего работников, а именно 22 чел., имеют стаж 4-6 лет. Следовательно, данный интервал будет считаться модальным.

$$Mo = 4 + 2 \frac{22 - 10}{(22 - 10) + (22 - 18)} = 5,5 \text{ лет}.$$

Таким образом, наиболее часто встречающимся признаком в данном ряду распределения является стаж работы, равный 5,5 годам.

Для графического определения моды построим гистограмму распределения (рис. 5.1).

Точка пересечения перпендикуляра, проведенного из точки пересечения отрезков, изображенных на рисунке и оси абсцисс, соответствует модальному значению изучаемого вариационного ряда.

Для расчета значения медианы необходимо:

1. Определить порядковый номер медианы:

$$N = \frac{\sum f_i}{2} = \frac{80}{2} = 40,$$

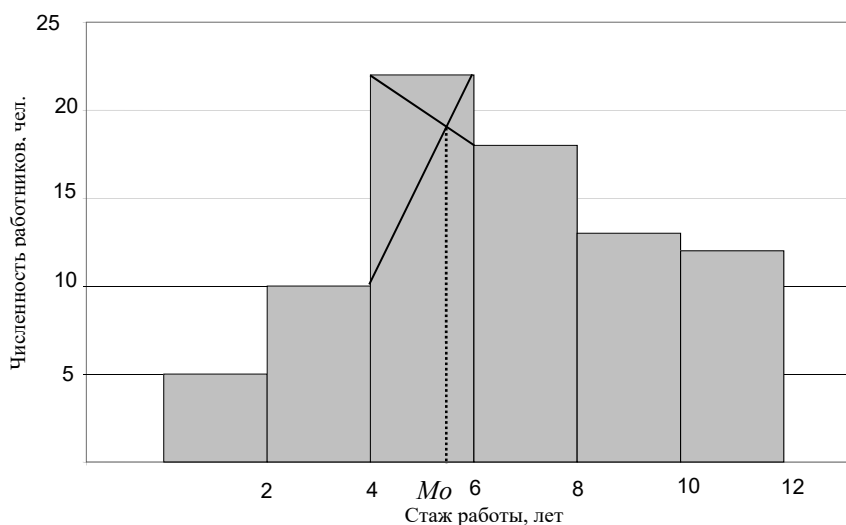


Рис. 5.1. Гистограмма распределения численности работников

2. Определить сумму накопленных частот,  $S_i$ .

В данном примере, медиана находится в интервале 6-8 лет.

Точное медианное значение определяется следующим образом:

$$Me = x_i + h \frac{N - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 6 + 2 \cdot \frac{40 - 37}{18} = 6,3 \text{ года}.$$

Графическое определение медианы по представленным выше данным, проводится следующим образом:

По имеющимся частотам определим их кумулятивные (накопленные) итоги ( $S_i$ ) (графа 3, табл. 5.4). Затем, по накопленным частотам построим кумуляту распределения (рис. 5.2).

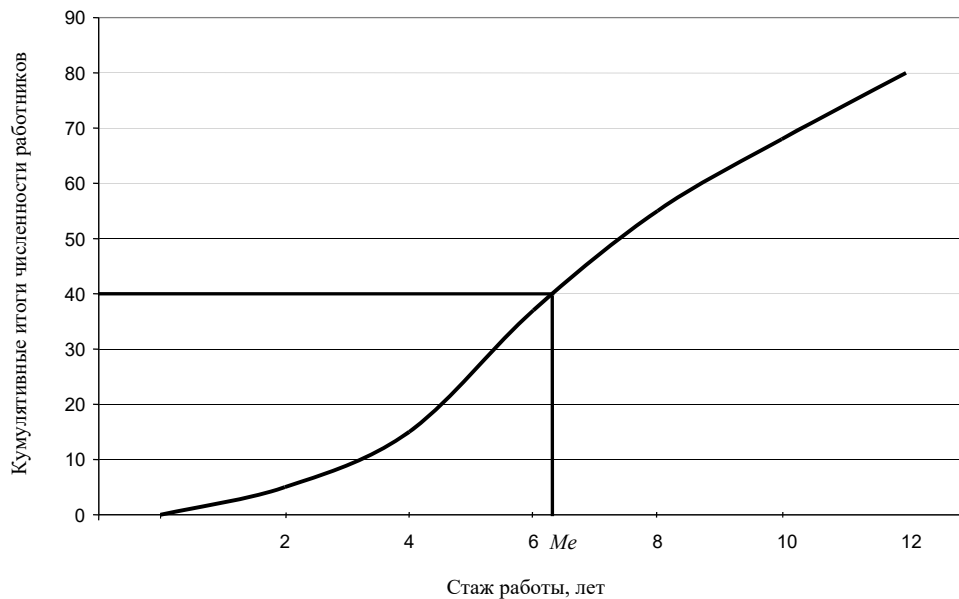


Рис. 5.2. Кумулята распределения численности работников

На оси ординат находим точку, соответствующую значению порядкового номера медианы (в данном случае 40) и из нее проводим перпендикуляр до пересечения с кривой. Затем из точки пересечения проводим перпендикуляр до оси абсцисс. Точка пересечения перпендикуляра и оси  $x$  будет соответствовать медианному значению.

Рассмотренные показатели (мода и медиана) раскрывают характер последовательного изменения частот, поэтому в анализе закономерностей распределения используются также ранговые (порядковые) показатели: *квартили* и *децили*.

*Квартили* – это значения вариантов, которые делят упорядоченный ряд по объему на четыре равновеликие части. Следовательно, в ряду распределения выделяют три квартиля. Расчет квартилей основывается на кумулятивных частотах (частостях), первый и третий квартили определяются по формулам:

$$\text{Первый квартиль: } Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{\frac{1}{4} \sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}};$$

$$\text{Второй квартиль: } Q_2 = x_{Q_2} + h \frac{\frac{1}{2} \sum f_i - S_{Q_2-1}}{f_{Q_2}};$$

$$\text{Третий квартиль: } Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{0,75 \sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}.$$

*Децили* – значения вариантов, которые делят упорядоченный ряд по объему на 10 равных частей. В ряду распределения выделяют девять децилей (медиана – пятый дециль). Расчет децилей также основан на кумулятивных частотах (частостях) и определяется по формулам:

$$D_1 = x_{D_1} + h \frac{1/10 \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}};$$

$$D_2 = x_{D_2} + h \frac{1/5 \sum f_i - S_{D_2-1}}{f_{D_2}} \dots$$

$$D_9 = x_{D_9} + h \frac{0,9 \sum f_i - S_{D_9-1}}{f_{D_9}}.$$

#### Пример 4

По данным примера 3, рассчитать квартили и децили стажа работы работников предприятия.

1. Рассчитаем квартили:

$$\text{Первый квартиль: } Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{1/4 \sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} = 0 + 1 \frac{0,25 \cdot 80}{5} = 4;$$

Из проведенного расчета видно, что 25 % сотрудников, с наименьшим стажем работы, проработали на данном предприятии менее 4 лет.

$$\text{Второй квартиль: } Q_2 = x_{Q_2} + h \frac{1/2 \sum f_i - S_{Q_2-1}}{f_{Q_2}} = 4 + 2 \frac{\frac{80}{2} - 15}{22} = 6,3$$

$$\text{Третий квартиль: } Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{0,75 \sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} = 8 + 2 \frac{0,75 \cdot 80 - 55}{13} = 8,8$$

2. Рассчитаем первую и девятую децили:

$$D_1 = x_{D_1} + h \frac{1/10 \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}} = 0 + 2 \frac{0,1 \cdot 80 - 0}{5} = 3,2 \text{ лет}$$

$$D_9 = x_{D_9} + h \frac{0,9 \sum f_i - S_{D_9-1}}{f_{D_9}} = 10 + 2 \frac{0,9 \cdot 80 - 68}{12} = 10,7 \text{ лет}$$

Таким образом, 10 % работников, имеющих наименьший стаж из 80 чел., проработали на данном предприятии менее 3,2 лет. А 10 % работников, имеющих наибольший стаж, проработали на предприятии более 10,7 лет.

## Задачи для самостоятельной работы

### Задача 5.1

По двум подразделениям предприятия имеются следующие данные о распределении работников по величине месячной заработной платы:

Таблица 5.5

Заработная плата в месяц, р.	Численность работников	
	Подразделение 1	Подразделение 2
до 8000	16	10
8000-10000	24	19
10000-12000	29	26
12000-14000	21	25
14000-16000	12	18
Итого	102	98

Определить, на сколько процентов средняя заработная плата работников первого подразделения выше средней заработной платы работников второго подразделения.

### Задача 5.2

Распределение малых предприятий сферы услуг по величине прибыли характеризуется следующими данными:

Таблица 5.6

Группы предприятий по размеру годовой прибыли, тыс. р.	Число малых предприятий		
	Регион 1	Регион 2	Регион 3
до 100	15	10	20
100-200	16	34	28
200-300	14	56	39
300-400	11	26	29
свыше 400	08	11	12
Итого	144	137	128

Определить средний размер прибыли, приходящейся на одно предприятие:

1. По каждому региону;
2. По трем регионам вместе;

Сформулировать вывод.

### Задача 5.3

Имеются данные за два периода о ценах на один вид товара, реализуемого тремя предприятиями:

Таблица 5.7

№ предприятия	Первый квартал		Второй квартал	
	Цена за единицу, р.	Продано товаров, ед.	Цена за единицу, р.	Выручка от реализации, тыс. р.
1	350	1560	354	557,6
2	373	1489	385	601,4
3	345	1690	360	586,1

Определить:

1. Среднюю цену реализации продукции в первом и втором кварталах;
2. Процентное изменение средней цены единицы продукции во втором квартале по сравнению со средней ценой первого квартала.

#### Задача 5.4

Известны данные по четырем филиалам предприятия:

Таблица 5.8

Филиал	Среднегодовая балансовая величина основных средств, млн р.	Фондоотдача, р.	Производительность труда, тыс. р.	Фондовооруженность труда, тыс. р.
1	126,3	1,05	1650,3	1571,7
2	98,4	1,12	1898,4	1695
3	200,5	0,97	1369	1411,3
4	125	1	1400,6	1400,6

Определить средние значения представленных в таблице показателей.

#### Задача 5.5

Распределение предприятий региона по величине прибыли за два года характеризуется следующими данными:

Таблица 5.8

Размер годовой прибыли, тыс. р.	Базисный период		Отчетный период	
	Число предприятий	Стоимость всей произведенной продукции, тыс. р.	Число предприятий	Объем произведенной продукции на одно предприятие, тыс. р.
до 1000	12	126890	15	11589
1000-2000	34	441660	38	14590
2000-3000	26	443300	28	18405

Определить:

1. Среднюю величину прибыли на одно предприятие в 2010 и 2011 гг.;
2. Средний объем продукции на одно предприятие региона в 2010 и в 2011 году.



3. Процентное изменение среднего размера прибыли и среднего объема выпуска продукции в 2011 г. против 2010 г.

Сформулировать вывод.

### **Задача 5.6**

Имеются данные о численности и месячной заработной плате основных и вспомогательных рабочих за два месяца:

Таблица 5.9

Категории рабочих	1-й месяц		2-й месяц	
	Численность работников	Средняя месячная заработная плата, р.	Фонд заработной платы, тыс. р.	Средняя месячная заработная плата, р.
Основные	450	14800	7025,7	15250
Вспомогательные	80	11600	992,2	12190

*Определить:*

1. Среднюю месячную заработную плату в первом и втором месяце;
2. Процентное изменение средней месячной заработной платы во втором месяце по сравнению с первым.

Сформулировать вывод.

### **Задача 5.6**

Имеются данные о возрастной структуре основных производственных фондов промышленного предприятия:

Таблица 5.10

Возраст основных фондов, лет	Количество основных производственных фондов, % к итогу
до 3	10,2
3-6	12,2
6-9	22,2
9-12	31,3
12-15	15,7
свыше 15	8,4
Итого	100,0

*Определить:*

1. Средний арифметический возраст оборудования;
2. Модальный и медианный возраст основных фондов (расчетным и графическим путем).

Сформулировать выводы.

### **Задача 5.8**

По трем регионам известны следующие показатели:

Таблица 5.11

Регионы	Общее число медицинских учреждений	в т. ч. доля больниц, %	Среднее численность медперсонала медицинского учреждения, чел.	в т. ч. процент среднего медицинского персонала	Среднее число койко-мест в расчете на одну больницу
А	52	23,1	450	69,4	221
Б	31	22,6	406	65,3	196
В	60	15	392	67,1	206

По трем регионам вместе определить:

1. Среднее число медицинских учреждений;
2. Среднюю долю и среднее число больниц;
3. Среднюю численность медперсонала медицинского учреждения;
4. Среднюю долю среднего медицинского персонала в медицинских учреждениях;
5. Среднее число койко-мест в больницах.

Сформулировать вывод.

### Задача 5.9

Распределение безработных региона по возрасту характеризуется следующими данными:

Таблица 5.11

Возрастная группа, лет	Численность безработных, процентов к итогу
до 20	5,6
20-25	15,6
25-30	14,5
30-35	11,8
35-40	14,4
40-45	13,8
45-50	10,6
50-55	8,2
55 и более	5,5
Итого	100,0

Определить:

1. Средний возраст безработных;
  2. Модальный возраст безработных, в т. ч. графически;
  3. Медианный возраст безработных, в т. ч. графически;
- Сформулировать вывод.

**Задача 5.10**

Имеется распределение 80 рабочих по показателю выполнения дневной нормы выработки продукции:

Таблица 5.12

Процент выполнения нормы	Число сотрудников
94-96	3
96-98	9
98-100	16
100-102	25
102-104	18
104-106	13
106-108	4
108-110	2

*Определить:*

1. Средний процент выполнения нормы;
  2. Моду и медиану процента выполнения нормы (расчетным и графическим путем);
- Сформулировать вывод.

**Задача 5.11**

Имеются данные о финансовых результатах работы предприятий, входящих в состав коммерческой фирмы:

Таблица 5.13

№ п/п	Прибыль, млн р.	Рентабельность продаж, %
1	24	32
2	17	24
3	22	35

*Определите среднюю рентабельность продаж фирмы.*

**Задача 5.12**

Имеются следующие условные данные о реализации акций на фондовой бирже:

Таблица 5.14

Брокер	Дата торгов					
	15.06		22.06		29.06	
	объем продаж, тыс. р.	количество проданных акций, шт.	средний курс акций, р.	объем продаж, тыс. р.	средний курс акций, р.	количество проданных акций, шт.
1	720	4100	190	608	205	3950
2	322,2	1800	175	372,8	183	1000

Брокер	Дата торгов					
	15.06		22.06		29.06	
	объем продаж, тыс. р.	количество проданных акций, шт.	средний курс акций, р.	объем продаж, тыс. р.	средний курс акций, р.	количество проданных акций, шт.
3	304,2	1560	190	437	180	4500
4	175,5	900	184	276	185	1960
5	691,2	3600	189	661,5	190	3150

*Определите:*

1) Средний курс акций на бирже по каждой дате торгов (отметьте, какие средние при этом использовались);

2) На сколько процентов изменялся средний курс акций на торгах от даты к дате и в среднем за рассматриваемый период.

Сформулировать выводы.

### **Задача 5.13**

Имеются данные о группировке крестьянских (фермерских) хозяйств по размеру предоставленных им земельных участков на начало года:

Таблица 5.15

Группировка крестьянских хозяйств по размеру земельных участков, га	Число хозяйств
до 3	12
3-5	62
5-7	140
7-9	223
9-11	352
11-13	250
13-15	112
15-17	38
17 и более	15

*Определить:*

1. Средний арифметический размер земельного участка;
2. Модальный размер земельного участка (в том числе графически);
3. Медианный размер земельного участка (в том числе графически);

Сформулировать вывод.

### **Задача 5.14**

Имеются данные о численности и возрасте группы лиц:

Таблица 5.16

Возраст, лет	Численность, чел.
до 18	15
18-22	26
22-26	44
26-30	52
30-34	38
свыше 34	35

*Определить:*

1. Средний арифметический возраст лиц;
  2. Медиану и моду возраста лиц (в том числе графически);
- Сформулировать вывод.

### **Задача 5.15**

По трем городам известны следующие данные:

Таблица 5.17

Город	Число средних общеобразовательных учреждений	Из них гимназий	Среднее число учащихся в расчете на одно образовательное учреждение
А	26	3	841
Б	118	18	908
В	46	6	858

По трем городам вместе *определить:*

1. Среднее число средних общеобразовательных учреждений;
  2. Среднюю долю гимназий;
  3. Среднее число учащихся в расчете на одно учебное заведение.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 5.16**

Имеются данные о стаже работы рабочих цеха:

Таблица 5.18

Стаж работы, лет	Число рабочих
до 3	17
3-5	28
5-7	33
7-9	15
свыше 9	7
Итого	100

Определить:

1. Среднее линейное отклонение;
2. Модальный стаж работы работников;
3. Медианный стаж работы работников предприятия;

Сформулировать вывод.

### **Задача 5.17**

Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства продукции промышленным предприятием:

Таблица 5.19

№ цеха	2015 г.		2016 г.	
	Себестоимость ед. продукции, р.	Произведено тыс. шт.	Себестоимость ед. продукции, р.	Общая себестоимость произведенной продукции, тыс. р.
1	183	35	189	8815
2	160	85	170	12750
3	165	45	160	5700

Определить:

1. Среднюю себестоимость единицы продукции в 2015 и 2016 гг.;
2. Процентное изменение средней себестоимости в 2016 году по сравнению с 2015 годом.

Сформулировать выводы.

### **Задача 5.18**

По предприятиям одной отрасли известны следующие данные:

Таблица 5.20

Предприятие	Фондоёмкость производства, р.	Среднегодовая стоимость основных средств, млн р.	Рентабельность продаж, %
А	0,78	33,6	24,1
Б	0,91	117,4	18,6
В	0,9	98,9	21,7
Г	1,0	144,3	20,8

Определить по четырем предприятиям вместе:

1. Среднюю фондоёмкость производства продукции;
2. Среднегодовую стоимость основных средств;
3. Среднюю рентабельность продаж;
4. Средний размер прибыли.

Сформулировать вывод.

**Задача 5.19**

Имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих:

Таблица 5.21

Подразделение	Базисный год		Отчетный год	
	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников в подразделении, чел.	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Стоимость всей произведенной продукции, тыс. р.
1	650	25	662	16850
2	890	18	898	17300
3	720	22	735	14980

Определить:

1. Среднюю выработку одного работника в базисном и отчетном году;
  2. На сколько процентов изменилась средняя выработка в отчетном году по сравнению с базисным;
- Сформулировать выводы.

**Задача 5.20**

Известны данные о размере вклада одного из филиалов коммерческого банка:

Таблица 5.22

Размер вклада, тыс. р.	Количество вкладчиков, % к итогу
до 20	12,5
20-40	13,8
40-60	29,7
60-100	30,3
100-200	9,2
св. 200	4,5
Итого	100,0

Определить по формуле и графически:

1. Модальный размер одного вклада;
2. Медианный размер одного вклада.

Сформулировать вывод.

**Задача 5.21**

По трем коммерческим банкам известен размер депозитов:

Таблица 5.23

Размер депозита, р.	Число вкладчиков, чел.		
	банк А	банк Б	банк В
до 50	25	190	63
50 – 100	98	287	129
100 – 200	123	442	129
200 – 300	170	500	110
300 – 400	227	451	86
400 – 500	169	320	53
св. 500	108	240	40
Итого	920	2430	610

*Определить:*

1) Средний арифметический размер одного вклада:

а) по каждому банку;

б) по трем банкам вместе;

2) Модальный и медианный размер вклада:

а) по каждому банку;

б) по трем банкам вместе;

Сформулировать вывод.

### **Задача 5.22**

Известны показатели экспорта предприятий двух отраслей региона:

Таблица 5.24

Экспорт продукции, млн евро	Число предприятий	
	Отрасль А	Отрасль Б
до 30	2	19
30-40	8	26
40-50	14	24
50-60	18	21
св. 60	9	17

*Определить:*

1. Средний объем экспорта предприятий каждой отрасли;

2. Средний объем экспорта предприятий двух отраслей региона вместе.

### **Контрольные вопросы**

1. В чем заключается сущность и роль средней величины в статистике?
2. Какие условия необходимо учитывать при расчете средней величины?
3. Какие виды средних применяются в статистике?
4. Как исчисляются средняя арифметическая простая и взвешенная?
5. Как исчисляются средняя гармоническая простая и взвешенная?



6. Как исчисляется средняя геометрическая?
7. Как исчисляются структурные средние – мода и медиана?
8. В каких случаях применяется средняя гармоническая?
9. Что характеризуют квантили вариационного ряда?
10. Что характеризует децильный коэффициент дифференциации и коэффициент фондов.

## ТЕМА 6. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Средние величины раскрывают важную обобщающую характеристику совокупности по варьирующему признаку. Рассчитав их, необходимо уяснить, насколько они показательны, типичны или однородны. Одинаковые средние могут характеризовать, совершенно разнородные совокупности. Провести оценку однородности совокупности, а также типичности средней величины можно с помощью расчета показателей вариации.

*Вариация признака* – это изменение значений признака у единиц статистической совокупности, которые обусловлены влиянием действия различных факторов.

Применение показателей вариации в экономическом анализе достаточно широко: они рассчитываются для статистических совокупностей упорядоченных с помощью метода группировок, классификаций, построения рядов распределения и позволяют оценить колебания значений изучаемого признака, однородность совокупности по данному признаку.

Существуют две группы показателей вариации:

- абсолютные;
- относительные.

1) *Абсолютные показатели вариации.*

Абсолютная величина, с помощью которой измеряется вариация признака, – *размах вариации*.

Размах вариации ( $R$ ) – это разность между наибольшим и наименьшим значениями признака.

Определяется размах вариации следующим образом:

$$H = x_{\max} - x_{\min}$$

где  $x_{\max}, x_{\min}$  – наибольшее и наименьшее значение признака в изучаемой совокупности;

Величина размаха вариации зависит от крайних значений признака и не отражает колеблемости признака у основной массы единиц совокупности.

В ряде случаев, возникает необходимость в расчете показателя, который будет отражать вариацию значений признаков от их средней (общей) величины. К таким показателям относятся:

- среднее линейное отклонение;
- дисперсия;
- среднее квадратическое отклонение.

Вышеуказанные показатели вариации представляют собой средние величины, полученные из отклонений индивидуальных значений признака от их среднего.

Среднее линейное отклонение дает обобщенную характеристику степени колеблемости признака в совокупности и вычисляется для несгруппированных и сгруппированных данных по следующим формулам:

а) для не сгруппированных данных (простое):

$$l = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

б) для сгруппированных данных (взвешенное):

$$l = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}$$

где  $x_i$  – варианта;

$\bar{x}$  – средний уровень изучаемого ряда распределения;

$f_i$  – частота.

Среднее отклонение случайной величины от ее математического ожидания равно нулю, в практике обычно используют другой показатель, а именно дисперсия. *Дисперсия* – это средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины, который в зависимости от исходных данных рассчитывается по формулам простой дисперсии (для несгруппированных данных) и взвешенной дисперсии (для сгруппированных данных):

а) для не сгруппированных данных (простое):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

б) для сгруппированных данных (взвешенное):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Формула дисперсии также может быть записана в следующем виде:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$

Для несгруппированных данных преобразованная формула для определения дисперсии имеет вид:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left( \frac{\sum x_i}{n} \right)^2,$$

для сгруппированных:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \left( \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \right)^2$$

*Среднее квадратическое* отклонение рассчитывается как корень квадратный из дисперсии. Эта величина также вычисляется как простая или взвешенная в зависимости от того, каковы исходные данные – сгруппированные или несгруппированные:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Преобразуем вышеуказанную формулу среднего квадратического отклонения:

а) для не сгруппированных данных (простое):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

б) для сгруппированных данных (взвешенное):

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

2. *Относительные показатели вариации* характеризуют колеблемость изучаемых признаков в совокупности или одного и того же признака в нескольких совокупностях. Эти показатели исчисляются в виде отношения (в %) абсолютного показателя вариации к средней арифметической. Существуют следующие относительные показатели вариации:

а) *Коэффициент вариации*:

$$v_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

б) *Коэффициент осцилляции*:

$$v_H = \frac{H}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

в) *Коэффициент среднего линейного отклонения*:

$$v_l = \frac{l}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Чем меньше значения перечисленных выше показателей вариации, тем более однородна совокупность и, тем более типична рассчитанное по ее данным среднее значение.

В статистической совокупности, разбитой на однородные группы по какому-либо признаку, общая вариация складывается из внутригрупповой и межгрупповой вариации. В данном случае, в силу вступает правило сложения дисперсий. Общая дисперсия, в соответствии с этим правилом может быть рассчитана по формуле:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_j^2 + \delta^2$$

где  $\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$  – средняя из внутригрупповых дисперсий ( $\sigma_j^2$  – внутригрупповая дисперсия в  $j$ -й группе,  $n_j$  – численность  $j$ -й группы);

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$$
 – межгрупповая дисперсия ( $\bar{x}_j$  – групповые средние,

$\bar{x}$  – общая средняя изучаемого показателя).

Дисперсия доли определяется двумя способами:

а) путем определения общей дисперсии доли по формуле:

$$\sigma^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})$$

где  $\bar{p} = \frac{\sum p_j \cdot n_j}{\sum n_j}$  – средняя доля.

б) путем применения правила сложения дисперсий:

Дисперсия доли в  $j$ -й группе определяется по формуле:

$$\sigma_j^2 = p_j \cdot (1 - p_j)$$

где  $p_j$  – доля изучаемого признака в  $j$ -й группе.

Отсюда, средняя из внутригрупповых дисперсий доли, определяется по формуле:

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum p_j \cdot (1 - p_j) \cdot n_j}{\sum n_j}$$

Межгрупповая дисперсия определяется:

$$\delta^2 = \frac{\sum (p_j - \bar{p})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$$

Далее для нахождения общей дисперсии используется уже известное правило сложения дисперсий.

С помощью перечисленных показателей можно определить *эмпирическое корреляционное отношение* ( $\eta$  – «эта»), которое используется для оценки силы влияния группировочного признака на общую вариацию признака, или для оценки тесноты зависимости результативного признака от группировочного. Данный показатель рассчитывается по формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$$

Значение коэффициента эмпирического корреляционного отношения находится в пределах от 0 до 1. Если  $\eta = 1$ , то связь между изучаемым фактором и вариацией признака функциональна, то есть признак, положенный в основу группировки полностью определяет общую вариацию. Если  $\eta = 0$ , то связь между изучаемым фактором и общей вариацией признака полностью отсутствует. Фактическое значение эмпирического корреляционного отношения оценивает по степени близости к крайним значениям.

### Пример 1

Имеются данные о стаже работы рабочих одного из цехов предприятия:

Таблица 6.1

Стаж работы, лет	Число рабочих
до 3	17
3-5	28
5-7	33
7-9	15
свыше 9	7
Итого	100

*Определить:*

1. Среднее линейное отклонение стажа;
2. Дисперсию стажа работы;
3. Среднее квадратическое отклонение стажа работы;
4. Коэффициент вариации стажа работы.

Сформулировать вывод.

*Решение:*

Расчет показателей вариации проведем в следующей таблице:

Таблица 6.2

Стаж работы, лет	Середины интервалов, $x_i$	Число рабочих, $f_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x}  \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
до 3	2	17	3,3	56,1	185,13
3-5	4	28	1,3	36,4	47,32
5-7	6	33	0,7	23,1	16,17
7-9	8	15	2,7	40,5	109,35
свыше 9	10	7	4,7	32,9	154,63
Итого	-	100	-	189	512,6

Средний арифметический стаж работы равен 5,3 лет, то есть  $\bar{x} = 5,3$ .

1. Среднее линейное отклонение

Поскольку, исходные данные сгруппированы, то используется формула:

$$l = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{189}{100} = 1,89 \text{ лет}$$

2. Дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{512,6}{100} = 5,13 \text{ лет}$$

3. Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5,13} = 2,26 \text{ лет}$$

4. Коэффициент вариации

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2,26}{5,3} \cdot 100\% = 42,6\%$$

Полученное высокое значение коэффициента вариации говорит о количественной неоднородности совокупности и о не типичности для данной совокупности исчисленного среднего стажа работы.

### Пример 2

Имеются данные о численности, заработной плате и квалификации работников предприятия:

Таблица 6.3

Тарифный разряд	Численность рабочих, $n_j$	Средняя месячная заработная плата, р., $\bar{x}_j$	Среднее квадратическое отклонение, р., $\sigma_j$
2-4	125	12560	350
4-6	98	14180	520

*Определить:*

1. Среднюю месячную заработную плату всех рабочих;
2. Среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсию;
3. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости величины заработной платы от уровня квалификации.

Сформулировать вывод.

*Решение:*

1. Среднюю месячную заработную плату всех рабочих определим с помощью средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{12560 \cdot 125 + 14180 \cdot 98}{125 + 98} = 13272 \text{ р.}$$

2. Поскольку на известны величины внутригрупповых средних квадратических отклонений, следовательно мы можем сразу определить величины групповых дисперсий, путем возведения во вторую степень, а затем найти среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{350^2 \cdot 125 + 520^2 \cdot 98}{125 + 98} = 187496,4 \text{ р.}$$

Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(12560 - 13272)^2 \cdot 125 + (14180 - 13272)^2 \cdot 98}{125 + 98} = 278858,6 \text{ р.}$$

Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_j^2 + \delta^2 = 187496,4 + 278858,6 = 466355 \text{ р.}$$

3. Эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{278858,6}{466355,0}} = 0,773$$

Полученное значение эмпирического корреляционного отношения говорит о наличии достаточно высокой степени зависимости величины заработной платы от уровня квалификации работников, а именно, расхождение среднемесячной заработной платы двух групп работников на 77,3 % объясняется влиянием фактора уровня квалификации.

### Пример 3

По трем цехам предприятия имеются данные о численности и удельном весе работников старше 50 лет:

Таблица 6.4

№ цеха	Численность работников $n_j$	Удельный вес работников старше 50 лет, % $p_j$
1	230	15
2	140	22
3	130	12
Итого	500	-

*Определить:*

1. Среднюю долю работников старше 50 лет по всем цехам;
2. Общую дисперсию доли.

*Решение:*

*Способ 1*

1. Средняя доля работников

$$\bar{p} = \frac{\sum p_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{0,15 \cdot 230 + 0,22 \cdot 140 + 0,12 \cdot 130}{500} = 0,162 \text{ (16,2 \%)}$$

2. Общая дисперсия

$$\sigma^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p}) = 0,162 \cdot (1 - 0,162) = 0,136$$

*Способ 2*

1. Определим дисперсию доли по каждому цеху (внутригрупповую дисперсию доли):

$$\sigma_1^2 = p_j \cdot (1 - p_j) = 0,15 \cdot (1 - 0,15) = 0,128$$

$$\sigma_2^2 = p_j \cdot (1 - p_j) = 0,22 \cdot (1 - 0,22) = 0,172$$

$$\sigma_3^2 = p_j \cdot (1 - p_j) = 0,12 \cdot (1 - 0,12) = 0,106$$

2. Определим среднюю из внутригрупповых дисперсий:



$$\overline{\sigma}_j^2 = \frac{\Sigma \sigma_j^2 \cdot n_j}{\Sigma n_j} = \frac{0,128 \cdot 230 + 0,172 \cdot 140 + 0,106 \cdot 130}{500} = 0,135$$

3. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\Sigma (p_j - \bar{p})^2 \cdot n_j}{\Sigma n_j} = \frac{(0,15 - 0,162)^2 230 + (0,22 - 0,162)^2 140 + (0,12 - 0,162)^2 130}{500} = 0,001$$

4. Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma}_j^2 + \delta^2 = 0,135 + 0,001 = 0,136$$

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 6.1

Имеются данные о распределении населения региона по величине средне-месячного душевого дохода:

Таблица 6.5

Среднедушевой доход, р.	Численность населения, % к итогу
до 4000	8,9
4000-6000	24,1
6000-8000	25,5
8000-10000	19,9
10000 и более	21,6
Итого	100,0

Определить:

1. Средний размер душевого дохода всего населения региона;
2. Среднее линейное отклонение душевого дохода;
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение душевого дохода;
4. Коэффициент вариации душевого дохода.

Сформулировать выводы.

#### Задача 6.2

По результатам выборочного обследования семей города обеспеченность последних жилой площадью характеризуется следующими данными :

Таблица 6.6

Размер жилой площади на одного члена семьи $m^2$	Число семей
7-9	18
9-11	44
11-13	76
13-15	72
15-17	15
свыше 17	6

*Определить:*

1. Среднюю обеспеченность в жилой площади;
2. Среднее линейное отклонение жилой площади;
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение жилой площади;
4. Коэффициент вариации жилой площади.

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.3**

Имеются данные выборки работников предприятия с целью определения зависимости средней заработной платы от уровня квалификации:

Таблица 6.7

Тарифный разряд	Численность работников, чел.	Средняя месячная заработная плата, р.	Среднее квадратическое отклонение заработной платы, р.
1-2	85	10500	195
2-4	105	12640	230
4-6	96	13240	260

*Определить:*

1. Среднюю месячную заработную плату всех рабочих;
2. Среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсию;
3. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости величины заработной платы от уровня квалификации.

Сделать вывод.

### **Задача 6.4**

В результате статистического обследования работников населенного пункта, были получены следующие результаты:

Таблица 6.8

Величина месячной заработной платы, р.	Численность работников	
	мужчин	женщин
до 10000	21	48
10000-12000	56	84
12000-14000	124	23
14000-16000	41	19
16000-18000	33	15
Итого	275	189

*Определить:*

1. Средний размер месячной заработной платы: а) мужчин; б) женщин; в) в целом.
2. Внутригрупповые дисперсии исследуемого показателя и межгрупповую дисперсию;
3. Общую дисперсию;
4. Коэффициент вариации;

5. С помощью эмпирического корреляционного отношения степень зависимости вариации заработной платы от признака пола.

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.5**

По пяти предприятиям одной отрасли известны данные о численности, и доли рабочих, имеющих профильное образование:

Таблица 6.9

Номер предприятия	Численность рабочих	Для рабочих, имеющих профильное образование, %
1	500	65
2	650	42
3	1050	50
4	860	36
5	740	59
Итого	3800	-

*Определить:*

1. Среднюю долю рабочих, имеющих профильное образование в целом по предприятию;

2. Дисперсию доли рабочих, имеющих профильное образование (двумя способами).

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.6**

Имеются данные об удельном весе основных рабочих в трех цехах фирмы:

Таблица 6.10

№ цеха	Удельный вес основных рабочих, %	Численность всех рабочих, чел.
1	90	420
2	72	385
3	85	340
Итого	-	1145

*Определить:*

1. Долю рабочих в целом по фирме;

2. Общую дисперсию доли основных рабочих (двумя способами).

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.7**

С целью определения влияния фактора повышения квалификации торговых представителей, на результаты деятельности, отделом управления персоналом предприятия было проведено исследование. Результаты исследования 10 торговых представителей представлены в табл. 6.11.

Таблица 6.11

Торговый представитель	Проходил ли переобучение в последние два года	Число заключенных контрактов в день проведения опроса
1	Да	7
2	Нет	6
3	Нет	7
4	Да	8
5	Нет	7
6	Да	8
7	Да	9
8	Нет	8
9	Да	7
10	Да	8

*Требуется:*

1. Провести группировку торговых представителей по признаку прохождения курсов повышения квалификации за последние три года;
2. По каждой полученной группе и целом, определить среднее число заключенных агентами контрактов в день проведения исследования;
3. Определить внутригрупповые, среднюю из групповых, межгрупповую и общую дисперсии числа заключенных контрактов;
4. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости числа заключенных контрактов от фактора повышения квалификации.

Сформулировать выводы.

### **Задача 6.8**

Имеем следующие данные Росстата о распределении численности мужчин и женщин городского и сельского населения по возрастным группам на начало года (тыс. чел.):

Таблица 6.12

Возраст, лет	Городское население		Сельское население	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
0-4	2544	2410	1066	1017
5-9	2222	2115	1062	1019
10-14	2665	2549	1316	1260
15-19	4184	4089	1836	1716
20-24	4814	4797	1457	1337
25-29	4188	4276	1330	1255
30-34	3871	3970	1242	1212
35-39	3394	3572	1239	1212
40-44	3778	4210	1502	1459
45-49	4054	4777	1630	1593
50-54	3523	4441	1312	1369

Возраст, лет	Городское население		Сельское население	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины
55-59	2820	3755	941	1074
60-64	1314	1970	463	660
65-69	1991	3410	854	1354
70 и более	2413	5989	1139	2723

*Вычислить:*

- 1) средний возраст мужчин и женщин городского и сельского населения;
  - 2) дисперсию признака и среднее квадратическое отклонение по каждому виду населения;
  - 3) коэффициент вариации признака.
- Сравнить вариацию, сделать выводы.

### **Задача 6.9**

Урожайность зерновых в хозяйствах района характеризуется следующими данными ц/га:

Таблица 6.13

Урожайность зерновых, ц/га	Число хозяйств
12-15	12
15-18	45
18-21	32
21-24	11
24-27	19
27-30	4

*Определить:*

1. Среднюю арифметическую урожайность по району;
2. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонение урожайности зерновых.
3. Коэффициент осцилляции и коэффициент вариации урожайности зерновых.

Вывод.

### **Задача 6.10**

Имеются данные о численности и возрасте группы лиц:

Таблица 6.14

Возраст, лет	Численность, чел.
до 20	26
20-25	44
25-30	35
30-35	18
35-40	10
Свыше 40	7

*Определить:*

1. Средний арифметический возраст лиц;
2. Среднее линейное отклонение;
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение возраста;
4. Коэффициент вариации возраста.

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.11**

Известны данные о величине месячной заработной платы работников:

Таблица 6.15

Заработная плата в месяц, тыс. р.	Численность работников, чел.	
	Прошедших повышение квалифика- ции	Не прошедших по- вышение квалифи- кации
до 20	8	18
20-24	16	24
24-26	28	14
26-30	26	7
свыше 30	23	2

*Определить:*

1. Средний размер месячной заработной платы:
  - а) по каждой группе работников;
  - б) по двум группам вместе.
2. Внутригрупповую дисперсию заработной платы работников;
3. Межгрупповую дисперсию заработной платы;
4. Общую дисперсию заработной платы;
5. С помощью эмпирического корреляционного отношения, связь между фактором прохождения повышения квалификации работников и их заработной платы.

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.12**

По результатам выборочного обследования семей города обеспеченность последних жилой площадью характеризуется следующими данными:

Таблица 6.16

Размер жилой площади на одного члена семьи, м <sup>2</sup>	Число семей
7-9	18
9-11	44
11-13	76
13-15	72
15-17	15
свыше 17	6

*Определить:*

1. Среднюю обеспеченность в жилой площадью;
  2. Размах вариации и среднее линейное отклонение размера жилой площади на члена семьи;
  3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение размера жилой площади на члена семьи;
  4. Коэффициенты осцилляции, среднего линейного отклонения и среднего квадратического отклонения жилой площади;
- Сформулировать выводы.

### **Задача 6.13**

Имеются данные об удельном весе рабочих старше 40 лет в четырех подразделениях предприятия.

Таблица 6.17

№ подразделения	Удельный вес рабочих, старше 40 лет, %	Численность всех рабочих подразделений, чел.
1	65	560
2	59	400
3	58	320
4	60	510
Итого	-	1790

*Определить:*

1. Долю рабочих старше 40 лет в целом по фирме;
2. Общую дисперсию доли рабочих (двумя способами).

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.14**

Имеется распределение рабочих по показателю выполнения дневной нормы выработки продукции:

Таблица 6.18

Процент выполнения нормы	Число сотрудников
94-96	3
96-98	9
98-100	16
100-102	25
102-104	18
Итого	71

*Определить:*

1. Средний арифметический процент выполнения нормы;
2. Размах вариации и среднее линейное отклонение процента выполнения нормы;
3. Среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации процента выполнения нормы;

Сформулировать вывод.

**Задача 6.15**

Численность и стаж работы работников предприятия характеризуется следующими данными:

Таблица 6.19

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.
до 1	2
1-2	5
2-4	22
4-6	22
6-8	18
8-10	13
свыше 10	12
Итого	80

*Определить:*

1. Средний стаж работы;
2. Среднее квадратическое отклонение стажа работы всех работников;
3. Коэффициент вариации стажа работы работников.

Сформулировать вывод.

**Задача 6.16**

Известны данные о доле земель сельхозназначения в общей площади земельного фонда по регионам:

Таблица 6.20

Доля земель сельхозназначения, %	Число регионов
До 3	11
3-5	15
5-7	16
7-9	12
9-11	4
11 и более	1
Итого	59

*Определить:*

1. Среднюю арифметическую долю земель сельскохозяйственного назначения;
2. Среднее линейное отклонение доли земель сельскохозяйственного назначения;
3. Среднее квадратическое отклонение доли земель сельскохозяйственного назначения;
4. Коэффициент среднего линейного и среднего квадратического отклонения доли земель сельскохозяйственного назначения.

Сформулировать вывод.

**Задача 6.17**

По предприятию известны данные о численности работающих и рабочих:



Таблица 6.21

№ филиала	Среднесписочная численность всех работающих, чел.	Среднесписочная численность рабочих, чел.
1	120	100
2	96	76
3	100	80
4	56	41
5	81	60
6	105	88

*Определить:*

1. Долю рабочих в общей численности работающих по каждому филиалу;
2. Среднюю долю рабочих в целом по предприятию;
3. Внутригрупповую дисперсию доли рабочих в общей численности работающих;
4. Межгрупповую и общую дисперсию доли рабочих в общей численности работающих.

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.18**

Известны данные скорости движения поезда на участке железной дороги.

Таблица 6.21

Скорость движения поезда, км/ч	Длина участка, км
50	46
60	78
70	81
90	152
100	65
105	78
Итого, общая длина участка	500

*По имеющимся данным определить:*

1. Среднюю скорость движения поезда;
  2. Размах вариации движения поезда по участку дороги;
  3. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонение скорости движения поезда;
  4. Коэффициенты осцилляции и вариации скорости движения поезда;
- Сформулировать вывод.

### **Задача 6.19**

Имеются данные, характеризующие работу подразделений сельскохозяйственного предприятия.

Таблица 6.22

Бригада	Посевная площадь яровой пшеницей, га	Урожайность яровой пшеницы, ц/га
1	2520	22,3
2	890	23,5
3	3000	19,8
4	1590	20,8
5	1200	21
6	2000	23
7	1140	20,2

По шести бригадам определить:

1. Среднюю урожайность яровой пшеницы;
  2. Среднюю площадь посевов яровой пшеницы;
  3. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонение урожайности пшеницы;
  4. Коэффициент вариации показателей урожайности;
- Написать вывод.

### **Задача 6.20**

Имеются данные по 10 предприятиям одной отрасли региона:

Таблица 6.23

Номер предприятия	Выручка от продаж за год, млн р.	Среднегодовая балансовая величина основных средств, млн р.	Номер предприятия	Выручка от продаж за год, млн р.	Среднегодовая балансовая величина основных средств, млн р.
1	25,6	22,9	6	33,5	32,4
2	68	63,0	7	76,1	73,5
3	125,1	108,8	8	104,2	94,7
4	59,7	55,5	9	96,6	84,7
5	158,3	142,6	10	81,9	71,8

По десяти предприятиям отрасли определить:

1. Средний коэффициент фондоотдачи основных средств;
  2. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонения величины коэффициента фондоотдачи;
  3. Коэффициент среднего линейного отклонения показателя фондоотдачи.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 6.22**

Известны данные, характеризующие производственную деятельность по пятидневкам трех промышленных предприятий одной отрасли:

Таблица 6.24

Предпри- ятие	Произведено продукции по пятидневкам, млн р.				
	I	II	III	IV	V
1	11,2	12,5	13,2	13,8	12,7
2	4,2	5,2	4,9	5,5	5,1
3	7,5	7,7	8,5	8,8	8,8

*Определить:*

1. По каждому предприятию средний ежедневный выпуск продукции;
2. С помощью изученных показателей вариации провести сравнительный анализ ритмичности выпуска продукции.

Сформулировать вывод.

### **Задача 6.23**

Имеются данные о производительности труда рабочих, работающих в дневную и ночную смены:

Таблица 6.25

Табельный номер рабочего	Выработано продукции, шт.	
	дневная смена	ночная смена
1	15	12
2	11	10
3	13	13
4	14	12
5	16	15
6	14	10
7	15	14
8	13	13
9	10	9
10	15	12

*По имеющимся данным определить:*

1. Среднюю выработку продукции всеми рабочими в дневную и ночную смены;
2. С помощью показателей вариации и величины эмпирического корреляционного отношения, влияние фактора смены на расхождение средней выработки;

Сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

1. Что представляет собой вариация признака, от чего зависят ее размеры?
2. Что представляет собой размах вариации признака?
3. Что показывает среднее линейное отклонение признака в совокупности?
4. Что такое дисперсия признака?
5. Какие показатели относительного рассеяния применяются в статистике?

6. Как определяются межгрупповая и внутригрупповая дисперсии?
7. Что собой представляет правило сложения дисперсии, в чем его практическое значение?
8. В чем смысл определения эмпирического коэффициента детерминации?
9. В чем состоит отличие расчета показателей вариации для сгруппированных и несгруппированных данных?
10. Как измеряется вариация альтернативных признаков?

## ТЕМА 7. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

*Выборочное наблюдение* – это вид не сплошного наблюдения, которое проводится в том случае, когда проведение сплошного наблюдения невозможно, или экономически нецелесообразно. Кроме того, выборочное наблюдение может проводиться для проверки результатов сплошного наблюдения.

Ту часть единиц, которая отобрана для наблюдения, принято называть выборочной совокупностью ( $n$ ), а совокупность, откуда производилась выборка – генеральной совокупностью ( $N$ ).

Качество выборочного наблюдения зависит от того, насколько выборочная совокупность представляет генеральную, т. е. насколько выборка *репрезентативна*. Для обеспечения репрезентативности выборки, необходимо соблюдение принципа случайности отбора единиц генеральной совокупности.

Различают основные способы формирования выборочной совокупности:

1. *Индивидуальный отбор*, включающий в себя:

а) случайный отбор

б) механический отбор

в) стратифицированный (расслоенный) отбор.

2. *Серийный* (гнездовой отбор).

Существуют два метода формирования выборочной совокупности:

1. *Повторный*;

2. *Бесповторный*.

Итогом проведения выборочного наблюдения является расчет обобщающих выборочных характеристик: *выборочной средней* ( $\tilde{x}$ ), и *выборочной доли* ( $w$ ).

Разность между показателями выборочной и генеральной совокупности называется *ошибкой выборки*.

Поскольку выборочная средняя и выборочная доля являются случайными величинами, следовательно и ошибка выборки также носит случайный характер. В связи с этим определяют среднюю из возможных ошибок выборки ( $\mu$  – «мю»):

а) для выборочной средней:

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} ;$$

б) для выборочной доли:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$$

где  $\sigma^2$ ,  $w(1-w)$  – дисперсия, характеристика генеральной совокупности, которая при выборочном наблюдении неизвестна.

При бесповторном отборе подкоренное выражение умножается на величину  $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$ . Для решения практических задач, кроме средней ошибки выборки также определяют *предельную ошибку*, которая связана гарантирующим ее уровнем вероятности. Предельная ошибка выборки определяется путем умножения

средней ошибки на коэффициент доверия ( $t$ ). Значения  $t$  даются в таблице нормального распределения вероятностей.

Таким образом, формулы для определения предельных ошибок при различных методах отбора, выглядят следующим образом:

1. При повторном отборе:

а) для выборочной средней:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}};$$

б) для выборочной доли:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}.$$

2. При бесповторном отборе:

а) для выборочной средней:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

б) для выборочной доли:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

После определения предельных ошибок находят доверительные интервалы, в которых находятся генеральные показатели: *генеральная средняя* ( $\bar{x}$ ) и *генеральная доля* ( $p$ ). Для  $\bar{x}$ : ( $\tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}}$ ). Для  $p$ : ( $w \pm \Delta_w$ ).

При стратифицированном отборе единиц генеральной совокупности в выборочную совокупность, для определения предельной ошибки выборки применяются следующие формулы:

1. При определении ошибки выборки выборочной средней:

а) при повторном методе отбора:

$$\Delta_{страт \tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\overline{\sigma_j^2}}{n}},$$

б) при бесповторном методе отбора:

$$\Delta_{страт \tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\overline{\sigma_j^2}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

где  $\overline{\sigma^2}$  – средняя из внутригрупповых дисперсий.

2. При определении ошибки выборки выборочной доли:

а) при повторном методе отбора:

$$\Delta_{\text{срмат } w} = t \cdot \sqrt{\frac{w_j(1-w_j)}{n}}$$

б) при бесповторном отборе:

$$\Delta_{\text{срмат } w} = t \cdot \sqrt{\frac{w_j(1-w_j)}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

При проведении серийной выборки, ее средняя ошибка определяется по формуле:

$$\Delta_{\text{сер}} = t \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$$

где  $\delta^2 = \frac{\sum(\tilde{x}_j - \tilde{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$  – межсерийная дисперсия;

$s$  – число серий попавших в выборочную совокупность;

$S$  – число серий в генеральной совокупности.

Наряду с абсолютной величиной ошибки может быть исчислена и относительная ошибка выборки, позволяющая определить степень репрезентативности выборочных данных. Для этого используется следующая формула:

а) для выборочной средней:

$$\Delta_{\text{относит. } \tilde{x}} = \frac{\Delta_{\tilde{x}}}{\tilde{x}} \cdot 100$$

б) для выборочной доли:

$$\Delta_{\text{относит. } w} = \frac{\Delta_w}{w} \cdot 100$$

Кроме того, относительная ошибка выборки может быть найдена, если в выборочной совокупности известен коэффициент вариации, а именно:

$$\Delta_{\text{относит. } \tilde{x}} = t \sqrt{\frac{V^2}{n}}$$

Если  $\Delta_{\text{относит}} \leq 5\%$ , то выборку можно считать репрезентативной.

В некоторых случаях, при проведении выборочного наблюдения возникает необходимость сравнения результатов двух выборок, с целью определения случайности или не случайности имеющихся между ними сходств или различий. Для этого, сначала определяется абсолютная разница между выборочными средними:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|$$

затем, рассчитывается средняя ошибка разности:

$$\mu_{\text{разн}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}};$$

где  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  – дисперсия признака в выборочной совокупности;

$n_1, n_2$  – численность выборочной совокупности.

После того, определяется величина коэффициента  $t$ :

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\mu_{\text{разн}}}.$$

Если в результате  $t > 3$ , то расхождения между характеристиками двух выборочных совокупностей нельзя считать случайными.

Серийный отбор проводится преимущественно как бесповторный, поэтому для определения ее предельной ошибки используется только один, представленный выше способ расчета.

В ряде случаев, в ходе проведения выборочного наблюдения требуется определить минимальный объем выборки, который обеспечивал бы требуемую точность. Для этого используются следующие формулы:

1. При повторном отборе:

а) для выборочной средней

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$$

б) для выборочной доли:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2}$$

2. При бесповторном отборе:

а) для выборочной средней

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}$$

б) для выборочной доли

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta^2 N + t^2 w(1-w)}$$

Вышеперечисленные показатели, характеризующие численность выборочной совокупности, предполагают то, что увеличение и уменьшение ошибки выборки влечет за собой соответствующее увеличение или снижение объема выборочной совокупности.

Если выборочная совокупность формируется на основе стратифицированного отбора, то определение её объема имеет свои особенности. Например при отборе, пропорциональном числу единиц в группе, объем  $j$  – й группы в выборочной совокупности определяется по следующей формуле:



$$n_j = n \cdot \frac{N_j}{N},$$

где  $N_j$  – численность  $j$  – й группы в генеральной совокупности;

$N$  – численность генеральной совокупности.

При отборе с учетом вариации признака в выборочной совокупности, расчет численности выборки осуществляется по формулам:

а) для выборочной средней

$$n_j = \frac{n N_j \sigma_j}{\sum N_j \sigma_j}$$

где  $\sigma_j$  – среднее квадратическое отклонение в  $j$  – й группе.

б) для выборочной доли

$$n_j = \frac{n N_j \sqrt{w_j(1-w_j)}}{\sum N_j \sqrt{w_j(1-w_j)}}$$

Аналогично определяется число серий, которые должны быть включены в выборочную совокупность при проведении гнездового отбора. Поскольку серийная выборка, как правило, проводится как бесповторная, то объем выборочной совокупности определяется по следующей формуле:

$$s = \frac{t^2 \delta^2 S}{\Delta^2 S + t^2 \delta^2}$$

где  $\delta^2$  – межсерийная дисперсия;

$s$  – число серий в выборочной совокупности;

$S$  – число серий в генеральной совокупности.

### Пример 1

В результате механического 20 %-го бесповторного отбора 100 работников предприятия, для определения средней месячной заработной платы, были получены следующие результаты. Средний размер заработной платы в выборочной совокупности составил 14675,4 р. Среднее квадратическое отклонение заработной платы составило 1157,5 р. С вероятностью ( $P$ ) 0,997, определить доверительные пределы средней заработной платы всех работников предприятия.

*Решение:*

Известно:  $n = 100$ ;  $N = 500$ ;  $\tilde{x} = 14675,4$ ;  $\sigma = 1157,5$ ;  $P = 0,997$ , следовательно  $t = 2,97$ .

1. Определим величину средней ошибки выборки при бесповторном отборе:

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1157,5^2}{100} \left(1 - \frac{100}{500}\right)} = 103,5 \text{ р.}$$

2. Определим величину предельной ошибки выборки при бесповторном отборе:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2,97 \cdot 103,5 = 307,4 \text{ р.}$$

3. Доверительные пределы для средней заработной платы в генеральной совокупности:

$$\begin{aligned} \tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}} : 14675,4 - 307,4 \leq \bar{x} \leq 14675,4 + 307,4 \\ 14368,0 \leq \bar{x} \leq 14982,8 \end{aligned}$$

Таким образом, с вероятностью 0,997, можно утверждать, что средний размер месячной заработной платы в генеральной совокупности находится в интервале от 14368 р. до 14982,8 р.

### Пример 2

В результате повторного выборочного обследования 500 семей города, было выявлено, что 27 % из них обеспечены жилой площадью менее  $10 \text{ м}^2$  на одного члена семьи. С вероятностью 0,954, определить долю семей в генеральной совокупности, имеющих менее  $10 \text{ м}^2$  жилой площади на одного члена семьи.

*Решение:*

Известно:  $n = 500$ ;  $w = 27$ ;  $P = 0,954$ , следовательно  $t = 2$ .

1. Определим среднюю ошибку выборочной доли:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = \sqrt{\frac{0,27(1-0,27)}{500}} = 0,0198$$

2. Определим величину предельной ошибки выборочной доли при повторном отборе:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = 2 \cdot 0,0198 = 0,0396$$

3. Определим доверительные пределы для генеральной доли:

$$\begin{aligned} 0,27 - 0,04 \leq p \leq 0,27 + 0,04 \\ 0,23 \leq p \leq 0,31 \end{aligned}$$

Таким образом, доля семей, имеющих менее  $10 \text{ м}^2$  жилой площади на одного члена семьи в генеральной совокупности, с вероятностью 0,954, находится в интервале от 23 % до 31 %.

### Пример 3

Известны результаты 20 %-ной бесповторной стратифицированной выборки работников предприятий одной отрасли четырех регионов, с целью определения среднего размера заработной платы в месяц:

Таблица 7.1

№ региона	Среднемесячная заработная плата, р.	Численность ра- ботников, чел.	Среднее квадратиче- ское отклонение зара- ботной платы, р.
1	26980	250	750
2	30200	180	840
3	28440	300	690
4	32130	200	800

С вероятностью,  $P = 0,954$  определить доверительные пределы среднемесячной заработной платы в генеральной совокупности.

*Решение:*

1. Среднемесячная заработная плата всех работников, попавших в выборочную совокупность:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{26980 \cdot 250 + 30200 \cdot 180 + 28440 \cdot 300 + 32130 \cdot 200}{250 + 180 + 300 + 200} = 29181,7 \text{ руб.}$$

2. Внутригрупповые дисперсии заработной платы работников:

$$\sigma_1^2 = 3900^2 = 15210 \text{ тыс. руб.}$$

$$\sigma_2^2 = 4420^2 = 19536,4 \text{ тыс. руб.}$$

$$\sigma_3^2 = 4230^2 = 17892,9 \text{ тыс. руб.}$$

$$\sigma_4^2 = 4580^2 = 20976,4 \text{ тыс. руб.}$$

3. Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_j^2 &= \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{15210 \cdot 250 + 19536,4 \cdot 180 + 17892,9 \cdot 300 + 20976,4 \cdot 200}{250 + 180 + 300 + 200} = \\ &= \frac{168822202000}{930} = 18152905 \text{ руб.} \end{aligned}$$

4. Предельная ошибка выборочной средней при стратифицированном способе отбора единиц:

$$\Delta_{страт} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_j^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{18152905}{930} \cdot \left(1 - \frac{930}{4650}\right)} = 250 \text{ руб.}$$

Величина 4650 человек – это численность генеральной совокупности.

5. Доверительные пределы средней заработной платы в генеральной совокупности:

$$29181,7 - 250 \leq \bar{x} \leq 29181,7 + 250$$

$$28931,7 \text{ руб.} \leq \bar{x} \leq 29431,7 \text{ руб.}$$

Таким образом, с вероятностью  $P = 0,954$ , средний размер заработной платы в месяц всех работников отрасли в генеральной совокупности, находится в интервале от 28931,7 до 29431,7 р.

#### Пример 4

Известны данные 10 % -го выборочного серийного наблюдения 6 строительных бригад, с целью определения доли рабочих, имеющих профильное образование:

Таблица 7.2

№ бригады	Численность бригады, чел.	Доля рабочих, имеющих профильное образование, %
1	56	32
2	40	20
3	50	26
4	32	30
5	60	28
6	45	33

*Определить:*

С вероятностью  $P = 0,954$  доверительный интервал доли рабочих, имеющих профильное образование, в общей численности всех рабочих генеральной совокупности.

*Решение:*

1. Средняя доля рабочих, имеющих профильное образование в выборочной совокупности:

$$\tilde{w} = \frac{\sum w_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{32 \cdot 56 + 20 \cdot 40 + 26 \cdot 50 + 30 \cdot 32 + 28 \cdot 60 + 33 \cdot 45}{283} = 0,283$$

2. Межгрупповая дисперсия доли рабочих в выборочной совокупности, имеющих профильное образование:

$$\delta^2 = \frac{\sum (w_j - \tilde{w})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(0,32 - 0,283)^2 \cdot 56 + (0,2 - 0,283)^2 \cdot 40 + (0,26 - 0,283)^2 \cdot 50 + (0,3 - 0,283)^2 \cdot 32 + (0,28 - 0,283)^2 \cdot 60 + (0,33 - 0,283)^2 \cdot 45}{283} = 0,407$$

3. Предельная ошибка выборочной доли:

$$\Delta_{сер} = t \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)} = \sqrt{\frac{0,0017}{6} \cdot \left(1 - \frac{6}{60}\right)} = 0,016$$

4. Доверительные пределы доли рабочих с профильным образованием в генеральной совокупности:

$$28,3 - 1,6 \leq p \leq 28,3 + 1,6$$

$$26,7\% \leq p \leq 29,9\%$$

Таким образом, с вероятностью  $P = 0,954$  можно утверждать, что доля рабочих имеющих профильное образование в генеральной совокупности варьирует в пределах от 26,7 до 29,9 %.

### Пример 5

Известны данные выборочного наблюдения работников одной из отраслей экономики, с целью определения среднего размера заработной платы мужчин и женщин:

Таблица 7.3

Заработная плата в мес- сяц, тыс. р.	Женщины, чел.	Мужчины, чел.
до 20	25	10
20-24	40	13
24-26	28	22
26-28	20	30
28-30	14	38
свыше 30	13	27
Итого	140	180

*Определить:*

Можно ли считать случайным расхождением между средней заработной платой мужчин и женщин в выборочной совокупности?

*Решение:*

1. Выборочная средняя заработная плата работников:

а) женщин

$$\tilde{x}_1 = \frac{\sum x_1 \cdot n_1}{\sum n_1} = \frac{18 \cdot 25 + 22 \cdot 40 + 25 \cdot 28 + 27 \cdot 20 + 29 \cdot 14 + 31 \cdot 13}{140} = 24,14 \text{ тыс. р.}$$

б) мужчин

$$\tilde{x}_2 = \frac{\sum x_2 \cdot n_2}{\sum n_2} = \frac{18 \cdot 10 + 22 \cdot 13 + 25 \cdot 22 + 27 \cdot 30 + 29 \cdot 38 + 31 \cdot 27}{180} = 27,14 \text{ тыс. р.}$$

2. Абсолютная разница между средней выборочной заработной платой мужчин и женщин:

$$|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2| = |24,14 - 27,14| = 3 \text{ тыс. р.}$$

3. Средняя ошибка разности:

$$\mu_{\text{разн}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{16,1}{140} + \frac{11,0}{180}} = 0,42$$

где  $\sigma_1^2 = \frac{18^2 \cdot 25 + 22^2 \cdot 40 + 25^2 \cdot 28 + 27^2 \cdot 20 + 29^2 \cdot 14 + 31^2 \cdot 13}{140} - 24,14^2 = 16,1 \text{ тыс. р.}$

$\sigma_2^2 = \frac{18^2 \cdot 10 + 22^2 \cdot 13 + 25^2 \cdot 22 + 27^2 \cdot 30 + 29^2 \cdot 38 + 31^2 \cdot 27}{180} - 27,14^2 = 11,0 \text{ тыс. р.}$

4. Величина коэффициента  $t$ :

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\mu_{\text{разн}}} = \frac{3}{0,42} = 7,1$$

Таким образом, величина  $t > 3$ , следовательно расхождения между средней заработной платой мужчин и женщин в выборочной совокупности нельзя считать случайными.

### Пример 6

Определить, какую численность работников предприятия необходимо подвергнуть бесповторному выборочному обследованию для определения доли работников, имеющих стаж работы более 20 лет, чтобы с вероятностью 0,995 предельная ошибка выборки не превысила 5 %. При проведении пробного обследования было выявлено, что доля таких работников составляет 24 %. Общая численность всего персонала предприятия составляет 1056 чел.

*Решение:*

Известно:  $N = 1056$ ;  $w = 24 \%$ ;  $\Delta_w = 5 \%$ ;  $P = 0,995$ , следовательно  $t = 2,8$ .

Поскольку предполагается бесповторная выборка, то используем формулу:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta^2 N + t^2 w(1-w)} = \frac{2,8^2 \cdot 0,24(1-0,24) \cdot 1056}{0,05^2 \cdot 1056 + 2,8^2 \cdot 0,24(1-0,24)} = 371 \text{ чел.}$$

Таким образом, минимальный объем выборочной совокупности, удовлетворяющий предусмотренным требованиям должен быть равен 371 чел.

### Пример 7

С целью проведения статистического обследования предприятий одной из отраслей экономики пяти субъектов Российской Федерации, необходимо сформировать выборочную совокупность равную 300 единицам на основе стратифицированного отбора.

Таблица 7.4

Субъект Федерации	Число предприятий отрасли, всего
1	520
2	194
3	390
4	405
5	223
6	367
7	155
Итого	2260

Определить по каждому региону число предприятий, которые должны быть включены в выборочную совокупность.

*Решение:*

При стратифицированном отборе число единиц в выборочной совокупности прямо пропорционально численности групп в генеральной совокупности. Число предприятий, которое должно быть подвергнуто наблюдению по первому региону, определим следующим образом:

$$n_1 = n \cdot \frac{N_1}{N} = 300 \cdot \frac{520}{2260} \approx 69,$$

$$n_2 = n \cdot \frac{N_2}{N} = 300 \cdot \frac{194}{2260} \approx 26,$$

аналогично по оставшимся регионам:

$$n_3 \approx 52,$$

$$n_4 \approx 54,$$

$$n_5 \approx 30,$$

$$n_6 \approx 49,$$

$$n_7 \approx 21;$$

Таким образом, объем выборочной совокупности составит 300 предприятий ( $69+26+52+54+30+49+21 = 300$ ).

### Пример 8

В результате проведения серийного 5 %-го бесповторного отбора 10 малых предприятий сферы услуг города с целью определения среднего стажа работы персонала, были получены следующие данные:

Таблица 7.5

№ предприятия	Численность персонала, чел. ( $n_j$ )	Средний стаж работы, лет ( $\tilde{x}_j$ )
1	9	4
2	5	3,3
3	19	5
4	22	3,9
5	13	2,7
6	10	4
7	27	3,7
8	19	3,5
9	20	1,9
10	6	2,7
Итого	150	-

С вероятностью  $P = 0,997$  определить доверительные пределы среднего стажа работников всех малых предприятий сферы услуг.

*Решение:*

1. Средний стаж работников всех предприятий, попавших в выборку

$$\tilde{x} = \frac{4 \cdot 9 + 3,3 \cdot 5 + 5 \cdot 19 + 3,9 \cdot 22 + 2,7 \cdot 13 + 4 \cdot 10 + 3,7 \cdot 27 + 3,5 \cdot 19 + 1,9 \cdot 20 + 2,7 \cdot 6}{150} = 3,5$$

2. Межсерийная дисперсия стажа работы

$$\delta^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_j - \tilde{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = 0,77$$

3. Предельная ошибка выборки

$$\Delta_{сер} = t \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,77}{10} \cdot \left(1 - \frac{10}{200}\right)} = 0,81 \text{ лет}$$

4. Доверительные пределы среднего стажа работы в генеральной совокупности

$$3,5 - 0,81 \leq \bar{x} \leq 3,5 + 0,81$$

$$2,7 \text{ лет} \leq \bar{x} \leq 4,3 \text{ лет}$$

Следовательно, с вероятностью  $P = 0,997$  средний стаж работников всех малых предприятий сферы услуг региона, расположен в интервале от 2,7 до 4,3 лет.

## Задачи для самостоятельной работы

### Задача 7.1

Из партии готовой продукции в порядке механической повторной выборки проверено 150 изделий, с целью определения удельного веса продукции первого сорта. Доля продукции первого сорта в выборочной совокупности составила 15 %.

Определить:

1. Среднюю ошибку выборочной доли продукции первого сорта;
2. С вероятностью 0,955, определить удельный вес продукции первого сорта в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

### Задача 7.2

По результатам выборочного обследования 200 работников, были получены следующие результаты, характеризующие величину заработной платы мужчин и женщин (табл. 7.1).



Таблица 7.4

Группа работников	Численность работников, чел.	Средняя месячная заработная плата, р.	Среднее квадратическое отклонение заработной платы, р.
Мужчины	140	27800	1290
Женщины	60	23500	1150

*Определить:*

1. Общий средний размер месячной заработной платы работников по выборочным данным;
2. С вероятностью 0,9164 доверительные пределы средней месячной заработной платы работников в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.3**

Бесповторное 5 %-е выборочное обследование семей города, с целью выявления обеспеченности населения жилой площадью, характеризуется следующими данными:

Таблица 7.5

Размер жилой площади на члена семьи, м <sup>2</sup>	Число семей
до 6	37
6-8	115
8-10	180
10-12	265
12-14	250
14-16	203
16-18	104
более 18	46
Итого	1200

*Определить:*

1. Определить среднюю обеспеченность населения жилой площадью в выборочной совокупности;
2. С вероятностью 0,992, определить среднюю обеспеченность населения в генеральной совокупности;
3. С вероятностью 0,998, долю населения, обеспеченную жилой площадью менее 10 кв. м. в общей численности всего населения;

Сформулировать выводы.

### **Задача 7.4**

Для определения средней доли работников предприятия, имеющих высшее профессиональное образование, была проведена 10 %-я бесповторная выборка из пяти групп работников с разным возрастом:

Таблица 7.6

Группа работников с возрастом, лет	Объем выборки, чел.	Доля работников с высшим профессиональным образованием, %
до 22	180	10
22-30	320	32
30-40	410	40
40-50	290	30
более 50	120	26

*Определить:*

1. Среднюю долю работников, имеющих высшее образование в выборочной совокупности;
2. С вероятностью 0,9933 среднюю и предельную ошибку выборки доли работников предприятия с высшим образованием;
3. Доверительные пределы, в которых находится доля работников с изучаемым признаком, в генеральной совокупности

Сформулировать выводы.

### **Задача 7.5**

В результате проведения механической повторной выборки работников предприятия, с целью выявления среднего процента выполнения норм выработки, были получены следующие результаты:

Таблица 7.7

Процент выполнения норм выработки	Численность работников, чел.
до 94	6
94-96	17
96-98	23
98-100	41
100-102	30
102-104	14
свыше 104	9
Итого	140

*Определить:*

1. Средний процент выполнения норм выработки в выборочной совокупности;
2. Среднюю ошибку выборки;
3. Вероятность того, что при определении среднего процента выполнения норм допущена ошибка, не превышающая 0,5 %.

Сделать вывод.

### Задача 7.6

Имеются данные, характеризующие результаты микропереписи населения региона, с целью выявления доли лиц старше трудоспособного возраста:

Таблица 7.8

Районы	Обследовано, чел.	Доля лиц старше трудоспособного возраста, %
I	1211	21,9
II	956	20,1
III	1320	23,6
IV	865	25,7
V	1042	24,5
VI	1286	26,2

С вероятностью  $P = 0,954$  определить долю лиц старше трудоспособного возраста в целом по региону.

Сформулировать вывод.

### Задача 7.7

В результате выборочного бесповторного 15 %-го обследования работников предприятий оптовой торговли региона, с целью определения среднего стажа работы административно-управленческого персонала, были получены следующие результаты (табл. 7.8).

Таблица 7.9

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.
до 2	25
2-4	48
4-6	49
6-8	32
8-10	19
свыше 10	7
Итого	180

Определить:

1) Средний стаж работы административно-управленческого аппарата в выборочной совокупности;

2) Вероятность, с которой характеристика выборочной совокупности будет отличаться от генеральной не более чем на 0,5 лет.

Сформулировать вывод.

### Задача 7.8

При проведении механического 5 %-го бесповторного отбора студентов высших учебных заведений города, с целью определения средней успеваемости было обследовано 2000 чел. Средний балл в выборочной совокупности составил

3,96. Коэффициент вариации в выборочной совокупности составил 26 %. С вероятностью 0,94, определить доверительные пределы среднего балла студентов в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.9**

В результате механического отбора каждого пятого вклада населения в коммерческом банке получили следующий ряд распределения вкладов по их величине:

Таблица 7.9

Размер вклада, тыс. р.	до 50	50—100	100—150	150-200	Свыше 200
Число вкладчиков	600	300	150	80	20

На основании приведенных данных определите:

- 1) с вероятностью 0,9973 границы среднего размера вклада в сберегательном банке;
- 2) долю вкладчиков в сберегательном банке, размер вклада которых превышает 100 тыс. р.

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.10**

Среди выборочно обследованных 1000 семей региона по уровню душевого дохода (выборка 2 %-ная, механическая) малообеспеченных оказалось 300 семей.

Определите с вероятностью 0,997 размер и границы доли малообеспеченных семей во всем регионе.

### **Задача 7.11**

В процессе технического контроля из партии готовой продукции методом случайного бесповторного отбора было проверено 80 изделий, из которых четыре оказались бракованными.

Можно ли с вероятностью 0,954 утверждать, что доля бракованных изделий во всей партии не превышает 7 %, если процент отбора равен 10?

### **Задача 7.12**

При обследовании семейных бюджетов населения города была организована 10 %-ная типическая пропорциональная выборка. Результаты обследования представлены в таблице табл. 7.11.

Таблица 7.11

Группа населения по семейному положению	Объем выборки, чел.	Доля расходов на оплату жилья, %
Одинокие	350	9
Семейные	1150	6

Определить с вероятностью 0,683 границы доли расходов на оплату жилья населением города.

**Задача 7.13**

Для определения среднего процента выполнения норм выработки проведена 10 %-ная бесповторная выборка из трех групп рабочих с разной квалификацией. Результаты следующие:

Таблица 7.12

Группа рабочих с разрядом	Объем выборки, чел.	Средний процент выполнения норм	Среднее квадратическое отклонение процента выполнения норм, %.
3	40	97	2,5
4	68	101	3,5
5	52	105	3,0

*Определить:*

1) средний процент выполнения норм для всех рабочих в выборочной совокупности;

2) С вероятностью 0,7525 доверительные пределы среднего процента выполнения норм в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

**Задача 7.14**

Имеются данные по 15 %-ной бесповторной стратифицированной выборке работников предприятия с целью определения средней заработной платы:

Таблица 7.13

Подразделения	Численность работников, чел.	Средняя заработная плата, р.	Среднее квадратическое отклонение, р.
I.	100	19874	1890
II.	98	21360	2200
III.	122	24590	2550

С вероятностью 0,985 определить доверительные пределы, в которых находится средняя заработная плата всех работников предприятия. Можно ли считать данную выборку репрезентативной?

Сформулировать вывод.

**Задача 7.15**

В порядке случайной выборки обследован дневной надой молока 64 коров. Результаты обследования приведены в таблице:

Таблица 7.14

Дневная удойность, кг	Количество коров
10-15	7
15-19	19
19-23	27
Свыше 23	11

*Определить:*

1) По выборочным данным средний дневной надой молока от одной коровы;

2) Среднюю ошибку выборки;

3) Вероятность того, что при определении выборочного среднего надоя молока допущена ошибка, не превышающая 1 кг.

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.16**

Для определения среднего процента выполнения норм выработки проведена 5 %-ная стратифицированная выборка из трех групп рабочих с разным стажем. Результаты следующие:

Таблица 7.15

Группа рабочих со стажем, лет	Объем выборки, чел.	Средний процент выполнения норм	Среднее квадратическое отклонение, %.
1-2	15	98	3
3-5	20	102	2
более 5	65	104	4

*Определить:*

1) средний процент выполнения норм для всех рабочих в выборочной совокупности;

2) вероятность того, что выборочная средняя (процент выполнения норм) отличается от генеральной не более чем на 1 %.

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.17**

Бесповторное 5 %-е выборочное обследование семей города, с целью выявления обеспеченности населения жилой площадью, характеризуется следующими данными:

Таблица 7.16

Размер жилой площади на члена семьи, м <sup>2</sup>	Число семей
до 6	37
6-8	115
8-10	180
10-12	265
12-14	250
14-16	203
16-18	104
более 18	46
Итого	1200

*Определить:*

1) Определить среднюю обеспеченность населения жилой площадью в выборочной совокупности;

2) С вероятностью 0,992, определить среднюю обеспеченность населения в генеральной совокупности;

3) С вероятностью 0,998, долю населения, обеспеченную жилой площадью менее 12 м<sup>2</sup> в общей численности всего населения;

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.18**

Для определения средней доли работников предприятия, имеющих высшее профессиональное образование, была проведена 10 %-я бесповторная выборка из пяти групп работников с разным возрастом:

Таблица 7.17

Группа работников с возрастом, лет	Объем выборки, чел.	Доля работников с высшим профессиональным образованием, %
до 22	18	10
22-30	32	32
30-40	41	38
40-50	29	30
более 50	12	26

*Определить:*

1) Среднюю долю работников, имеющих высшее образование в выборочной совокупности;

2) С вероятностью 0,945, среднюю и предельную ошибку выборки доли работников предприятия с высшим образованием;

3) Доверительные пределы, в которых находится доля работников с изучаемым признаком, в генеральной совокупности

Сформулировать выводы.

### **Задача 7.19**

В результате проведения механической повторной выборки работников предприятия, с целью выявления среднего процента выполнения норм выработки, были получены следующие результаты:

Таблица 7.18

Процент выполнения норм выработки	Численность работников, чел.
до 94	6
94-96	17
96-98	23
98-100	41
100-102	30
102-104	14
свыше 104	9
Итого	140

*Определить:*

- 1) Средний процент выполнения норм выработки в выборочной совокупности;
- 2) Среднюю ошибку выборки;
- 3) Вероятность того, что при определении среднего процента выполнения норм допущена ошибка, не превышающая 0,5 %.

Сделать вывод.

### **Задача 7.20**

В результате выборочного бесповторного 10 %-го обследования работников предприятий оптовой торговли региона, с целью определения среднего стажа работы административно-управленческого персонала, были получены следующие результаты:

Таблица 7.19

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.
до 2	25
2-4	48
4-6	49
6-8	32
8-10	19
свыше 10	7
Итого	180

*Определить:*

- 1) Средний стаж работы административно-управленческого аппарата в выборочной совокупности;
- 2) Вероятность, с которой характеристика выборочной совокупности будет отличаться от генеральной не более чем на 0,5 лет.

Сформулировать вывод.

### **Задача 7.21**

Для определения средней доли работников одной из отраслей региона, имеющих высшее профессиональное образование, была проведена 10 %-я бесповторная серийная выборка пяти групп работников разного возраста:

Таблица 7.20

Группа работников со стажем, лет	Объем выборки, чел.	Доля работников с профильным образованием, %
До 3	10	56
3-6	25	58
6-9	54	67
9-12	30	71
Свыше 12	6	72



*Определить:*

- 1) Среднюю долю работников, имеющих профильное образование в выборочной совокупности;
  - 2) С вероятностью 0,995, среднюю и предельную ошибку выборки доли работников предприятия с высшим образованием;
  - 3) Доверительные пределы, в которых находится доля работников с изучаемым признаком, в генеральной совокупности
- Сформулировать выводы.

### **Задача 7.22**

Известны данные о результативности работы двух групп торговых представителей, полученные в результате проведения двух выборочных наблюдений:

Таблица 7.21

Количество заключенных контрактов в день проведения наблюдения одним торговым представителем	Численность торговых представителей, чел.	
	Прошедших курсы повышения квалификации (первая выборка)	Не прошедших курсы повышения квалификации (вторая выборка)
3	2	10
4	8	15
5	12	16
6	20	12
7	21	6
8	18	2
9	18	-

Можно ли считать случайными расхождения между средним числом заключенных контрактов торговыми представителями прошедшими и не прошедшими повышение квалификации в день проведения выборки?

### **Задача 7.23**

Из генеральной совокупности, включающей в себя 52 предприятия одной отрасли, была проведена бесповторная серийная выборка с целью определения среднеквартальной прибыли.

Таблица 7.22

Предприятие	Квартальная прибыль, тыс. р.			
	I	II	III	IV
1	2560	2308	1956	2297
2	1823	1920	1874	1800
3	2902	3001	3000	3000
4	2189	2311	2201	2250
5	2222	2403	2422	2394
6	1926	2365	2548	1924

Требуется определить доверительные пределы среднеквартальной прибыли предприятий в генеральной совокупности (при  $P = 0,954$ ). Сформулировать выводы.

### Задача 7.24

Известны результаты 10 %-го стратифицированного выборочного обследования группы работников с целью определения средней месячной заработной платы.

Таблица 7.23

Заработная плата в месяц, тыс. р.	Численность работников, чел.	
	с высшим образованием	без высшего образования
до 20	2	12
20-25	12	16
25-30	21	7
30-35	14	3
свыше 35	11	2

Требуется:

1. Определить средний размер заработной платы в генеральной совокупности (с вероятностью  $P = 0,995$ );

2. Выявить, можно ли считать случайным расхождение между средней заработной платы работников с высшим и без высшего образования.

Сформулировать вывод.

### Задача 7.25

В результате проведения бесповторного стратифицированного отбора работников отрасли с разным стажем работы были получены данные:

Таблица 7.24

Стаж работы работников, лет	Всего работников	Обследовано работников	Размер месячной заработной платы, тыс. р.	
			Средняя	Среднее квадратическое отклонение
до 5	5890	256	23,4	2,7
5 – 10	9340	406	25,2	3,9
свыше 10	7770	338	27,84	4,1

Определить среднемесячную заработную плату всех работников отрасли. Сформулировать вывод.

### Контрольные вопросы

1. Что такое выборочное наблюдение и в каких случаях к нему прибегают? Каковы теоретические основы выборочного метода?
2. Какие существуют способы отбора (виды выборки)?

3. От чего зависит точность выборки?
4. Что такое повторная и бесповторная выборки?
5. Как рассчитать среднюю и предельную ошибку выборки (для средней и для доли)?
6. Как рассчитывается вероятность той или иной ошибки выборки?
7. Как рассчитать необходимую численность выборки, обеспечивающую ту или иную точность выборки?
8. В чем особенность определения ошибок выборки при так называемой малой выборке?
9. В чем заключается сущность малой выборки?
10. Каким образом выборочные данные распространяются на генеральную совокупность?
11. Что означают генеральная и выборочная совокупности и каковы их характеристики?

## ТЕМА 8. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЯДОВ ДИНАМИКИ

*Ряд динамики* – это последовательность числовых показателей, расположенных в хронологическом порядке.

Ряды динамики различаются по следующим признакам:

1. По времени ряды динамики бывают *моментными* и *интервальными*.
2. По форме представления – ряды *абсолютных*, *относительных* и *средних величин*.
3. По расстоянию между датами или интервалами времени выделяют *полные* и *неполные* ряды динамики.

В некоторых случаях ряд динамики нельзя подвергать количественному анализу, ввиду несопоставимости его данных. Поэтому для приведения показателей ряда динамики в сопоставимый вид требуется его преобразование. Для этого могут использоваться различные способы преобразования, наиболее распространенными из которых являются способ *приведения рядов к одному основанию* и способ *смыкания рядов*.

Первый способ применяется в тех случаях, когда требуется сравнение нескольких рядов динамики, показатели которых отличаются друг от друга единицами измерения, видом валюты, методикой получения первичных данных и т.д., что не позволяет проводить непосредственное их сравнение. При приведении рядов к одному основанию, выбирается один общий для всех рядов период или момент, показатель которого принимается за 100 %. Все последующие показатели уровней ряда приводятся к этому начальному уровню.

Способ смыкания рядов позволяет получить один длинный ряд динамики из нескольких коротких, уровни которых существенно различаются по своему качественному содержанию. При этом необходимо, чтобы смыкаемые ряды имели хотя бы один общий для всех период или момент, на основании которого рассчитывается коэффициент перевода показателей одного ряда в показатели другого.

Для изучения изменения ряда динамики, используется система взаимосвязанных показателей, основанных на сравнении показателя анализируемого периода или момента времени с показателями других периодов или моментов. В том случае, если сравнивается показатель текущего периода или момента времени с показателем, находящимся в начале временного ряда (базисным уровнем) получают *базисные* показатели. Если сравнивается показатель текущего периода или момента времени с показателем, непосредственно предшествующего периода или момента времени, получаем *цепные* показатели. К данной системе показателей относятся:

1. Абсолютный прирост:

а) базисный:

$$\Delta_{баз} = y_i - y_0$$

б) цепной:

$$\Delta_{цеп} = y_i - y_{i-1}$$

2. Коэффициент роста:

а) базисный:

$$Kp_{баз} = \frac{y_i}{y_0}$$

б) цепной:

$$Kp_{баз} = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

3. Темп роста:

а) базисный:

$$Tp_{баз} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\%$$

б) цепной:

$$Tp_{цеп} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%$$

4. Темп прироста:

а) базисный

$$T_{np\,баз} = Tp_{баз} - 100\%, \text{ или } T_{np\,баз} = \frac{\Delta_{баз}}{y_0} \cdot 100\%$$

б) цепной:

$$T_{np\,цеп} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\%, \text{ или } T_{np\,цеп} = \frac{\Delta_{цеп}}{y_{i-1}} \cdot 100\%$$

5. Абсолютное значение одного процента прироста:

а) базисный:

$$A = \frac{y_0}{100}$$

б) цепной:

$$A = \frac{y_{i-1}}{100}, \text{ или } A = \frac{\Delta_{цеп}}{T_{np\,цеп}}.$$

Для обобщающей оценки состояния и изменения уровней ряда динамики используется система средних показателей, которая включает:

1. Средний уровень ряда.

а) в интервальных рядах:

- с равным расстоянием между интервалами

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

- с неравным расстоянием между интервалами

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

где  $t_i$  – расстояние между интервалами.

б) для моментных рядов динамики:

- с равным расстоянием между моментами

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2}y_n}{n-1}$$

- с неравным расстоянием между моментами предварительно находятся средние значения двух рядом стоящих уровней ряда:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3}{2}, \dots, \bar{y}_n = \frac{y_n + y_{n+1}}{2}$$

затем определяется средний уровень:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i t_i}{\sum t_i}$$

## 2. Средний темп роста

$$\bar{T}p = \bar{K}p \cdot 100\%$$

где

$$\bar{K}p = \sqrt[n-1]{\prod Kp_{цен}} = \sqrt[n-1]{Kp_{цен_1} \cdot Kp_{цен_2} \cdot \dots \cdot Kp_{цен_n}},$$

$$\text{или } \bar{K}p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}$$

## 3. Средний темп прироста

$$\bar{T}np = \bar{T}p - 100\%$$

## 4. Средний абсолютный прирост

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1},$$

или

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{цен}}{m}$$

где  $m$  – число цепных абсолютных приростов.

Ряд динамики может быть представлен в виде следующих составляющих:

1. *Тренд* – основная тенденция развития ряда динамики;
2. Циклические колебания;
3. Случайные колебания.

Для выявления основной тенденции развития используются методы выравнивания ряда динамики, к которым относятся:

1. *Метод укрупнения интервала*. Суть метода заключается в разделении на некоторое число равных интервалов. Затем, по каждому интервалу рассчитывается средний уровень. Если в результате расчета средних уровней тенденция не выявлена, то переходят к расчету уровней за большие промежутки.

2. *Метод скользящей средней.* В этом методе исходные данные заменяются средними уровнями, которые получают из данного уровня и уровней, симметрично от него расположенных. Интервал может содержать четное и нечетное число уровней. Так, для трехчленного интервала, средний уровень будет определяться по формуле:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3},$$

$$\bar{y}_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3},$$

$$\bar{y}_n = \frac{y_{n-1} + y_n + y_{n+1}}{3}$$

3. *Метод аналитического выравнивания.* С помощью данного метода получают наиболее общий, суммарный, проявляющийся во времени результат действия всех причинных факторов. При использовании данного метода, отклонение конкретных уровней ряда от уровней, соответствующих общей тенденции, объясняется действием факторов, проявляющихся случайно или циклически.

Целью аналитического выравнивания динамического ряда является определение аналитической или графической зависимости  $\hat{y}_t = f(t)$ . На практике по имеющемуся временному ряду задают вид и находят параметры функции  $f(t)$ , а затем анализируют поведение отклонений от тенденции. Функцию  $f(t)$  выбирают таким образом, чтобы она давала содержательное объяснение изучаемого процесса.

Так при выравнивании ряда по прямой  $\hat{y}_t = a + b \cdot t$ , необходимо найти значения параметров  $a$  и  $b$ . Для этого решается система двух нормальных уравнений вида.

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Для упрощения расчета сумму условных обозначений временных точек можно привести к нулю, то есть  $\sum t = 0$ . В результате, нахождение параметров уравнения значительно упростится. Следовательно, при выравнивании по прямой система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} na = \sum y & \Rightarrow a = \frac{\sum y}{n} \\ b \sum t^2 = \sum yt & \Rightarrow b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} \end{cases}$$

Аналитическое выравнивание может быть использовано для прогнозирования различных социально-экономических показателей путем экстраполяции (нахождении уровней ряда динамики за его пределами) ряда.

После построения уравнения тренда, проводят оценку его статистической значимости с помощью  $F$ -критерия Фишера. При проведении оценки, фактический уровень ( $F_{факт}$ ) сравнивается с теоретическим значением ( $F_{теор}$ ):

$$F_{факт} = \frac{\sigma_{факт}^2 \cdot (n - k)}{\sigma_{ост}^2 \cdot (k - 1)}$$

где  $k$  – число параметров уравнения, описывающего тенденцию;

$n$  – число уровней ряда.

Фактическая дисперсия определяется по формуле:

$$\sigma_{факт}^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{n}$$

где  $\bar{y}$  – средний уровень ряда;

$\hat{y}$  – теоретическое (выровненное) значение.

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n}$$

$F_{факт}$  сравнивается с  $F_{теор}$  при  $v_1 = (k - 1)$ ,  $v_2 = (n - k)$  степенях свободы и уровне значимости  $\alpha = 0,05(0,01)$ . Если фактическое значение критерия Фишера больше табличного (теоретического), то полученное уравнения тренда адекватно описывает изучаемый ряд динамики.

Если в анализируемой временной последовательности наблюдаются устойчивые отклонения от тенденции (как в большую, так и в меньшую сторону), то можно предположить наличие в ряду динамики некоторых (одного или нескольких) колебательных процессов. Это особенно заметно, когда изучаемые явления имеют сезонный характер, то есть возрастание или убывание уровней повторяется регулярно с интервалом в один год.

Уровень сезонности чаще всего оценивается с помощью индексов сезонности.

*Индексы сезонности* показывают, во сколько раз фактический уровень ряда в момент или интервал времени больше среднего уровня либо уровня, вычисляемого по уравнению тенденции. При анализе сезонности уровни временного ряда показывают развитие явления по месяцам (кварталам) одного или нескольких лет.

По данным одного года индексы сезонности рассчитываются:

$$I_{сез} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$$

Для получения более надежного результата, сезонность изучается по данным за несколько лет. Тогда для каждого месяца, квартала, полугодия рассчитывается средний уровень за ряд лет и сопоставляется со средним уровнем за весь период, то есть



$$I_{сез} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$$

Кроме того, измерить сезонность можно путем расчета помесечных (по-квартальных) индексов сезонности:

$$i = \frac{y_i}{\bar{y}}$$

Затем для каждого периода внутри года, рассчитать среднюю за изучаемый ряд лет:

$$\bar{I}_{сез} = \frac{\sum i_i}{n}$$

### Пример 1

По торговому предприятию имеются данные об объеме товарооборота за первое полугодие:

Таблица 8.1

Месяц	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Объем товаро-оборота, тыс. р.	356,5	387,4	390,0	385,9	400,1	396,4

*Определить:*

1. Цепные и базисные абсолютные приросты объема товарооборота;
2. Ежемесячные цепные и базисные темпы роста и темпы прироста;
3. Средний уровень товарооборота за шесть первых месяца года;
4. Среднемесячные темпы роста и темпы прироста.
5. Абсолютное значение одного процента прироста.

*Решение:*

1. Расчет первого и второго пункта Задачи проведем в вспомогательной таблице:

Таблица 8.2

Расчетная таблица

Месяц	Объем товаро-оборота, тыс. р.	Абсолют-ный при-рост ба-зисный, тыс. р.	Абсо-лютный прирост цепной, тыс. р.	Темп ро-ста ба-зис-ный, %	Темп роста цеп-ной, %	Темп прироста базис-ный, %	Темп прироста цеп-ной, %
Январь	356,5	0	-	100,0	-	0	-
Февраль	387,4	30,9	30,9	108,7	108,7	8,7	8,7
Март	390,0	33,5	2,6	109,4	100,7	9,4	0,7
Апрель	385,9	29,4	-4,1	108,2	98,9	8,2	-1,1
Май	400,1	43,6	14,2	112,2	103,7	12,2	3,7
Июнь	396,4	39,9	-3,7	111,2	99,1	11,2	-0,9

2. Средний уровень товарооборота за полугодие определяется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

Выбор данной формулы обусловлен тем, что изучаемый ряд динамики является интервальным, то есть уровни ряда характеризуют накопленный результат за месяц, с равным расстоянием между интервалами.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{356,5 + 387,4 + 390,0 + 385,9 + 400,1 + 396,4}{6} = 386,1 \text{ тыс. р.}$$

Средний уровень товарооборота предприятия за шесть месяцев составил 386,1 тыс. р.

3. Среднемесячный темп роста можно рассчитать по двум формулам:

а) как среднюю геометрическую из месячных темпов (коэффициентов) роста:

$$\bar{T}p = \bar{K}p \cdot 100\%$$

$$\bar{K}p = \sqrt[n-1]{\prod Kp_{\text{цен}}} = \sqrt[n-1]{Kp_{\text{цен}_1} \cdot Kp_{\text{цен}_2} \cdot \dots \cdot Kp_{\text{цен}_n}}$$

$$\bar{K}p = \sqrt[6-1]{1,087 \cdot 1,007 \cdot 0,989 \cdot 1,037 \cdot 0,991} = \sqrt[5]{1,112} = 1,021$$

$$\bar{T}p = 1,021 \cdot 100\% = 102,1\%$$

$$\bar{T}np = \bar{T}p - 100\% = 102,1 - 100\% = 2,1\%$$

б) аналогичный результат мы получим, применяя вторую формулу, а именно:

$$\bar{K}p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} :$$

$$\bar{K}p = \sqrt[5]{\frac{396,4}{356,5}} = \sqrt[5]{1,112} = 1,021$$

Соответственно, темп прироста будет равен:

$$\bar{T}np = 1,021 \cdot 100\% - 100\% = 2,1\%$$

Таким образом, среднемесячный темп прироста за первое полугодие года составил 2,1 %, т. е. в среднем, ежемесячно товарооборот предприятия возрастал на 2,1 %.

4. Абсолютное значение одного процента прироста:

Таблица 8.3

Месяц	Объем товарооборота, тыс. р.	Абсолютное значение одного процента прироста базисное, тыс. р.	Абсолютное значение одного процента прироста цепное, тыс. р.
Январь	356,5	3,565	
Февраль	387,4	3,565	3,565
Март	390,0	3,565	3,874
Апрель	385,9	3,565	3,9
Май	400,1	3,565	3,859
Июнь	396,4	3,565	4,001

**Пример 2**

Имеются данные о размере фонда оплаты труда работников предприятия по месяцам:

Таблица 8.4

Месяц	Фонд оплаты труда, тыс. р.	Сглаживание по укрупненным интервалам	Сглаживание по скользящей средней
Январь	1904,4		-
Февраль	1885,7	1876,8	1876,8
Март	1840,4		1879,4
Апрель	1912,0		1888,5
Май	1913,2	1917,2	1917,2
Июнь	1926,5		1946,9
Июль	2001,1		1977,3
Август	2004,2	2001,7	2001,7
Сентябрь	1999,8		1986,8
Октябрь	1956,3		1960,1
Ноябрь	1924,3	1936,4	1936,4
Декабрь	1928,6		-

*Требуется:*

1. Провести выравнивание ряда динамики методом укрупнения интервалов (применяя трехчленный укрупненный интервал);
2. Провести выравнивание ряда динамики методом скользящей средней (применяя трехмесячную скользящую среднюю).

*Решение:*

1. Для расчета среднего уровня для первого укрупненного интервала необходимо найти сумму фондов оплаты труда трех первых месяцев и разделить на три:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{1904,4 + 1885,7 + 1840,4}{3} = 1876,8 \text{ тыс. р.}$$

по второму укрупненному интервалу:

$$\bar{y}_2 = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{3} = \frac{1912,0 + 1913,2 + 1926,5}{3} = 1917,2 \text{ тыс. р.}$$

и т. д. по каждому из укрупненных интервалов (гр.3, табл. 7.4).

2. Для сглаживания по скользящей средней определим средний уровень за январь, март и апрель:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{1904,4 + 1885,7 + 1840,4}{3} = 1876,8 \text{ тыс. р.}$$

путем сдвига первого интервала на один уровень, рассчитаем среднюю за февраль, март и апрель:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1885,7 + 1840,4 + 1912,0}{3} = 1879,4 \text{ тыс. руб.}$$

Аналогично исчисляются скользящие средние по остальным интервалам (см. гр. 4, табл. 8.4).

### Пример 3

Численность городского населения региона на начало периода за 2011-2015 гг., характеризовалась следующими данными:

Таблица 8.5

Год	2011 год	2012 год	2013 год	2014 год	2015 год
Численность населения региона, тыс. чел.	137,3	138,6	139,9	138,5	138,6

Требуется:

1. Провести аналитическое выравнивание ряда по линейной функции и сделать прогноз численности населения на 2016 и 2017 гг.

2. Провести оценку надежности полученного уравнения тренда с помощью  $F$ -критерия Фишера.

Мы предполагаем, что численность населения во времени изменяется по прямой:

$$\hat{y}_t = a + b \cdot t$$

Для нахождения параметров уравнения  $a$  и  $b$ , решаем систему двух нормальных уравнения с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Допустив, что  $\sum t = 0$ , мы получим формулы для определения параметра  $a$  и параметра  $b$ :

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

Необходимы для нахождения параметров уравнения суммы содержатся в табл. 8.6:

Таблица 8.6

Год	Численность населения млн. чел., $y_t$	$t$	$t^2$	$yt$	$\hat{y}_t$
1	2	3	4	5	6
2011	137,3	-2	4	-274,6	138,10
2012	138,6	-1	1	-138,6	138,35
2013	139,9	0	0	0	138,60
2014	138,5	1	1	138,5	138,85
2015	138,6	2	4	277,2	139,10
Итого	692,9	0	10	2,5	-

Пользуясь данными таблицы, рассчитаем значения параметров  $a$  и  $b$ :

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{692,9}{5} = 138,6$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{2,5}{10} = 0,25$$

Таким образом, подставив значения параметров уравнения в формулу линейной функции, получим следующее уравнение тренда:

$$\hat{y}_t = 138,6 + 0,25 \cdot t$$

Подставка соответствующих значений  $t$  в полученное уравнение тренда, позволит определить теоретические (сглаженные) значения каждого уровня ряда (гр. 6, табл. 8.6).

Изобразим фактический и теоретический (выровненный) ряд на графике:

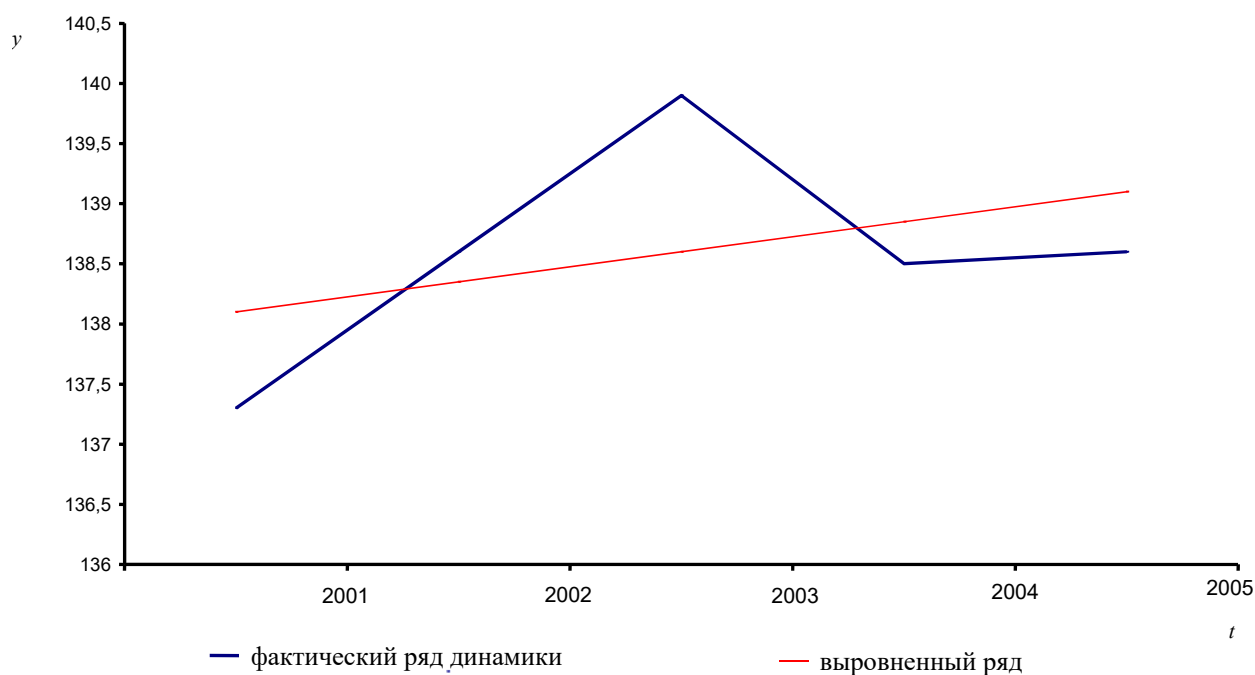


Рис. 8.1. Фактический и выровненный ряд динамики

Как можно видеть на графике, наблюдается общая тенденция роста изучаемого показателя. Для получения более точных и достоверных результатов, выравнивание желательно проводить по как можно большему числу уровней ряда динамики.

На основе полученного уравнения, можно прогнозировать численность населения на 2017 г.:  $\hat{y}_{2017} = 138,6 + 0,25 \cdot 3 = 139,35$  тыс. чел.

Необходимо иметь ввиду, что полученная величина – величина условная, имеющая высокую вероятность реализации при условии, что предполагаемая линейная тенденция изменения численности населения сохранится в будущем.

Для оценки надежности полученного уравнения тренда и соответствия его фактическому временному ряду, рассчитаем  $F$ -критерий Фишера и сравним с табличными (теоретическими) значениями.

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{факт}}^2 \cdot (n - k)}{\sigma_{\text{ост}}^2 \cdot (k - 1)}$$

Фактическая дисперсия определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{факт}}^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{n} = \frac{0,625}{5} = 0,125$$

где  $\bar{y}$  – средний уровень ряда;

$\hat{y}$  – теоретическое (выровненное) значение.

Остаточная дисперсия:

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n} = \frac{2,765}{5} = 0,553$$

Отсюда

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{факт}}^2 \cdot (n - k)}{\sigma_{\text{ост}}^2 \cdot (k - 1)} = \frac{0,125 \cdot (5 - 2)}{0,553 \cdot (2 - 1)} = \frac{0,375}{0,553} = 0,68$$

Таким образом  $F_{\text{теор}} = 10,13$ , при  $\alpha = 0,05$ ,  $v_1 = (2 - 1) = 1$ ,  $v_2 = (5 - 2) = 3$ .

Поскольку  $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$ , следовательно, уравнение прямой для изучаемого ряда динамики статистически не значимо, то есть неадекватно отражает сложившуюся в исследуемом ряду динамики тенденцию.

#### Пример 4

Объем реализации продукции торговым предприятием характеризуется следующими данными:

Таблица 8.7

Квартал года	Реализация продукции тыс. р.	
	2014 год	2015 год
I	45678	50342
II	34870	41366
III	21441	25063
IV	43657	46590

Рассчитать поквартальные индексы сезонности за 2008-2009 гг.

*Решение.*

1. Определим средний объем реализации продукции за два изучаемых года:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{309007}{8} = 38626 \text{ тыс. р.}$$

2. Рассчитаем индексы сезонности, как отношение уровня каждого квартала к среднему за два года:

$$I_{\text{сез}} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$$

Например, в первом квартале 2005 г. индекс сезонности составит:

$$I_{\text{сез}} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{45678}{38626} \cdot 100\% = 118,3\%$$

во втором квартале того же года:

$$I_{\text{сез}} = \frac{34870}{38626} \cdot 100\% = 90,3\%$$

и так далее.

Расчет рассматриваемых показателей произведен в графе 4, табл. 8.8.

3. По поквартальным индексам за два года средний индекс для каждого квартала:

$$\text{для первого квартала } \bar{I}_{\text{сез}} = \frac{\sum I_{\text{сез}}}{n} = \frac{118,3 + 130,3}{2} = 124,3 \%$$

$$\text{для второго квартала } \bar{I}_{\text{сез}} = \frac{\sum I_{\text{сез}}}{n} = \frac{90,3 + 107,1}{2} = 98,7 \% \text{ т.д.}$$

Результаты расчета указанных показателей представлены в гр. 5, табл. 8.8.

Таблица 8.8

Год	Квартал	Объем реализации, тыс. р.	Индекс сезонности, %	Средний индекс сезонности, %
1	2	3	4	5
2014	I	45678	118,3	124,3
	II	34870	90,3	98,7
	III	21441	55,5	60,2
	IV	43657	113,0	116,8
2015	I	50342	130,3	124,3
	II	41366	107,1	98,7
	III	25063	64,9	60,2
	IV	46590	120,6	116,8

#### Пример 5

Известны данные о выпуске трех видов продукции промышленным предприятием в натуральном измерении за 7 лет:

Таблица 8.9

Годы	Объем выпуска продукции А, т.	Объем выпуска продукции Б, тыс. м <sup>2</sup>	Объем выпуска продукции В, шт.
2005	56,8	11,6	5987
2006	59,4	11,8	5934
2007	58,0	10,9	5995
2008	58,0	10,3	6002
2009	56,9	8,6	5995
2010	54,2	9,5	6020
2011	57,0	9	6102

Для проведения сравнительного анализа динамики выпуска продукции, привести рассматриваемые ряды динамики к одному основанию.

*Решение:*

В качестве базы сравнения, к которой будут приведены все последующие значения, принимается 2005 г. Результаты преобразования рядов можно отобразить в следующей вспомогательной таблице:



Таблица 8.10

Годы	Объем выпуска продукции А, %	Объем выпуска продукции Б, тыс. %	Объем выпуска продукции В, %
2005	100,0	100,0	100,0
2006	104,6	101,7	99,1
2007	102,1	94,0	100,1
2008	102,1	88,8	100,3
2009	100,2	74,1	100,1
2010	95,4	81,9	100,6
2011	100,4	77,6	101,9

Из проведенных расчетов видно, что интенсивнее всего снизился в динамике объем выпуска продукции Б.

### Пример 6

Известны данные о численности населения региона с 2005-2012 гг. (табл. 8.11):

Таблица 8.11

Годы	Численность населения до изменения площади территории региона, тыс. чел.	Численность населения после изменения площади территории региона, тыс. чел.
2005	5067,4	-
2006	4987,8	-
2007	4965,3	-
2008	4902,7	-
2009	4885,6	2905,4
2010	-	2897,2
2011	-	2900,9
2012	-	2911,7

В 2010 г., в результате проведения административно-территориальной реформы, площадь территории региона существенно уменьшилась, что соответственно привело к снижению показателя численности населения. С помощью способа смыкания рядов построить ряд динамики, начиная с 2005 и заканчивая 2012 гг., в рамках новых границ региона.

Общим для двух рядов является 2009 г. По данным этого года рассчитаем коэффициент перевода:

$$K_{\text{перевода}} = \frac{2905,4}{4885,6} = 0,595$$

Затем, полученный коэффициент перевода последовательно перемножается с показателями численности населения в старых административных границах региона с 2005 по 2008 гг. Результаты расчетов приведены в вспомогательной таблице 8.12:

Таблица 8.12

Годы	Численность населения до изменения площади территории региона, тыс. чел.	Численность населения после изменения площади территории региона, тыс. чел.
2005	5067,4	3013,5
2006	4987,8	2966,2
2007	4965,3	2952,8
2008	4902,7	2915,6
2009	4885,6	2905,4
2010	-	2897,2
2011	-	2900,9
2012	-	2911,7

Таким образом, был получен сквозной ряд динамики, охватывающий весь анализируемый период.

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 8.1

Производство бумаги по региону характеризуется следующими данными, тыс. т:

Таблица 8.13

Производство бумаги	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
В старых границах района	4,9	5,3	5,8	5,9	—	—	—	—	—
В новых границах района	—	—	—	7,2	7,5	8,1	8,3	8,6	8,9

1. Приведите уровни следующего ряда динамики, характеризующие производство бумаги, к сопоставимому виду.

2. Изобразите полученный ряд динамики графически.

Сформулировать вывод.

#### Задача 8.2

Имеются следующие данные Росстата о поступлении иностранных инвестиций в экономику страны:

Таблица 8.14

Страна	2000 г.		2001 г.		2002 г.		2003 г.		2004 г.		2005 г.	
	млн. дол. США	в % к итогу	млн. дол. США	в % к итогу	млн. дол. США	в % к итогу	млн. дол. США	в % к итогу	млн. дол. США	в % к итогу	млн. дол. США	в % к итогу
Нидерланды	1231	11,2	1249	8,8	1168	5,9	1743	5,9	5107	12,6	8898	16,6
Великобритания	599	5,5	1553	10,9	2271	11,5	4 620	15,6	6988	17,3	8588	16,0
Кипр	1448	13,2	2331	16,3	2327	11,8	4203	14,2	5473	13,5	5115	9,5
Германия	1468	13,4	1237	8,7	4001	20,2	4 305	14,5	1733	4,3	3010	5,6
Швейцария	784	7,2	1341	9,4	1349	6,8	1068	3,6	1558	3,8	2014	3,7
США	1594	14,6	1604	11,2	1133	5,7	1125	3,8	1850	4,6	1554	2,9
Франция	743	6,8	1201	8,4	1184	6,0	3712	12,5	2332	5,8	1428	2,7
Австрия	79	0,7	423	3,0	376	1,9	394	1,3	811	2,0	1057	2,0

Для анализа динамики поступлений иностранных инвестиций в экономику Российской Федерации по основным странам определить:

- 1) средний уровень ряда;
- 2) абсолютные приросты (цепные и базисные);
- 3) темпы роста и прироста (цепные и базисные);
- 4) абсолютное значение 1 % прироста (по годам);
- 5) среднегодовой абсолютный прирост за 2000-2005 гг.;
- 6) среднегодовые темпы роста и прироста за 2000-2005 гг.

Результаты расчетов изложите в табличной форме.

Сделайте выводы.

### **Задача 8.3**

Имеются следующие данные об объеме реализации продукции торговым предприятием:

Таблица 8.15

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Реализовано млн.р.	256,2	289,9	301,0	292,5	312,5	300,7	285,1

*Определить:*

1. Абсолютные приросты объемов реализации по годам (цепные и базисные);
  2. Цепные и базисные темпы роста и темпы прироста;
  3. Средний уровень ряда динамики;
  4. Среднегодовой темп роста и прироста объемов реализации;
- Сформулировать выводы.

### Задача 8.4

На основе данных об объемах продажи продукции птицефабрики за первое полугодие текущего года, определить:

Таблица 8.16

Показатель	Месяц					
	I	II	III	IV	V	VI
Объем продаж, тыс.р.	250	194	187	275	226	277

Определить:

1. Тенденцию изменения объема продаж, используя метод аналитического выравнивания на основе линейной функции;
2. Проверить точность уравнения тренда с помощью F-критерия Фишера. Сформулировать выводы

### Задача 8.5

Имеются следующие данные о реализации продукции торговым предприятием, тыс. р. :

Таблица 8.17

Месяц	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Январь	285	356	677
Февраль	307	362	621
Март	264	456	677
Апрель	270	325	525
Май	120	205	344
Июнь	97	115	121
Июль	112	153	279
Август	235	275	497
Сентябрь	241	337	593
Октябрь	187	243	375
Ноябрь	150	238	331
Декабрь	85	101	315

Для анализа внутригрупповой динамики определить:

1. Индексы сезонности;
2. Изобразите графически сезонную волну изучаемого явления по месяцам года.

### Задача 8.6

Имеются следующие данные о численности населения города, тыс. чел:

Таблица 8.18

<b>2012 год</b>	
январь	1 035
февраль	1 041
март	1 053
апрель	1 074
май	1 079
июнь	1 081
июль	1 083
август	1 080
сентябрь	1 089
октябрь	1 084
ноябрь	1 056
декабрь	1 050
<b>2013 год</b>	
январь	1 047

*Определить:*

1. Вид ряда динамики;
2. Среднюю численность населения города за каждый квартал;
3. Среднюю численность населения города в первом и втором полугодии, а также за год.
4. Выявить основную тенденцию развития ряда динамики в 2009 г., путем использования способа укрупнения интервалов и способа скользящей средней.

### **Задача 8.7**

На основе месячных данных о производстве хлеба и хлебобулочных изделий по региону, определить (табл. 8.19):

1. Базисные абсолютные приросты;
2. Среднемесячный темп прироста;
3. Провести аналитическое выравнивание и сделать прогноз на 2014 г.

Сформулировать выводы

Таблица 8.19

Месяцы	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Объем производства, тонн.	428,8	337,8	350,0	255,0	214,0	218,0	225,0

### **Задача 8.8**

Имеются данные о вводе в действие жилых домов по месяцам года строительными организациями в 2015 г.:

Таблица 8.20

Месяц	Введено млн. м <sup>2</sup> общей площади
Январь	0,9
Февраль	1,1
Март	2,1
Апрель	1,2
Май	1,4
Июнь	3,1
Июль	1,3
Август	1,4
Сентябрь	3,2
Октябрь	1,6
Ноябрь	2,0
Декабрь	11,0

*Определить:*

1. Среднемесячный темп роста ввода жилья за период февраль – декабрь;
2. Индексы сезонности по данным 2015 г.
3. Провести сглаживание уровней ряда способом скользящей средней по трем членам.

### **Задача 8.9**

Имеются данные о потреблении дизельного топлива предприятиями города в 2011 – 2013 гг., тыс. т:

Таблица 8.21

Квартал	2011 год	2012 год	2013 год
I	320	370	310
II	590	615	660
III	430	510	540
IV	390	305	330

*Определить:*

- 1) Индексы сезонности по данным каждого года;
  - 2) Средние индексы сезонности.
  - 3) С помощью метода аналитического выравнивания сделать поквартальный прогноз потребления топлива в 2014 г.
- Сформулировать выводы.

### **Задача 8.10**

Численность населения России за 1989-2005 гг. характеризуется следующими данными:

Таблица 8.22

Годы	Все население, млн. человек	в том числе	
		городское	сельское
1989	147,0	108,0	39,0

Годы	Все население, млн.человек	в том числе	
		городское	сельское
1993	148,6	108,7	39,9
1996	148,3	108,3	40,0
2001	146,3	107,1	39,2
2002	145,6	106,7	38,9
2003	145,0	106,3	38,7
2004	144,2	105,8	38,4
2005	143,5	104,7	38,8

По численности всего населения, а также по городскому и сельскому, определить:

1. Средние уровни ряда;
2. Абсолютные приросты (цепные и базисные);
3. Темпы роста и прироста (цепные и базисные);
4. Абсолютное значение 1 % прироста (по годам);
5. Провести аналитическое выравнивание и сделать прогноз численности на 2009 г.

### **Задача 8.11**

Средний размер банковского вклада (депозита) физических лиц на валютных счетах в сберегательном банке Российской Федерации по двум городам составил на начало года, р.:

Таблица 8.23

Города	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
Москва	74 015	96 190	123 207	127 307	127 938
Санкт-Петербург	35 569	43 594	51 323	52 239	54 860

*Определите* по каждому городу:

- 1) среднегодовой размер вклада;
- 2) среднегодовой абсолютный прирост;
- 3) средний темп роста и прироста.

Сделайте выводы.

### **Задача 8.12**

Данные об объеме платных услуг населению по Российской Федерации, млрд. р.

Таблица 8.24

1996 г.	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
201,0	276,3	318,5	443,7	602,8	811,7	1088,0	1431,8	1789,8

*Определить:*

Основную тенденцию объема платных услуг населению методом аналитического выравнивания ряда динамики по линейной функции. Сделать выводы.

### **Задача 8.13**

Данные о числе собственных легковых автомобилей на 1000 чел. населения в Российской Федерации на конец года:

Таблица 8.25

Год	1998 год	1999 год	2000 год	2001 год	2002 год	2003 год	2004 год
Число автомобилей, шт.	120,4	126,2	130,5	137,2	145,8	153,2	159,3

*Определить:*

- 1) Среднегодовое число собственных автомобилей на 1000 чел. населения;
- 2) Цепные и базисные:
  - а) абсолютные приросты;
  - б) темпы роста;
  - в) темпы прироста;
- 3) Абсолютное значение одного процента прироста;
- 4) Средний абсолютный прирост;
- 5) Среднегодовой темп роста и прироста.

Сделайте выводы.

### **Задача 8.14**

По данным за 2010 год, известны показатели объемов производства мяса и мясопродуктов в Российской Федерации:

Таблица 8.26

Месяцы	Произведено мяса и мясопродуктов, т	Месяцы	Произведено мяса и мясопродуктов, т
Январь	72354	Июль	92499
Февраль	81063	Август	96627
Март	95160	Сентябрь	104463
Апрель	95232	Октябрь	106878
Май	92037	Ноябрь	107410
Июнь	98424	декабрь	116465

*Определить:*

1. Цепные и базисные абсолютные приросты, темпы роста и прироста, а также абсолютные значения одного процента прироста;
2. Среднемесячный объем производства мяса и мясопродуктов;
3. Основную тенденцию развития ряда динамики с помощью:
  - а) способа укрупнения интервалов;
  - б) способа скользящей средней;
  - в) способа аналитического выравнивания с помощью линейной функции;
4. Проверить адекватность построенного уравнения тренда с помощью  $F$ -критерия Фишера.



Сформулировать вывод.

**Задача 8.15**

Известны данные о численности населения города в 2011 году (тыс. чел.):

на 1.01.2011 – 698,2;

на 1.02.2011 – 698,2;

на 1.03.2011 – 698,4;

на 1.05.2011 – 699,0;

на 1.08.2011 – 699,1;

на 1.10.2011 – 699,0;

на 1.11.2011 – 698,9;

на 1.01.2012 – 698,9.

Определить среднюю численность населения города:

а) в первом квартале 2011 г.;

б) в первом полугодии 2011 года;

в) за 2011 г.

**Задача 8.16**

Известны данные о производстве электроэнергии в Российской Федерации за 2011-12 гг. (млн. кВт. ч):

Таблица 8.27

Месяцы	2011 год	2012 год
Январь	102447,1	102700,2
Февраль	92466,3	94229,9
Март	94636,5	96756,9
Апрель	82270,9	84725,1
Май	76784,9	79402,3
Июнь	72756,5	73913,7
Июль	75136,5	77291,8
Август	76496,7	77648,5
Сентябрь	77963,1	79272,1
Октябрь	89773,7	89051,1
Ноябрь	92379,1	96589,2
декабрь	104918,9	103277,0

Определить:

1) Индексы сезонности по данным каждого года;

2) Средние за два года индексы сезонности.

Сформулировать выводы.

**Задача 8.17**

По предприятию за год известны следующие данные о численности персонала:

Таблица 8.28

Период	Среднесписочная численность персонала, чел.
Январь	256
Февраль	258
Март	258
II квартал	260
Июль	261
Октябрь	256
Ноябрь	256
Декабрь	254

*Определить:*

1. Среднюю численность персонала в первом квартале;
2. Среднюю численность персонала в первом полугодии;
3. Среднюю численность персонала в третьем квартале;
4. Среднюю численность персонала в четвертом квартале;
5. Среднюю численность персонала во втором полугодии;
6. Среднегодовую численность персонала предприятия;

### **Задача 8.18**

Известны показатели производства консервированных овощей и грибов в Российской Федерации в 2010-11 гг. (тыс. банок усл.):

Таблица 8.29

Месяцы	2010 год	2011 год
Январь	33312	46197
Февраль	36983	49117
Март	43630	49728
Апрель	40487	35782
Май	16675	23873
Июнь	112746	96622
Июль	67562	97386
Август	56404	85196
Сентябрь	56884	79240
Октябрь	54004	72594
Ноябрь	63383	65052
Декабрь	63094	80909

*Определить:*

1. Индексы сезонности по данным каждого года;
2. Средние за два года индексы сезонности;
3. Прогнозные показатели выпуска продукции путем построения линейной функции.

Сформулировать выводы.

### Задача 8.19

Имеются следующие данные об объеме производства промышленного предприятия:

Таблица 8.30

Год	2012 год	2013 год	2014 год	2015 год	2016 год	2017 год
Произведено продукции, млн р.	918,8	1026,0	1254,1	1156,5	1196,4	1300,8

*Определить:*

1. Абсолютные приросты объемов производства по годам (базисные);
2. Цепные темпы роста и темпы прироста; цепное абсолютное значение 1 % прироста; среднегодовой абсолютный прирост;
3. Провести аналитическое выравнивание и сделать прогноз на 2012 г. (изобразить графически);
4. Проверить точность уравнения тренда с помощью  $F$ -критерия Фишера. Сформулировать выводы.

### Задача 8.20

Имеются следующие имеются данные о стоимости основных фондов предприятия на начало месяца первого полугодия 2016 г.:

Таблица 8.31

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Стоимость основ- ных фондов, млн р.	52,3	53,9	55,5	49,5	52,7	54,1	58,8

*Определить:*

1. Абсолютные приросты стоимости основных фондов (цепные);
  2. Построить уравнение тренда и сделать прогноз объемов вкладов на начало сентября (изобразить графически);
  3. Проверить адекватность уравнения тренда с помощью  $F$ -критерия Фишера.
- Сформулировать выводы.

### Задача 8.21

Известны следующие данные по предприятию:

Таблица 8.32

Год	Кварталы	Объем продаж, млн. р.
2011	I	59,8
	II	42,2
	III	58
	IV	62,7
2012	I	60,2
	II	39,5
	III	50,6

Год	Кварталы	Объем продаж, млн. р.
	IV	58,1
2013	I	59,9
	II	48,8
	III	55,2
	IV	63,6
2014	I	61,8
	II	46,2
	III	60,3
	IV	63,2

С помощью индексов сезонности выявить сезонную закономерность изменения объемов продаж предприятия и сформулировать вывод.

### **Задача 8.22**

Известны ежемесячные данные о величине себестоимости произведенной продукции за два года:

Таблица 8.33

Месяцы	Общая себестоимость, млн. р.	
	2014 год	2015 год
I	36,4	39,1
II	41,6	42,3
III	48,3	45,2
IV	56,9	62,3
V	53,7	60,3
VI	50,1	51,8
VII	46,5	39,8
VIII	39,2	44,5
IX	30,4	29,8
X	26,1	29,0
XI	33,3	24,5
XII	37,8	35,0

Выявить за два года сезонную закономерность изменения общей себестоимости производства продукции. Сформулировать вывод.

### **Задача 8.23**

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 8.34

Год	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Объем продаж, млн. р.	256	259	254,9	262,4	268	260,69	257,04	264,4	256,2

С помощью известных показателей проанализировать ряд динамики и сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение ряда динамики. Из каких элементов он состоит?
2. Какие динамические ряды называются моментными, в чем заключается их особенность?
3. Какие динамические ряды называются интервальными, в чем заключается их особенность?
4. Каковы причины возникновения несопоставимости динамических рядов?
5. Что характеризуют показатели относительного роста и как они исчисляются?
6. Что характеризует темп прироста и что показывает абсолютное значение одного процента прироста?
7. Чем вызывается необходимость обработки динамических рядов?
8. Как измеряются сезонные колебания в динамических рядах?
9. В чем сущность метода аналитического выравнивания?
10. Какие методы используются для измерения сезонных колебаний?

## ТЕМА 9. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ

*Индекс* – это относительная величина, получаемая в результате сопоставления уровней различных социально-экономических явлений во времени и в пространстве или по сравнению с любым эталоном (нормативом, планом, прогнозом и т. д.).

Индексы дают характеристику развития экономики страны в целом и отдельных ее отраслей, характеризуют результаты производственно-хозяйственной деятельности предприятий, определяют и оценивают роль отдельных факторов в формировании сложных экономических показателей. С помощью индексов решаются две основные задачи:

1. Оценка изменения сложного социально-экономического показателя (затраты на производство продукции, стоимость произведенной продукции, товарооборот и т. д.) или формирующих его отдельных факторов;

2. Выделение в изменении сложного экономического показателя одного из факторов путем элиминирования влияния других (увеличение выручки от реализации продукции, связанное с ростом цен или выпуска продукции в натуральном выражении).

Основным элементом индексного отношения является индексируемая величина, под которой понимается значение признака статистической совокупности, и изменение которой является предметом изучения.

Индексируемая величина имеет свое условное обозначение:

$p$  – цена единицы продукции (товара);

$q$  – объем (количество) продукции в натуральном выражении;

$pq$  – общая стоимость продукции конкретного вида или общая стоимость проданных товаров данного вида (товарооборот, выручка);

$z$  – себестоимость единицы продукции;

$zq$  – общая себестоимость всей произведенной продукции в стоимостном выражении;

$t$  – затраты времени на производство единицы продукции;

$tq$  – общие затраты времени на производство продукции ( $tq=T$ ) или общая численность работников;

При вычислении индексов различают сравниваемый уровень и уровень, с которым производится сравнение, называемый базисным. Чтобы различать, к какому уровню относятся индексируемые величины, возле каждого символа справа ставятся подстрочные знаки: 0 – для базисного уровня и 1 – для сравниваемого, отчетного периода. Например,  $p_0$  – цена единицы продукции в базисном периоде;  $p_1$  – цена единицы продукции в отчетном, сравниваемом периоде.

При изучении экономических явлений, индексы используются не только для сопоставления сравниваемых уровней, но и для определения экономической значимости причин (факторов), объясняющих абсолютную разницу между изучаемыми уровнями. Значения индексов выражают в коэффициентах и процентах.

По степени охвата единиц совокупности индексы делят на *индивидуальные* и *общие* (групповые). *Индивидуальные индексы* характеризуют изменение только

одного элемента изучаемой совокупности и служат для характеристики изменения отдельных элементов социально-экономического явления. Индивидуальные индексы обозначаются буквой  $i$  и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя, например,  $i_p$  – индивидуальный индекс цен, данного вида продукции,  $i_q$  – индивидуальный индекс объема производства (реализации) продукции конкретного вида. Индивидуальные индексы определяются путем деления двух индексируемых величин:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \text{ – индивидуальный индекс цен,}$$

где  $p_0$  – цена единицы продукции данного вида в базисном периоде;

$p_1$  – цена единицы продукции данного вида в отчетном (сравниваемом) периоде;

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \text{ – индивидуальный индекс физического объема,}$$

где  $q_0$  – объем производства продукции данного вида в базисном периоде;

$q_1$  – объем производства продукции данного вида в отчетном периоде.

*Общий индекс* – характеризует изменение всех элементов сложного социально-экономического явления. Под сложным явлением понимают статистическую совокупность, в которой составляющие ее элементы не подлежат непосредственному суммированию (объем производства продукции разного вида, цена на разные виды продукции и т.д.).

Для оценки изменения общей стоимости всей реализованной продукции используют общий индекс стоимости продукции или товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Разность числителя и знаменателя показывает изменение стоимости продукции в текущем периоде по сравнению с базисным:

$$\Delta^{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$

В зависимости от цели исследования и наличия исходных данных используют *агрегатную* или *средневзвешенную* форму.

Основной формой общих индексов являются агрегатные. Они содержат в числителе и знаменателе суммы произведений двух величин, несопоставимых друг с другом, одна из которых меняется, а другая остается неизменной и в числителе и в знаменателе (вес индекса).

Агрегатные индексы строят для *количественных* и *качественных* показателей.

К агрегатным индексам для количественных показателей относится агрегатный индекс физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Данный индекс показывает во сколько раз изменяется физический объем производства или реализации продукции.

Разность между числителем и знаменателем показывает изменение стоимости продукции вследствие изменения ее физического объема:

$$\Delta^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

В ряде случаев, вес индекса в числителе и знаменателе агрегатного индекса физического объема может быть зафиксирован на уровне отчетного периода. В таком случае он приобретет вид:

$$I_q^{\Pi} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$$

Данный индекс был предложен Г. Пааше в 1874 г.

При изучении социально-экономических процессов большую роль играют качественные индексы. Чаще всего используется агрегатный индекс цен. Индексируемой величиной в данном индексе выступает цена товара, следовательно в качестве весов берут количество продукции:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Этот индекс показывает, как изменяется средний уровень цен на продукцию, реализованную в отчетном периоде, другими словами определяется экономический эффект от изменения цен.

Разница между числителем и знаменателем показывает как изменяется общая стоимость товара в следствие изменения стоимости одной единицы:

$$\Delta^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

Также, агрегатный индекс цен может быть взят с базисными весами. Он был предложен в 1864 г. Э. Ласпейресом и имеет следующий вид:

$$I_p^{\Pi} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Чаще всего, при построении агрегатного индекса руководствуются следующим правилом: если строится индекс количественного показателя, то веса берутся за базисный период, а если индекс качественного показателя, то используются веса отчетного периода.

Между перечисленными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_p^{\Pi} \times I_q^{\Pi}$$



В статистической практике помимо агрегатной применяется другая форма индексов – средневзвешенные: *среднеарифметический* и *среднегармонический*.

Индексный метод также используется для изучения динамики средних величин и выявления факторов, оказывающих на нее влияние. Для этого применяют следующую взаимосвязанную систему индексов: *индекс переменного состава*, *индекс фиксированного состава* и *индекс влияния структурных сдвигов*.

Индекс переменного состава представляет собой отношение двух средних взвешенных величин с переменными весами. В качестве примера рассмотрим изменение средней цены товара в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_{\text{перем.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

Данный индекс показывает изменение средней цены товара за счет влияния двух факторов: осредняемого показателя – цены единицы товара в базисном и отчетном периодах и количества проданных товаров в соответствующих периодах.

Индекс фиксированного состава учитывает влияние только индексируемой величины, тогда как веса фиксируются на уровне отчетного периода. Он имеет следующий вид:

$$I_{\text{фиксир.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}$$

Индекс структурных сдвигов показывает изменение средней цены товара за счет изменения структуры проданных товаров:

$$I_{\text{структ.сдв.}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

Данные индексы имеют между собой следующую взаимосвязь:

$$I_{\text{перем.сост.}} = I_{\text{фиксир.сост.}} \times I_{\text{структ.сдв.}}$$

При изучении динамики социально-экономических явлений за некоторый интервал времени, включающий более двух периодов, используется система индексов: цепные индексы с переменными весами, цепные индексы с постоянными весами, базисные индексы с переменными весами, базисные индексы с постоянными весами.

Для сравнения (сопоставления) показателей в пространстве по странам, экономическим районам, областям и т.п. применяют территориальные индексы.

При расчете агрегатных индексов количественных и качественных показателей, в ряде случаев прибегают к использованию средних арифметических и средних гармонических взвешенных индексов. Например, если известны данные о размере выручки от продаж в отчетном периоде  $\sum p_1 q_1$  и об относительных изменениях цены единицы продукции  $i_p$ , то можно исчислить агрегатный индекс изменения объема выручки за счет изменения цены:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

Данный индекс преобразуется в средний гармонический индекс изменения цен. Поскольку  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ , то  $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$ , а агрегатный индекс цен записывается в следующем виде:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1}{i_p} \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

Если известны данные о размере выручки в базисном периоде  $\sum p_0 q_0$ , и индивидуальные индексы физического объема  $i_q$ , то агрегатный индекс физического объема определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Поскольку  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ , то неизвестная величина  $q_1 = i_q \cdot q_0$ .

### Пример 1

Имеются данные о реализации трех видов товаров торговым предприятием за два года.

Таблица 9.1

Наименование товаров	2013 год		2014 год	
	Цена единицы, р., $p_0$	Объем реализации, ед., $q_0$	Цена единицы, р., $p_1$	Объем реализации, ед., $q_1$
А	1100	750	1000	860
Б	1300	200	1200	280
В	2000	160	2100	200

*Определить:*

1. Индивидуальный индекс цен и физического объема;
2. Общий индекс товарооборота;
3. Агрегатный индекс цен;
4. Агрегатный индекс физического объема;
5. Показать взаимосвязь между индексами.

*Решение.*

1. Рассчитаем индивидуальные индексы цен и физического объема. Индексы цен определим по формуле:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

Для товара А:

$$i_p^A = \frac{1000}{1100} = 0,91$$

Наблюдается снижение цены единицы продукции А на 100 р., или 9 % ( $0,91 - 1 = -0,09$ ).

Для товара Б:

$$i_p^B = \frac{1200}{1300} = 0,923$$

Снижение цены товара оставило 7,7 %.

Для товара В:

$$i_p^B = \frac{2100}{2000} = 1,05$$

Произошло увеличение стоимости единицы товара на 5 %.

Индивидуальные индексы физического объема:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

Для товара А:

$$i_q^A = \frac{860}{750} = 1,147$$

Реализация продукции вида А возросла в текущем периоде по сравнению с базисным на 110 ед. ( $860 - 750 = 110$ ), или на 14,7 %.

Аналогично исчислим индивидуальные индексы для остальных видов продукции:

$$i_q^B = \frac{280}{200} = 1,4$$

$$i_q^B = \frac{200}{160} = 1,25$$

2. Определим общий индекс товарооборота по следующей формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1000 \cdot 860 + 1200 \cdot 280 + 2100 \cdot 200}{1100 \cdot 750 + 1300 \cdot 200 + 2000 \cdot 160} = 1,15$$

Наблюдается общее увеличение стоимости всей реализованной продукции в 2007 г. по сравнению с 2006 г., на 15 %.

В абсолютном выражении эта разница будет равна:

$$\Delta^{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 1616000 - 1405000 = 211000 \text{ р.}$$

Товарооборот в текущем году вырос на 211 тыс. р.

3. Исчислим агрегатный индекс цен. Поскольку индексируется качественный показатель (цена), то его вес (объем реализации) фиксируется на уровне отчетного (текущего) периода (индекс Пааше):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1000 \cdot 860 + 1200 \cdot 280 + 2100 \cdot 200}{1100 \cdot 860 + 1300 \cdot 280 + 2000 \cdot 200} = \frac{1616000}{1710000} = 0,945$$

Вследствие снижения цены единицы товара произошло снижение общей стоимости всей реализованной продукции по результатам 2007. г. на 5,5 %.

В абсолютном выражении данное снижение составило:

$$\Delta^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 1616000 - 1710000 = 94000 \text{ р.}$$

4. Агрегатный индекс физического объема продукции определим по формуле Ласпейреса, поскольку индексируется количественный показатель (объем товара):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{860 \cdot 1100 + 280 \cdot 1300 + 200 \cdot 2000}{750 \cdot 1100 + 200 \cdot 1300 + 160 \cdot 2000} = \frac{1710000}{1405000} = 1,217$$

Вследствие увеличения физического объема реализации продукции наблюдается увеличение общей стоимости на 21,7 %.

В абсолютном выражении:

$$\Delta^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 1710000 - 1405000 = 305000 \text{ р.}$$

5. Покажем взаимосвязь между индексами:

$$I_{pq} = I_p \times I_q$$

$$1,15 = 0,945 \times 1,217$$

## Пример 2

Имеются данные о реализации продуктов питания одним из предприятий розничной торговли:

Таблица 9.2

Продукция	Товарооборот в апреле, тыс. р. ( $p_0 q_0$ )	Прирост физического объема реализации в мае по сравнению апре- лем, %
А	450	- 3,2
В	820	- 6,5
С	210	+ 6,1

Рассчитать среднеарифметический индекс физического объема.

*Решение.*

В данном примере известен товарооборот предприятия в базисном месяце (см. гр. 2, табл. 8.2), а также известно изменение физического объема реализации продукции (см. гр. 3, табл. 8.2).

Агрегатный индекс физического объема имеет следующий вид:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Из данной формулы известен знаменатель, но неизвестен числитель. Поскольку нам известно процентное изменение физического объема по каждому виду продукции, следовательно можно записать значения индивидуальных индексов физического объема:

$$\text{для продукции А: } i_q = \frac{q_1}{q_0} = 0,968$$

$$\text{для продукции В: } i_q = 0,935$$

$$\text{для продукции С: } i_q = 1,061$$

Отсюда, показатель числителя ( $q_1 p_0$ ) можно записать как произведение соответствующего индивидуального индекса и показателя знаменателя ( $q_0 p_0$ ):

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot q_0 p_0 = i_q \cdot q_0 p_0 = q_1 p_0$$

После подстановки получим средний арифметический индекс физического объема:

$$I_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$
$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{0,968 \cdot 450 + 0,935 \cdot 820 + 1,061 \cdot 210}{450 + 820 + 210} = \frac{1425,1}{1480,0} = 0,962$$

Таким образом, физический объем реализации рассматриваемых видов продукции снизился в среднем на 3,8 %

### **Пример 3**

Имеются данные о выпуске трех групп товаров промышленным предприятием (табл. 9.3).

Таблица 9.3

Группа товаров	Объем реализации в текущем году, млн р., $p_1q_1$	Темп роста изменения цены продукции, %
I	256,2	102,0
II	100,5	96,5
III	406,2	105,1

Исчислить среднегармонический индекс цен.

*Решение.*

В данном примере нам известен объем реализации продукции в текущем, то есть в 2006 г., которые можно обозначить как произведение  $p_1q_1$ . Кроме того, нам известны индивидуальные индексы цен по группам товаров: 1,02, 0,965, 1,051.

Агрегатный индекс цен имеет вид:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}$$

Из представленной формулы нам известен числитель и неизвестен знаменатель, который можно получить путем использования имеющихся исходных значений:

$$p_1q_1 : \frac{p_1}{p_0} = \frac{p_1q_1}{i_p} = p_0q_1$$

Таким образом, среднегармонический индекс цен будет иметь следующий вид:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}}$$

$$I_p = \frac{256,2 + 100,2 + 406,2}{\frac{256,2}{1,02} + \frac{100,5}{0,965} + \frac{406,2}{1,051}} = \frac{762,9}{741,8} = 1,028$$

Увеличение цены по изучаемым группам товаров в текущем году, по сравнению с базисным, в среднем составило 2,8 %.

#### Пример 4

Реализация однородной продукции тремя подразделениями одного предприятия за два года характеризовался следующими данными (табл. 9.4).

Таблица 9.4

№ подразделе- ния	Базисный год		Отчетный год	
	Цена тонны продукции, тыс. р., $p_0$	Реализовано продукции, тонн, $q_0$	Цена тонны продукции, тыс. р., $p_1$	Реализовано продукции, тонн, $q_1$
1	3,10	850	3,18	860
2	2,82	970	3,01	1005
3	2,91	1000	2,93	1010

Определить:

1. Индекс цен переменного состава;
2. Индекс фиксированного состава;
3. Индекс влияния структурных сдвигов;
4. Показать взаимосвязь между индексами.

Решение

1. Исчислим индекс переменного состава:

$$I_{\text{перем.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{3,18 \cdot 860 + 3,01 \cdot 1005 + 2,93 \cdot 1010}{860 + 1005 + 1010} :$$

$$\frac{3,1 \cdot 850 + 2,82 \cdot 970 + 2,91 \cdot 1000}{850 + 970 + 100} = \frac{8719,2}{2875} : \frac{8280,4}{2820} = 3,033 : 2,936 = 1,033 (+3,3\%)$$

В целом по предприятию, средняя цена реализации одной тонны продукции всеми подразделениями в отчетном году возросла на 3,1 %. Данное изменение было обусловлено изменением цены и объемов реализации.

Абсолютное увеличение средней цены составило 90 р.:

$$\Delta_{I_{\text{перем.сост.}}} = 3,03 - 2,94 = 0,09 \text{ тыс. р.}$$

2. Индекс фиксированного состава:

$$I_{\text{фиксир.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = 3,03 : \frac{3,1 \cdot 860 + 2,82 \cdot 1005 + 2,91 \cdot 1010}{860 + 1005 + 1010} =$$

$$= 3,033 : 2,935 = 1,033 (+3,3\%)$$

Средняя цена продукции в отчетном году в следствие изменения цены реализации единицы возросла на 5,4 %, или 90 р.

3. Индекс структурных сдвигов:

$$I_{\text{структ.сдв.}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = 2,94 : 2,94 = 1,00$$

Изменение структуры реализованной продукции в отчетном году по сравнению с базисным не повлияло на изменение средней цены реализации, о чем говорит полученный индекс структурных сдвигов, равный 1.

4. Между данными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_{\text{перемен.сост.}} = I_{\text{фиксир.сост.}} \times I_{\text{структ.сдв.}}$$

$$1,033 = 1,033 \times 1,000$$

### Пример 5

По двум филиалам предприятия известны следующие данные:

Таблица 9.5

Филиал	Среднечасовая выработка продукции, р. (а)		Средняя продолжительность рабочей смены, час. (б)		Средняя продолжительность рабочего периода, дн. (с)		Среднесписочная численность рабочих, чел. (д)	
	май	июнь	май	июнь	май	июнь	май	июнь
1	1460	1468	7,7	7,8	18,6	20,7	152	150
2	1506	1495	7,68	7,8	19,0	21,2	79	85

Определить абсолютное и относительное изменение валового выпуска продукции двумя филиалами вместе в июне по сравнению с маем, в том числе за счет:

- 1) Изменения среднечасовой выработки;
- 2) Изменения средней продолжительности рабочего дня;
- 3) Изменения фактического числа рабочих дней в периоде;
- 4) Изменения среднесписочной численности рабочих.

*Решение:*

Опираясь на имеющиеся данные можно определить общий объем производства продукции в мае и июне. Для этого необходимо найти произведение показателей представленных в табл. 9.5 (условно обозначены как  $a$  – среднечасовая выработка,  $b$  – средняя продолжительность рабочего дня,  $c$  – средняя продолжительность рабочего периода,  $d$  – среднесписочная численность рабочих), а именно:

май:

$$\sum a_0 b_0 c_0 d_0 = 1460 \cdot 7,7 \cdot 18,6 \cdot 152 + 1506 \cdot 7,68 \cdot 19 \cdot 79 = 49144,068 \text{ тыс. руб.}$$

июнь:

$$\sum a_1 b_1 c_1 d_1 = 1468 \cdot 7,8 \cdot 20,7 \cdot 150 + 1455 \cdot 7,8 \cdot 21,2 \cdot 85 = 56004,39 \text{ тыс. руб.}$$

Отсюда общий индекс изменения объема производства продукции составит:

$$I_{abcd} = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0} = \frac{56004,39}{49144,068} = 1,14 (+14\%)$$



В абсолютном измерении

$$\Delta_{abcd} = 56004,39 - 49144,068 = 6860,322 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, общий объем выпуска продукции двумя филиалами в июне возрос по сравнению с предыдущим месяцем на 14 %, или на 6860322 р. , в том числе:

1) в результате изменения среднечасовой выработки одного среднесписочного рабочего, изменение общего объема произведенной продукции составило:

$$I_a = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 d_1}{\sum a_0 b_1 c_1 d_1} = \frac{56004,39}{56527,474} = 0,991 (-0,9\%)$$

В абсолютном измерении  $\Delta_a = 56004,39 - 56527,474 = -523,084 \text{ тыс. руб.}$

Снижение среднечасовой выработки рабочих второго филиала привело к общему снижению производства в июне по сравнению с маем на 0,9 % или на 523084 р.

2) в результате изменения средней продолжительности рабочей смены:

$$I_b = \frac{\sum a_0 b_1 c_1 d_1}{\sum a_0 b_0 c_1 d_1} = \frac{56527,474}{55748,486} = 0,014 (+1,4\%)$$

В абсолютном измерении  $\Delta_b = 56527,474 - 55748,486 = 778,987 \text{ тыс. руб.}$

Изменение средней продолжительности рабочей смены одного среднесписочного рабочего, позволило увеличить объем произведенной продукции в мае на 1,4 % или на 778987 р.

3) в результате изменения средней продолжительности рабочего периода:

$$I_c = \frac{\sum a_0 b_0 c_1 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_1} = \frac{55748,486}{50044,399} = 0,114 (+11,4\%)$$

В абсолютном измерении

$$\Delta_c = 55748,486 - 50044,399 = 5704,087 \text{ тыс. руб.}$$

Общее увеличение числа рабочих дней в июне по сравнению с маем по обоим филиалам, повлекло за собой рост общего объема производства продукции на 11,4 %, или на 5704087 р.

4) в результате изменения среднесписочной численности рабочих обоих филиалов:

$$I_d = \frac{\sum a_0 b_0 c_0 d_1}{\sum a_0 b_0 c_0 d_0} = \frac{50044,399}{49144,068} = 1,018 (+1,8\%)$$

В абсолютном измерении  $\Delta_d = 50044,399 - 49144,068 = 900,331 \text{ тыс. руб.}$

Изменение среднесписочной численности рабочих привело к увеличению объемов производства продукции двумя филиалами в мае против июня на 1,8 % или на 900331 р.

## Задачи для самостоятельной работы

### Задача 9.1

Данные о реализации мясных продуктов на городском рынке следующие:

Таблица 9.6

Продукт	Сентябрь		Октябрь	
	Цена за 1 кг, р.	Продано, ц.	Цена за 1 кг, р.	Продано, ц.
Говядина	232	26,3	236	24,1
Баранина	254	8,8	260	9,2
Свинина	240	14,5	248	12,3

*Определить:*

1. Индивидуальные индексы цен и физического объема;
2. Индекс товарооборота;
3. Агрегатные индексы цен и физического объема;
4. Показать взаимосвязь между индексами.

Сформулировать вывод.

### Задача 9.2

Имеются данные о стоимости проданной продукции за два месяца, предприятием торговли:

Таблица 9.7

Товар	Индивидуальный индекс цен, %	Стоимость проданной продукции, тыс. р.	
		июль	август
Картофель	104	118	99
Молоко	102	26	28
Яйца	96	142	155

*Определить:*

1. Общий индекс товарооборота;
2. Агрегатный индекс физического объема товарооборота;
3. Агрегатный индекс цен на продукцию.

Сформулировать вывод.

### Задача 9.3

Имеются следующие данные о производстве продукции и затратах труда на предприятии (табл. 9.8).

*Определить* в отчетном периоде по сравнению с базисным:

1. Индивидуальные индексы объема выпуска и затрат;
2. Индекс общих затрат труда, агрегатный индекс физического объема продукции, агрегатный индекс затрат труда;
3. Абсолютное изменение общей суммы затрат, за счет изменения удельных затрат труда и изменения объема выпуска.

4. Показать взаимосвязь между индексами.  
Сформулировать выводы.

Таблица 9.8

Виды продукции	Выпуск, шт.		Затраты труда на производство ед. продукции (ч.-час.)	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
А	5550	6700	25	23
В	7000	8500	35	38
С	400	480	2,5	3,2

#### Задача 9.4

Деятельность торговой фирмы за два месяца 2007 г. характеризуется следующими данными:

Таблица 9.9

Товар	Товарооборот, тыс. р.	
	октябрь	ноябрь
Какао	54	57
Кофе растворимый	165	173
Кофе молотый	97	105
Чай	80	84

Оцените общее изменение физического объема реализации с учетом того, что в ноябре фирма повысила все цены на 8 %.

#### Задача 9.5

Имеются следующие данные об урожайности и валовом сборе пшеницы в 2015 и 2016 гг.:

Таблица 9.10

Зерновая культура	Урожайность, ц/га		Валовой сбор, тыс. ц	
	2015 год	2016 год	2015 год	2016 год
Пшеница озимая	22,3	29,1	172	244
Пшеница яровая	12,7	15,7	173	226

Рассчитать:

- 1) индексы урожайности пшеницы:
  - а) переменного состава;
  - б) фиксированного состава;
- 2) индекс структурных сдвигов (влияния изменения структуры посевных площадей на динамику средней урожайности);
- 3) изменение (в абсолютном выражении) валового сбора пшеницы в 2001 г. по сравнению с 2000 г. – всего и в том числе за счет изменения:
  - а) урожайности озимой и яровой пшеницы;
  - б) посевных площадей (размера);

в) структуры посевных площадей.

### **Задача 9.6**

Имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих:.

Таблица 9.11

Подразделения	Базисный год		Отчетный год	
	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников подразделения, чел.	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников подразделения, чел.
1	650	25	674	25
2	890	18	865	20
3	720	22	749	20

*Определить:*

1. Индивидуальные индексы производительности труда;
2. Индексы производительности труда: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов;
3. Абсолютное изменение средней выработки за счет отдельных факторов.
4. Показать взаимосвязь между относительными и абсолютными показателями.

Написать выводы.

### **Задача 8.7**

Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства однородной продукции подразделениями промышленного предприятия (табл. 9.12).

По представленным данным определить:

1. Индивидуальные индексы себестоимости;
2. Индексы себестоимости: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов;
3. Абсолютное изменение средней себестоимости за счет отдельных факторов.
4. Показать взаимосвязь между относительными и абсолютными показателями.

Таблица 9.12

Подразделение	2013 год		2014 год	
	Себестоимость ед. продукции, тыс. р.	Произведено шт.	Себестоимость ед. продукции, тыс. р.	Произведено шт.
1	18,3	350	19,5	410
2	16,7	401	17,0	426
3	17,1	342	16,5	385
4	16,0	390	16,1	409

### Задача 9.8

Имеются данные объеме производства и изменении цен на производимую продукцию:

Таблица 9.13

Виды продукции	Изменение цены ед. продукции в 2015 г. по сравнению с 2014 г.	Объем производства продукции в 2014 г., тыс. р.	Объем производства продукции в 2015 г., тыс. р.
A	+2,5	25210	25600
B	+0,5	13880	14290
C	-3,1	37560	36230
D	+1,2	8970	9850

Определить:

1. Агрегатный индекс физического объема производства;
2. Агрегатный индекс цен;
3. Общий индекс производства продукции;
4. Показать абсолютные изменения за счет различных факторов и взаимосвязь индексов.

Сформулировать вывод.

### Задача 9.9

Имеются следующие данные по промышленному предприятию (табл. 9.13). По имеющимся данным определить:

- 1) Общий индекс себестоимости продукции в 2010 г. по сравнению с 2009 г.;
- 2) Размер экономии или дополнительных затрат, вызванных изменением себестоимости продукции.

Сформулировать вывод.

Таблица 9.14

Изделие	Общие затраты на производство в 2010 г., млн р.	Изменение себестоимости изделия в 2010 г. по сравнению с 2009 г., %
A	69,12	+8,0
B	126,72	+5,6
B	221,40	+2,5

### Задача 9.10

Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 9.15

Вид продукции	Выпуск продукции, тыс. ед.		Затраты времени на единицу продукции, чел.-час.	
	в базисном периоде	в отчетном периоде	в базисном периоде	в отчетном периоде
А	50	56	4,2	4,0
Б	200	150	3,0	3,0
В	100	80	2,0	1,9

*Определить:*

- 1) общий индекс физического объема продукции;
- 2) изменение производительности труда по каждому виду продукции;
- 3) общий индекс производительности труда на предприятии в целом;
- 4) изменение (в абсолютном выражении) общих затрат рабочего времени на

производство продукции и в том числе за счет изменения:

- а) производительности труда;
- б) объема выпускаемой продукции.

Сформулировать вывод.

### **Задача 9.11**

Имеются следующие данные о производстве одежды и затратах труда по швейной фабрике за два месяца:

Таблица 9.16

Виды одежды	Выпуск, шт.		Фактические затраты рабочего времени в среднем на 1 шт., ч	
	сентябрь	октябрь	сентябрь	октябрь
А	100	105	5,8	5,6
Б	300	290	5,0	5,0
В	280	310	6,0	5,8

*Определить:*

- 1) индивидуальные индексы производительности труда;
- 2) агрегатный индекс производительности труда;
- 3) экономию рабочего времени, полученную в результате роста производительности труда.

### **Задача 9.12**

По фирме имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих:

Таблица 9.17

Филиалы	Базисный период		Отчетный период	
	средняя выработка продукции на 1 работающего, тыс. р., (в сопоставимых ценах)	удельный вес филиала в общей численности работающих на фирме, %	средняя выработка продукции на 1 работающего, тыс. р., (в сопоставимых ценах)	удельный вес филиала в общей численности работающих на фирме, %
№ 1	1500	35	1550	36
№ 2	2000	20	2100	25
№ 3	2500	45	2510	40

*Определить:*

- 1) индивидуальные индексы производительности труда;
- 2) общие индексы производительности труда: а) переменного состава; б) постоянного состава;
- 3) индекс влияния структурных сдвигов;
- 4) абсолютное изменение средней выработки на одного работающего по фирме в целом и за счет отдельных факторов.

### **Задача 9.13**

Имеются следующие данные по трем предприятиям:

Таблица 9.18

Предприятие	Произведено продукции, млн р.		Среднесписочная численность работников, чел.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
№ 1	430	520	40	45
№ 2	250	330	15	12
№ 3	310	340	24	24

*Рассчитать:*

- 1) Уровень и динамику производительности труда по каждому предприятию;
- 2) По трем предприятиям в целом:
  - а) индекс производительности труда переменного состава;
  - б) агрегатный индекс производительности труда постоянного (фиксированного) состава;
  - в) агрегатный индекс влияния структурных сдвигов за счет изменения численности работников;
  - г) абсолютное изменение объема произведенной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом в результате изменения каждого фактора.

Покажите взаимосвязь исчисленных показателей. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы.

**Задача 9.14**

Имеются следующие данные по двум предприятиям о трудоемкости продукции:

Таблица 9.19

Предприятие	Произведено продукции, тыс. шт.		Затраты на 1 шт., чел.-час.	
	базисный период	отчетный период	базисный период	отчетный период
№ 1	25	38	225	289
№ 2	38	33	320	415

*Рассчитать:*

- 1) уровень и динамику производительности труда:
    - по каждому предприятию;
    - по двум предприятиям в целом:
  - а) агрегатный индекс производительности труда постоянного состава;
  - б) агрегатный индекс трудоемкости;
- Сделайте выводы.

**Задача 9.15**

По строительной организации известны данные за два периода:

Таблица 9.20

Вид работы	Затраты, млн р.		Изменение себестоимости работ в отчетном периоде по сравнению с базис- ным, %
	базисный период	отчетный период	
Строительные	56,4	60,2	+7,3
Монтажные	32,0	32,0	+2,1
Ремонтные	19,2	20,9	-4,0

*Определить:*

1. Общий индекс затрат;
  2. Агрегатный индекс затрат на производство;
  3. Абсолютное изменение общих затрат на производство, в т. ч. за счет изменения себестоимости каждого вида работ.
- Сформулировать вывод.

**Задача 9.16**

Имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих:



Таблица 9.21

Подразделе- ния	Базисный период		Отчетный период	
	Средняя вы- работка на одного рабо- тающего, тыс. р.	Численность работников подразделе- ния, чел.	Средняя вы- работка на одного рабо- тающего, тыс. р.	Численность работников подразделе- ния, чел.
1	35	94	38	94
2	41	120	40	122
3	43	65	48	67

*Определить:*

1. Индивидуальные индексы производительности труда;
  2. Индексы производительности труда: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов;
- Сформулировать выводы.

### **Задача 9.17**

По торговому предприятию известно:

Таблица 9.22

Товарная группа	Объем реализации продукции, млн р.		Индекс цен по то- варным группам, %
	первое полугодие	второе полугодие	
А	59,86	62,91	118,09
Б	31,92	27,13	105,30
В	8,22	9,96	111,21

*Определить:*

1. Агрегатный индекс цен реализованной продукции;
  2. Абсолютное изменение объема товарооборота за счет изменения цены по товарным группам.
- Выводы.

### **Задача 9.18**

Имеются данные по предприятию за два месяца:

Таблица 9.23

Категории работников	1-й месяц		2-й месяц	
	Числен- ность ра- ботников, чел.	Общий фонд заработной платы, тыс. р.	Числен- ность ра- ботников, чел.	Общий фонд заработной платы, тыс. р.
Основные рабочие	1390	14986	1348	15471
Вспомогательные ра- бочие	350	3288	322	3409

Категории работников	1-й месяц		2-й месяц	
	Численность работников, чел.	Общий фонд заработной платы, тыс. р.	Численность работников, чел.	Общий фонд заработной платы, тыс. р.
Служащие	165	1625	170	1697

*Определить:*

1. Индивидуальные индексы средней заработной платы одного работника по каждой категории;
  2. Общее изменение средней заработной платы всех работников с помощью:
    - а) индекса переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов.
  3. Абсолютное изменение средней зарплаты за счет влияния отдельных факторов.
- Сформулировать выводы.

#### **Задача 9.19**

Имеются данные об объеме производства и изменении цен на производимую продукцию:

Таблица 9.24

Виды продукции	Изменение цены ед. продукции в 2011 г. по сравнению с 2010 г.	Объем производства продукции в 2010 г., млн р.
А	+2,5	25,60
Б	-5,5	14,29

Определить агрегатный индекс физического объема производства и сформулировать вывод.

#### **Задача 9.20**

Известны данные о выпуске продукции двумя заводами отрасли:

Таблица 9.25

Вид продукции	Выработано продукции, тыс. ед.		Себестоимость единицы продукции, р.	
	базисный	отчётный	базисный	отчётный
А	8,5	6,5	29,6	26,2
Б	6,4	6,4	330,2	353,4
В	10	12	488,0	429,3

На основании имеющихся данных вычислить:

1. Относительное изменение затрат с помощью:
  - а) общего индекса затрат на производство продукции;
  - б) агрегатного индекса себестоимости продукции;
  - в) агрегатного индекса физического объёма продукции.
2. Абсолютное изменение затрат, в том числе за счет отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

### Задача 9.21

По предприятию известны данные о выработке одного среднесписочного работника:

Таблица 9.26

Номер филиала	Среднечасовая выработка в расчете на одного среднесписочного работника, р.		Средняя фактическая продолжительность рабочего дня, час.		Средняя фактическая продолжительность рабочего периода (число рабочих дней), дн.	
	июнь	июль	июнь	июль	июнь	июль
1	1260	1300	7,5	7,8	21	21
2	990	985	7,9	7,9	22	23
3	1350	1500	7,7	7,9	20	22
4	1000	980	7,8	7,5	23	21

*Определить:*

1. Среднедневную и среднемесячную выработку работника в июне и в июле;
  2. Изменение (абсолютное и относительное) среднемесячной выработки в июле против июня, в том числе за счет:
    - а) изменения среднечасовой выработки;
    - б) продолжительности рабочего дня;
    - в) продолжительности рабочего периода.
- Сформулировать выводы.

### Задача 9.22

По предприятию известны следующие данные о выпуске продукции:

Таблица 9.27

Продукция	Трудоёмкость производства единицы продукции, чел.-час.		Общие затраты труда на выпуск всей продукции, тыс. чел.-час.	
	базисный месяц	отчетный месяц	базисный месяц	отчетный месяц
А	1,24	1,25	24,8	26,25
Б	12,8	12,3	40,96	38,63
В	8,16	8,33	118,3	125,7
Г	2,49	2,49	34,9	38,5
Д	48,3	49,8	7,25	7,1

*По имеющимся данным определить:*

1. Индивидуальные индексы трудоёмкости и физического объема выпуска продукции;
2. Общий индекс затрат труда на выпуск всей продукции;

3. Агрегатные индексы трудоёмкости и физического объема выпуска;
4. Абсолютное изменение общих затрат труда, в том числе под влиянием отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

### **Задача 9.23**

Известны следующие данные по торговому предприятию:

Таблица 9.28

Товар	Цена единицы товара в I квартале, тыс. р.	Продано, тыс. ед.		Изменение цены единицы товара во втором квартале по сравнению с первым, %
		I квартал	II квартал	
А	1,03	15,3	16,1	1,3
Б	2,65	1,36	1,3	-0,8
В	0,26	36,57	41,52	2,2
Г	1,25	20,14	21	0

*Определить:*

1. Общий индекс товарооборота;
2. Агрегатный индекс физического объема продаж;
3. Агрегатный индекс цен;
4. Абсолютное изменение общего товарооборота, в том числе в результате влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

### **Задача 9.24**

Известны следующие данные по предприятию:

Таблица 9.29

Вид продукции	Выручка млн р.		Индивидуальный индекс	
	базисный период	отчетный период	физического объема реализации	цен единицы продукции
А	23,1	24,1	1,012	1,031
Б	15,7	15,0	0,965	0,990
В	89,4	94,3	1,033	1,021

*Определить:*

1. Агрегатный индекс физического объема;
2. Агрегатный индекс изменения цен;
3. Общий индекс изменения выручки от продаж;

Сформулировать выводы.

### **Задача 9.25**

По трем предприятиям, выпускающим один вид продукции известны следующие данные:

Таблица 9.30

Предпри- ятие	1–е полугодие			2–е полугодие		
	Себестои- мость произ- водства од- ной единицы продукции, р.	Объем выпуска		Себестои- мость про- изводства одной еди- ницы про- дукции, р.	Объем выпуска	
		тыс. ед.	% к итогу		тыс. ед.	% к итогу
1	1360	2,7	20,0	1380	2,7	17,9
2	1330	1,2	9,1	1330	1,3	8,6
3	1400	9,6	70,9	1320	11,1	73,5

*Определить* изменение (относительное в % и абсолютное в р.) средней себестоимости производства единицы продукции, в том числе за счет влияния отдельных факторов (удельной себестоимости и физического объема выпуска). Сформулировать вывод.

### **Задача 9.26**

По двум цехам завода известны следующие данные:

Таблица 9.31

№ цеха	Среднечасовая выработка од- ного среднеспи- сочного рабо- чего, р.		Средняя продол- жительность ра- бочего дня		Среднее число отработанных дней в месяце		Среднее спи- сочное число рабочих, чел.	
	ноябрь	декабрь	ноябрь	декабрь	ноябрь	декабрь	ноябрь	декабрь
1	2,5	2,53	7,6	7,8	20,8	21,2	256	263
2	2,36	2,42	7,8	7,8	19,8	19,9	52	50
3	2,87	2,99	7,9	7,9	21,6	19,6	174	175

*Определить* общее изменение (относительное в % и абсолютное в р.) выпуска продукции всеми работниками двух цехов вместе, в декабре против ноября, в том числе за счет влияния отдельных факторов. Сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое индекс, какие виды статистических индексов вы знаете?
2. Каково назначение агрегатного индекса как исходной формы индекса?
3. В чем состоит взаимосвязь индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов?
4. Каково назначение индексов Ласпейреса и Пааше?
5. Что показывают общие индексы? Приведите примеры.
6. Как исчисляется агрегатный индекс физического объема продукции (товарооборота)?
7. Что характеризуют индексы переменного и постоянного состава?

8. Как оценить влияние различных факторов на изменение результативного показателя?
9. В чем заключаются особенности построения территориальных индексов?
10. В чем состоит взаимосвязь цепных и базисных индексов?

## ТЕМА 10. СТАТИСТИКА НАСЕЛЕНИЯ

Статистика населения изучает количественную сторону явлений и процессов, происходящих в населении страны в целом и отдельных территорий, с целью выявления в них качественных характеристик и закономерностей.

Статистика рассматривает население как социально-экономическую категорию, поскольку оно представляет собой не только совокупность лиц, проживающих на определенной территории, но и выступает участником экономических отношений. Кроме того, жизнедеятельность населения изучается статистикой в историческом, правовом, политическом, юридическом и медицинском аспектах.

Статистика населения решает широкий круг задач, среди которых можно выделить следующие основные:

- определение численности населения и его территориального (пространственного) распределения;
- изучение состава и структуры населения;
- изучение естественного движения населения;
- изучение миграционного (механического) движения населения;
- социальная характеристика населения.

Помимо анализа и интерпретации ретроспективных данных в комплекс задач статистики относятся также вопросы прогнозирования численности населения и вероятность наступления того или иного демографического события.

Данные статистики населения имеют первостепенное значение в разработке и реализации государственной социально-экономической политики, поскольку именно человек и его потенциал являются основным ресурсом страны. Это было отмечено и в Государственной стратегии на 2020 г.

Источниками информации статистики населения выступают перепись населения, учет рождаемости, смертности, брачности и миграции населения, а также выборочные наблюдения.

Численность населения – моментный показатель. Поэтому показатели численности рассчитываются на конкретный момент времени, дату. Для определения численности населения на начало текущего года используется следующее балансовое уравнение:

$$S_t = S_{t-1} + N_{t-1} - M_{t-1} + \Pi_{t-1} - B_{t-1}$$

где:

$S_t$  – численность населения на начало текущего года;

$S_{t-1}$  – численность населения на начало предыдущего года;

$N_{t-1}$  – численность родившихся в предыдущем году;

$M_{t-1}$  – численность умерших в предыдущем году;

$\Pi_{t-1}$  – численность прибывших в предыдущем году;

$B_{t-1}$  – численность выбывших в предыдущем году.

Все население можно разделить на две категории:

1. Постоянное население – совокупность лиц, постоянно проживающих на данной территории, независимо от того, где она находится в момент проведения статистического учета. Численность постоянного населения определяется:

$$ПН = НН + ВО - ВП$$

где:

*ПН – постоянное население;*

*НН – наличное население;*

*ВО – временно отсутствующие на данной территории в момент учета;*

*ВП – временно прибывшие на данную территорию в момент учета.*

2. Наличное население – совокупность лиц, находящихся на данной территории в момент учета, независимо от того, где они проживают постоянно. Численность наличного населения определяется:

$$НН = ПН + ВП - ВО$$

Важность учета перечисленных выше категорий населения, объясняется необходимостью решения целого ряда социально-экономических задач. Например, знание численности постоянного населения позволяет разрабатывать планы по вводу в действие образовательных учреждений дошкольного и школьного образования, учреждений здравоохранения и т.п. Знание численности наличного населения позволяет обосновывать политику по развитию транспортной инфраструктуры региона, общественного транспорта, индустрии туризма и др.

Большое значение в изучении населения помимо его численности имеет анализ его состава и структуры (полового, географического, национального, религиозного, профессионального и т.д.). Так, например, изучение географического распределения населения, позволяет получить информацию о плотности населения и равномерности заселения всей территории страны (табл. 10.1).

Таблица 10.1

Географическое распределение населения Российской Федерации  
на 1 января 2017 г.

	Площадь территории, тыс. кв. км	Численность населения, тыс. человек	Структура, % к итогу		Плотность населения, коэффициент
			площади территории	численности населения	
Российская Федерация	17098,2	142914,1	100,0	100,0	8,4
Центральный федеральный округ	650,2	38456,9	3,8	26,9	59,1
Северо-Западный федеральный округ	1687,0	13593,5	9,9	9,5	8,1
Южный федеральный округ	420,9	13853,7	2,5	9,7	32,9



	Площадь территории, тыс. кв. км	Численность населения, тыс. человек	Структура, % к итогу		Плотность населения, коэффициент
			площади территории	численности населения	
Северо-Кавказский федеральный округ	170,4	9507,0	1,0	6,7	55,8
Приволжский федеральный округ	1037,0	29880,4	6,1	20,9	28,8
Уральский федеральный округ	1818,5	12089,1	10,6	8,5	6,6
Сибирский федеральный округ	5145,0	19249,8	30,1	13,5	3,7
Дальневосточный федеральный округ	6169,3	6283,7	36,1	4,4	1,0

Важную роль в изучении состава и структуры населения играет анализ размещения населения по месту жительства – в городской и сельской местности. Это позволяет планировать социально-экономическое развитие городских и сельских населенных пунктов, в частности, количество учреждений здравоохранения и образования, развитие транспортной и дорожной инфраструктуры и т.п.

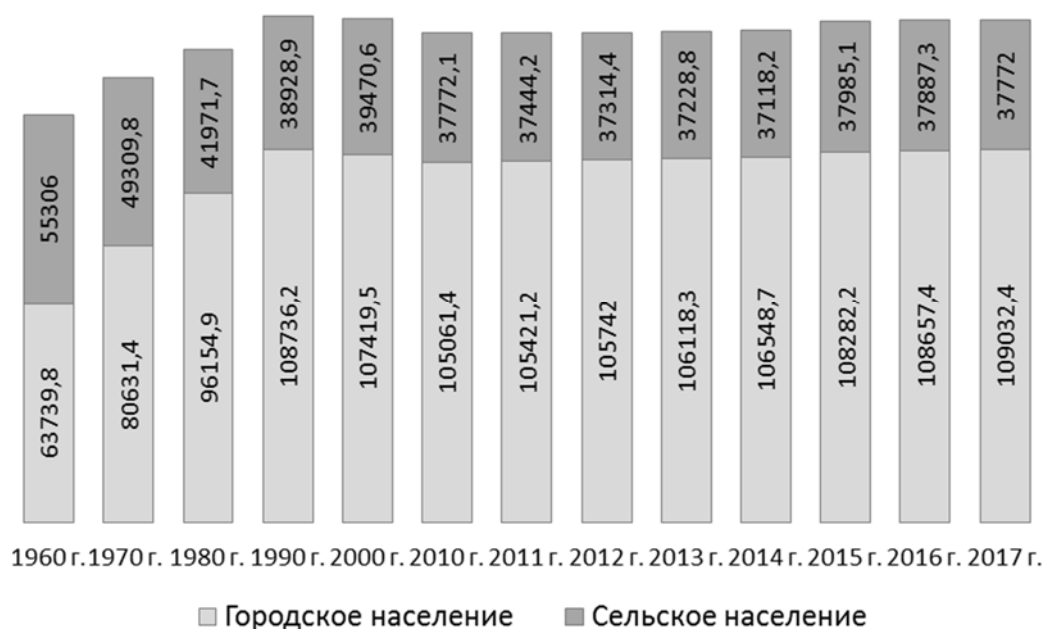


Рис. 10.1. Численность городского и сельского населения в Российской Федерации (тыс. чел.)

Изучение состава населения по национальному признаку, позволяет получить представление о численности отдельных национальных и этнических

групп, что делает возможным разработку государственных программ по сохранению культуры и традиций народов, проживающих на территории страны. Кроме того, знание национального состава населения, позволяет сделать вывод об уровне образованности тех или иных этнических или национальных групп. Большое значение в изучении состава населения имеет изучение его брачной структуры, поскольку от этого во многом зависит уровень демографического благополучия страны.

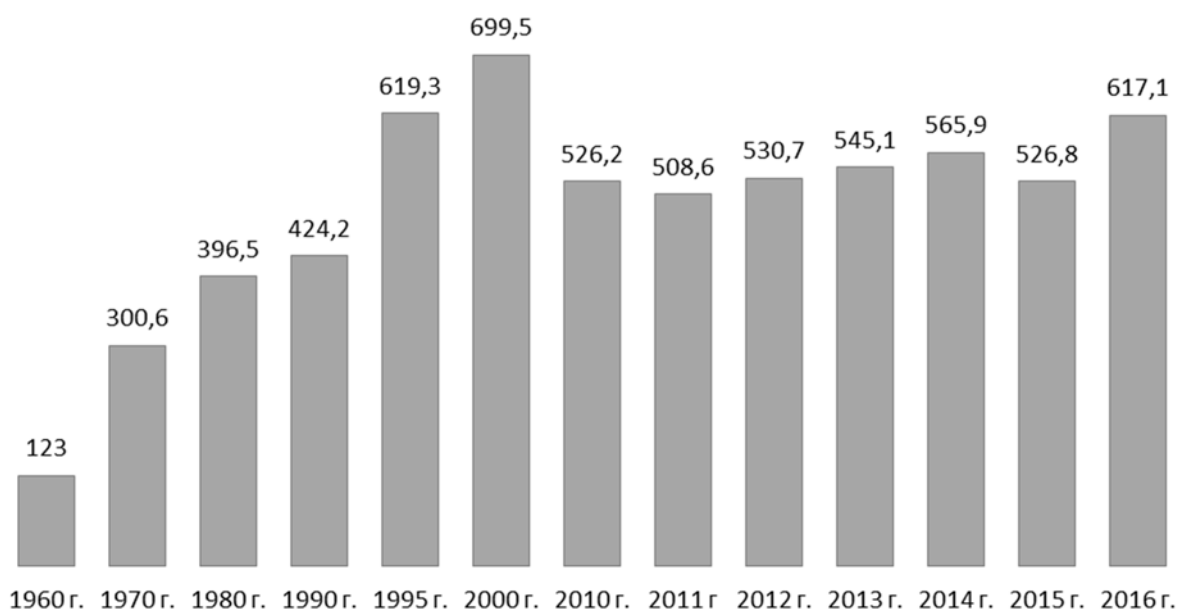


Рис. 10.2. Соотношение числа разводов и браков в Российской Федерации (%)

Изучение профессионального состава населения дает представление о количестве специалистов в различных отраслях экономики и соответствие их численности реальным потребностям экономики. Зная профессиональный состав работников в различных отраслях экономики, предоставляется возможность корректировать количество выпускающихся специалистов через систему среднего специального и высшего образования.

Наиболее распространенной группировкой населения является группировка по полу и возрасту (рис. 1.1.). Она позволяет увидеть соотношения полов по численности человек, в каждой возрастной группе. Чем больше разница между численностью мужчин и женщин в каждой возрастной группе, тем хуже общее демографическое положение в стране и отдельных регионах. Диспропорции численности каждой группы населения в соответствующем возрасте может быть вызвано различными факторами, но, прежде всего, более высоким уровнем смертности в отдельной гендерной группе. В России ситуация выглядит весьма неблагоприятно, поскольку, начиная примерно с возраста 30 лет, численность женщин в каждой возрастной группе в абсолютном выражении превышает численность мужчин соответствующего возраста.

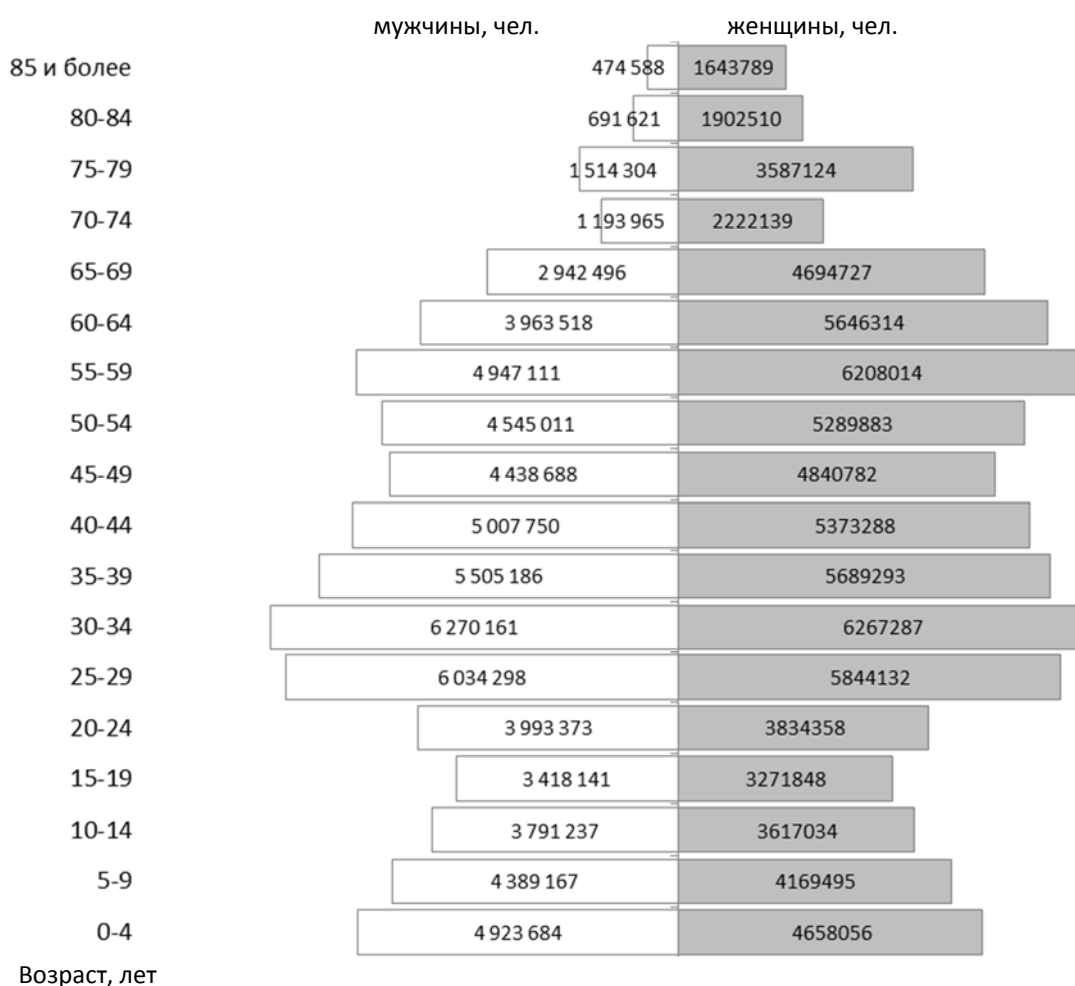


Рис. 10.3. Половозрастная структура населения России на начало 2017 г.

Численность населения населенных пунктов, регионов и страны в целом меняется под влиянием фактора рождаемости и смертности, которые еще иначе называют естественными факторами. Изменение численности населения под влиянием естественных факторов называют естественным движением населения.

Для статистической оценки естественного движения населения используются как абсолютные, так и относительные показатели.

К абсолютным показателям относят: число родившихся на данной территории за определенный период времени ( $N$ ); число умерших ( $M$ ); абсолютный естественный прирост ( $N - M$ ).

К относительным показателям относят:

1. Общие показатели естественного движения населения.

Общий коэффициент рождаемости:

$$K_{\text{рожд.общ.}} = \frac{N}{\bar{S}} \cdot 1000$$

где,  $\bar{S}$  – средняя за период численность постоянного населения.

Средняя за период численность постоянного населения может быть исчислена следующим образом:

а) если известны данные о численности населения на начало и конец периода:

$$\bar{S} = \frac{S_n + S_k}{2}$$

где,  $S_n$  – численность населения на начало года;

$S_k$  – численность населения на конец года.

б) если известны данные о численности населения через равные промежутки времени:

$$\bar{S} = \frac{\frac{1}{2} \cdot S_n + S_1 + S_2 + \dots + \frac{1}{2} \cdot S_k}{n-1}$$

в) если известны данные о численности населения через неравные промежутки времени:

$$\bar{S} = \frac{\sum \frac{S_i + S_{i+1}}{2} \cdot t_i}{\sum t_i}$$

где  $t_i$  – расстояние между моментами.

Общий коэффициент рождаемости показывает, сколько людей родилось в среднем в расчете на каждую 1000 человек постоянного населения.

Общий коэффициент смертности:

$$K_{\text{смерт. общ.}} = \frac{M}{S} \cdot 1000$$

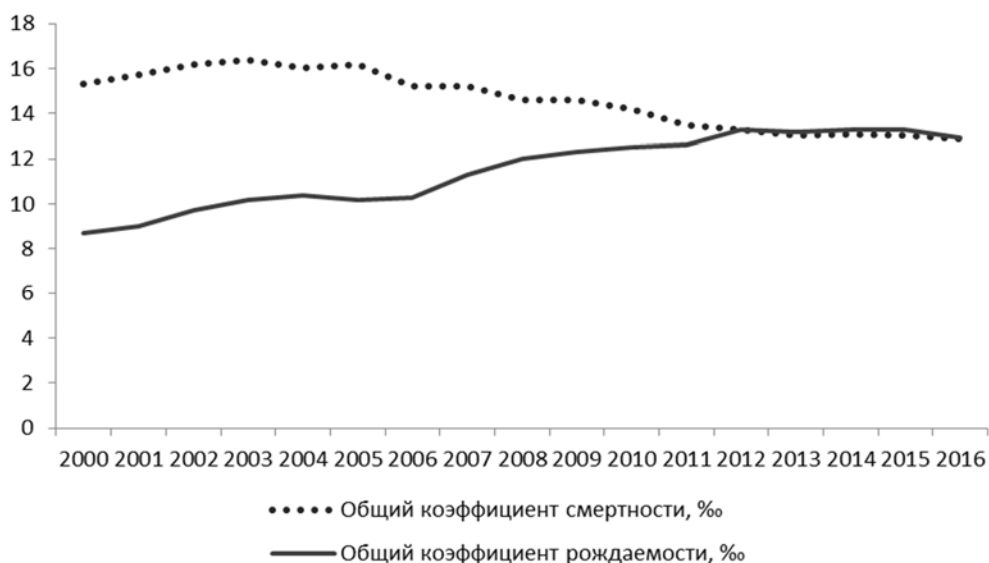


Рис. 10.4. Общие коэффициенты рождаемости и смертности в Российской Федерации

Коэффициент естественного прироста населения:

$$K_{\text{ест. прир}} = \frac{N - M}{S} \cdot 1000, \text{ или } K_{\text{ест. прир}} = K_{\text{рожд. общ.}} - K_{\text{смерт. общ.}}$$

Динамика изменения коэффициента естественного прироста населения России, представлена на рис. 1.3.

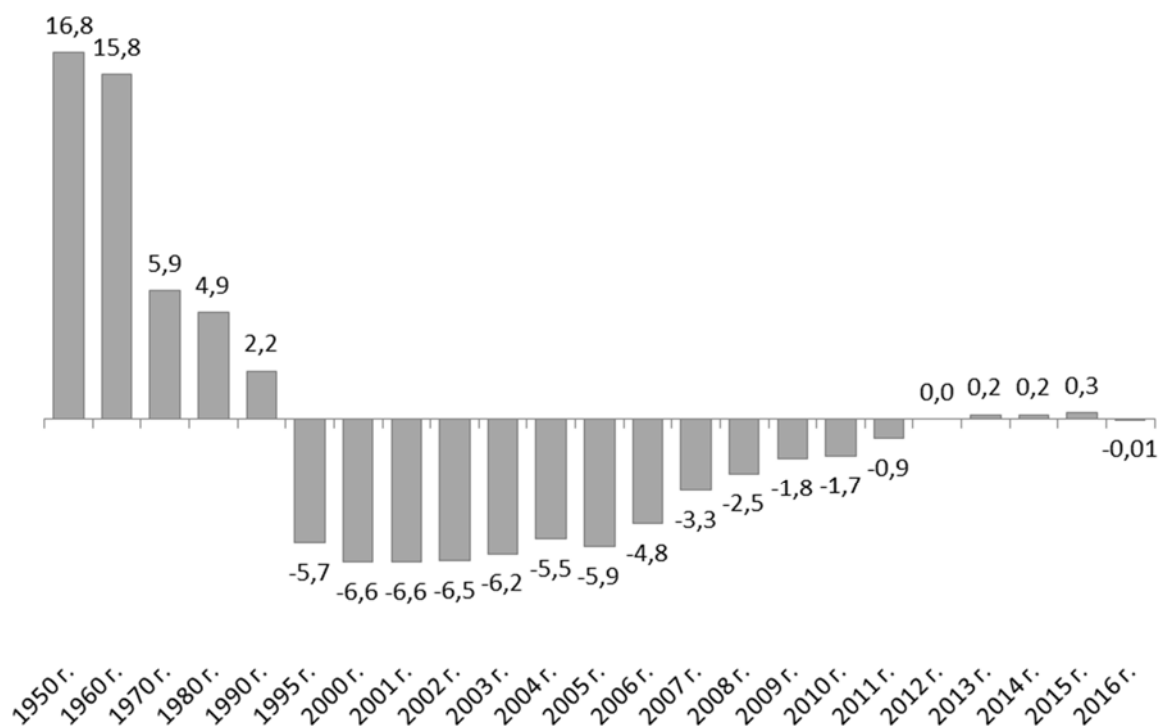


Рис. 10.5 Коэффициент естественного прироста населения Российской Федерации, ‰

Коэффициент жизненности:

$$K_{\text{жизн.}} = \frac{N}{M}, \text{ или } K_{\text{жизн.}} = \frac{K_{\text{рожд. общ.}}}{K_{\text{смерт. общ.}}}$$

На рис. 1.4. представлены данные, характеризующие динамику изменения коэффициента жизненности в России за период с 1950 по 2016 гг.

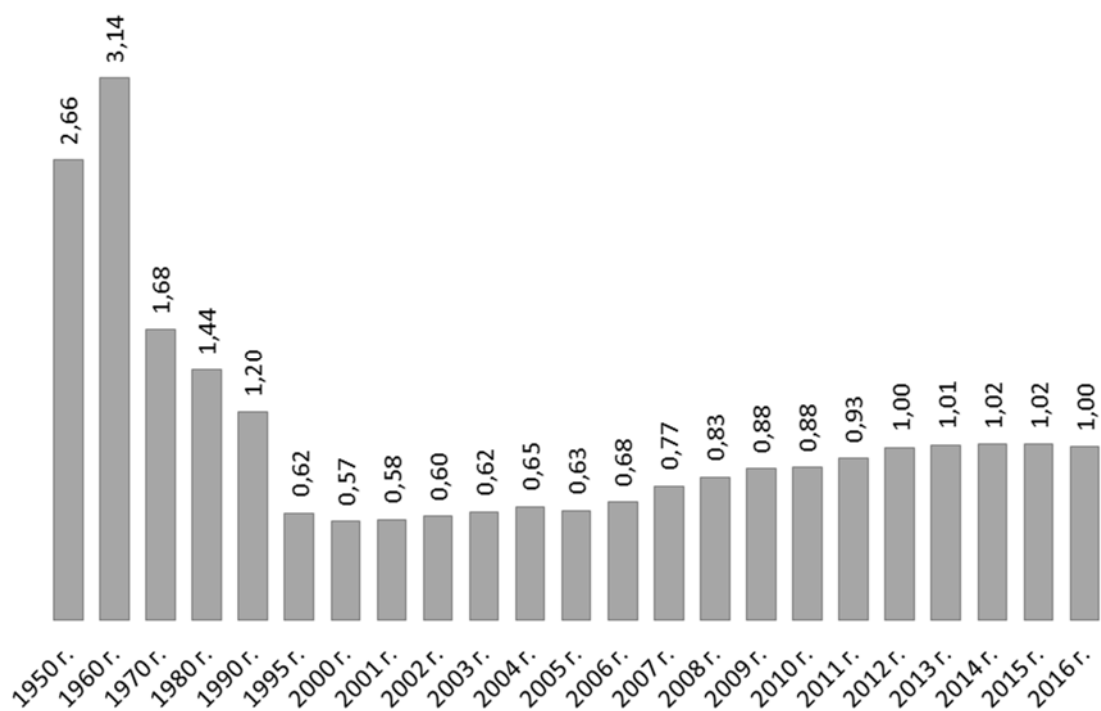


Рис. 10.6. Коэффициент жизненности в Российской Федерации

Коэффициент естественного прироста населения:

$$K_{ест.пр.} = \frac{N - M}{S} \cdot 1000$$

или

$$K_{ест.пр.} = K_{рожд.общ.} - K_{смерт.общ.}$$

## 2. Специальные показатели естественного движения населения

*Специальный коэффициент рождаемости:*

$$K_{рожд.спец.} = \frac{N}{\bar{S}_{15-49}} \cdot 1000$$

где,  $\bar{S}_{15-49}$  – средняя за период численность женщин в репродуктивном возрасте.

Данный коэффициент показывает, сколько человек рождается в расчете на каждую тысячу женщин фертильного (репродуктивного) возраста.

Если известен общий коэффициент рождаемости и доля женщин в репродуктивном возрасте, специальный коэффициент рождаемости может быть найден как:

$$K_{рожд.спец.} = \frac{K_{рожд.общ.}}{d_{15-49}}$$

где,  $d_{15-49}$  – доля женщин в репродуктивном возрасте в общей численности населения.

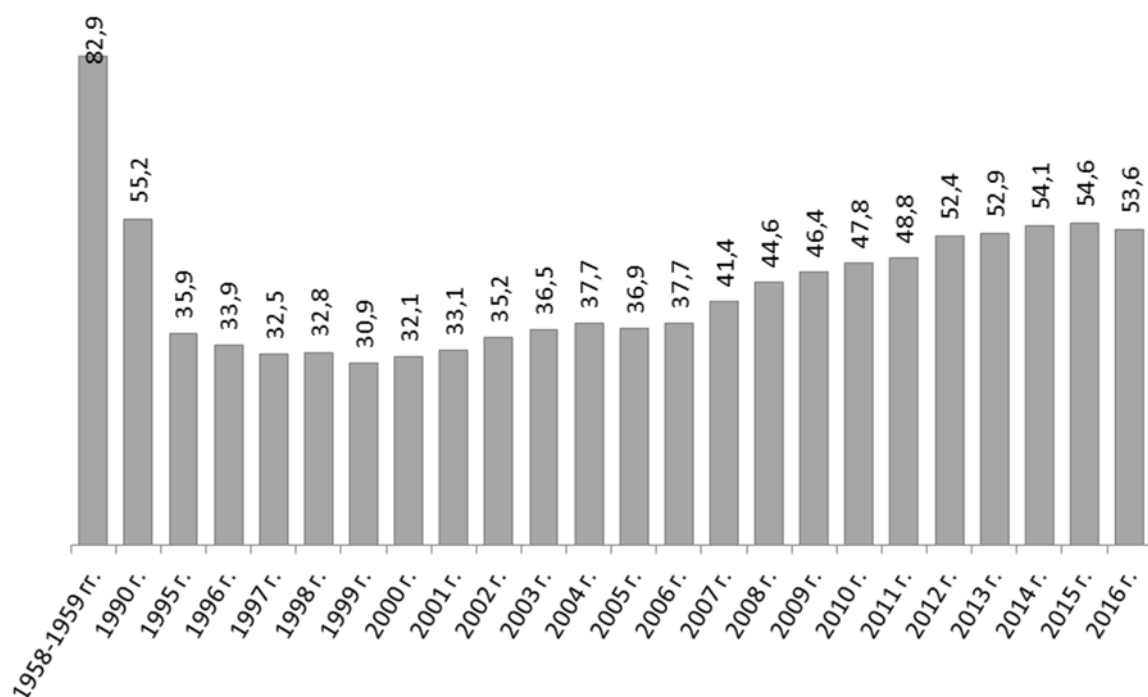


Рис. 10.7. Специальный коэффициент рождаемости в Российской Федерации (‰)

3. Возрастные коэффициенты рождаемости и смертности показывают, сколько человек рождается в расчете на 1000 человек населения, находящегося в той или иной возрастной группе, или каков коэффициент смертности в той или иной возрастной группе.

Возрастной коэффициент рождаемости:

$$K_{\text{рожд. возр.}} = \frac{N_X}{S_X} \cdot 1000$$

где,  $N_X$  – число детей, родившихся в возрастной группе  $X$  лет;

$\bar{S}_X$  – среднегодовая численность населения в возрасте  $X$  лет.

Возрастные показатели рождаемости в России представлены в табл. 10.2

Таблица 10.2

Возрастные коэффициенты рождаемости в Российской Федерации

Годы	Родившиеся живыми на 1000 женщин в возрасте, лет						
	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
1990	55,0	156,5	93,1	48,2	19,4	4,2	0,1
2000	27,4	93,6	67,3	35,2	11,8	2,4	0,1
2005	27,4	88,4	77,8	45,3	17,8	3,0	0,2
2010	27,0	87,5	99,2	67,3	30,0	5,9	0,3
2011	26,7	87,5	99,8	68,2	31,4	6,3	0,3
2012	27,3	91,3	106,6	74,3	34,9	7,0	0,3
2013	26,6	89,9	107,6	76,2	36,8	7,4	0,3

Годы	Родившиеся живыми на 1000 женщин в возрасте, лет						
	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
2014	26,0	89,8	110,2	79,8	39,0	8,1	0,4
2015	24,0	90,0	112,6	83,0	39,8	8,3	0,4
2016	21,5	87,2	111,5	84,4	41,0	8,8	0,5

Как видно из таблицы, в России в соответствии с общемировой тенденцией, наблюдается увеличение рождаемости у женщин в возрасте старше 30 лет. Это свидетельствует о трансформации социальной роли женщин в современном обществе в сторону ее усиления, когда значительная их часть стремится сначала обеспечить необходимый уровень собственной материальной обеспеченности, а затем заводить детей.

Возрастной коэффициент смертности:

$$K_{\text{смерт. возр.}} = \frac{M_X}{S_X} \cdot 1000$$

где,  $M_X$  – численность умерших в возрасте  $X$  лет.

Возрастные коэффициенты смертности на примере Российской Федерации представлены в табл. 10.3.

Таблица 10.3

Возрастные коэффициенты смертности в Российской Федерации

Возраст, лет	2000 год	2005 год	2010 год	2015 год	2016 год
0	15,3	11,0	8,3	6,5	6,0
1-4	1,0	0,8	0,6	0,4	0,4
5-9	0,5	0,4	0,4	0,2	0,2
10-14	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
15-19	1,5	1,2	1,2	0,7	0,7
20-24	3,1	2,4	2,5	1,3	1,1
25-29	3,7	4,0	4,5	2,0	1,8
30-34	4,4	5,2	6,8	3,4	3,1
35-39	5,7	6,5	7,9	4,8	4,5
40-44	7,9	9,0	9,8	5,7	5,5
45-49	11,1	12,1	13,4	7,1	6,8
50-54	15,4	16,6	18,6	9,6	9,4
55-59	21,1	21,7	26,3	13,5	13,2
60-64	27,9	28,8	37,1	19,5	19,1
65-69	39,0	36,9	49,9	26,2	26,4
70-74	54,6	53,5	68,6	38,4	36,7
75-79	76,0	78,9	97,6	58,0	57,1
80-84	120,1	114,2	138	95,2	92,2
85 и более	206,9	222,7	198,6	172,5	171,2



Опираясь на данные табл. 1.3, можно констатировать, что за последние 16 лет коэффициент смертности в наиболее экономически продуктивной возрастной группе от 25 до 40 лет, существенно снизился. Так, величина коэффициента смертности в возрастных группах 25-29 лет, 30-34 года и 35-39 лет, за период с 2000 по 2016 гг. в среднем ежегодно снижалась на 18 %, 8,3 % и 5,6 % соответственно.

Между общими и возрастными показателями рождаемости и смертности существует взаимосвязь, которая может быть выражена следующим образом:

$$K_{\text{рожд.общ.}} = \frac{\sum K_{\text{рожд.возр.}} \cdot \bar{S}_X}{\sum \bar{S}_X}$$

$$K_{\text{смерт.общ.}} = \frac{\sum K_{\text{смерт.возр.}} \cdot \bar{S}_X}{\sum \bar{S}_X}$$

### 3. Коэффициент детской (младенческой) смертности:

$$K_{\text{дет.смерт.}} = \left( \frac{M_0}{N_0} + \frac{M_1}{N_1} \right) \cdot 1000$$

где,  $N_0$  – численность детей в возрасте до одного года из поколения, родившегося в предыдущем году;

$N_1$  – численность детей в возрасте до одного года из поколения, родившегося в текущем году;

$M_0$  – численность детей умерших в возрасте до одного года, из поколения родившегося в предыдущем году;

$M_1$  – численность детей умерших в возрасте до одного года, из поколения родившегося в текущем году;

Данный показатель характеризует число случаев смерти детей в возрасте до одного года, в расчете на 1000 детей родившихся живыми. Он являющийся важным показателем уровня социально-демографического развития страны и характеризует уровень его социального развития и развитости системы здравоохранения. Согласно данным Межведомственной группы Организации объединенных наций (ООН) в сотрудничестве с ЮНИСЕВ (Детского фонда ООН), ДЭСВ ООН (Департамента ООН по экономическим и социальным вопросам), Россия по показателю детской смертности занимает лишь 64 место в мире (по данным за 2012 г.) из 193 стран, представленных в рейтинге, с показателем 8,6 промилле.

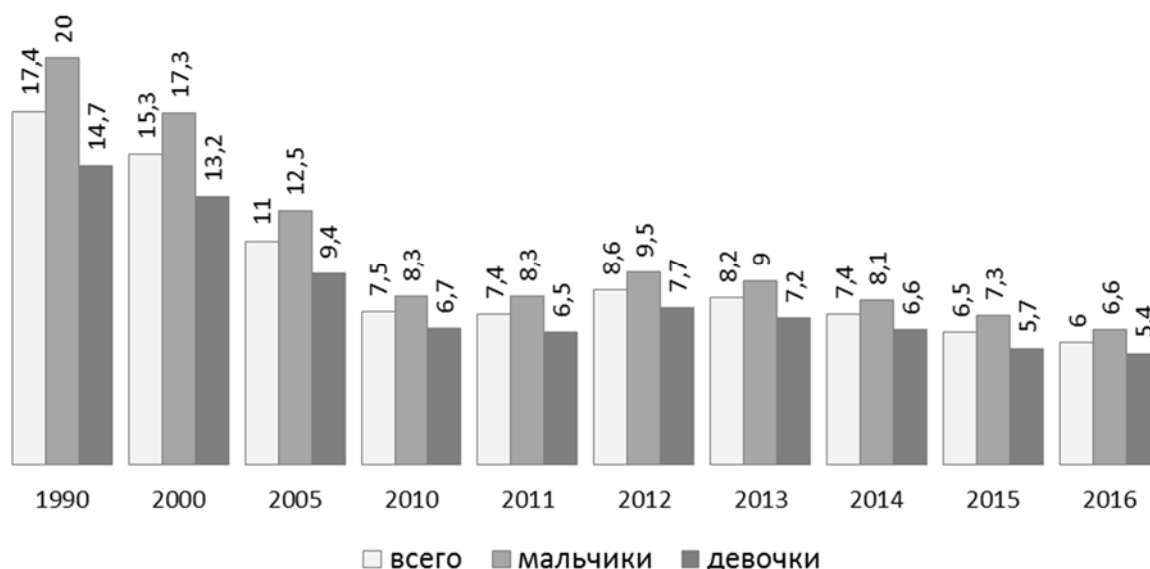


Рис. 10.8. Показатели коэффициента детской смертности в Российской Федерации (умершие в возрасте до 1 года на 1000 родившихся живыми)

Можно наблюдать выраженную тенденцию снижения коэффициента младенческой смертности что, безусловно, положительно характеризует те изменения, которые происходят в социально-экономической сфере и в сфере здравоохранения России.

4. Стандартизированные показатели естественного движения населения. Данные показатели используются, когда необходимо сравнить показатели естественного движения населения в разных населенных пунктах или регионах, отличающихся друг от друга возрастной структурой населения.

Например, известны возрастные коэффициенты рождаемости в двух районах субъекта (табл. 10.4):

Таблица 10.4

Возрастная группа, лет	Район 1		Район 2		Возрастная структура населения, в среднем по двум регионам, %
	Возрастной коэффициент рождаемости, промилле	Среднегодовая численность женщин, тыс. чел.	Возрастной коэффициент рождаемости, промилле	Среднегодовая численность женщин, тыс. чел.	
15-25	25,2	12,3	26,1	6,2	32,2
25-35	79,6	15,6	81	5	35,8
35-45	20,1	9,3	21,5	2,1	19,8
45-49	0,2	3,5	0,6	1,3	8,3

Требуется сравнить специальные коэффициенты рождаемости в двух районах, в том числе с помощью стандартизированных коэффициентов рождаемости.

Решение:

1. Определить специальный коэффициент рождаемости по каждому району:

Район 1:

$$K_{\text{рожд. спец.}} = \frac{\sum K_{\text{рожд. возр.}} \cdot \bar{S}_X}{\sum \bar{S}_{15-49}} = \frac{25,2 \cdot 12,3 + 79,6 \cdot 15,6 + 20,1 \cdot 9,3 + 0,2 \cdot 3,5}{12,3 + 15,6 + 9,3 + 3,5} = 42,7 \text{ ‰}$$

Район 2:

$$K_{\text{рожд. спец.}} = \frac{\sum K_{\text{рожд. возр.}} \cdot \bar{S}_X}{\sum \bar{S}_{15-49}} = \frac{26,1 \cdot 6,2 + 81 \cdot 5 + 21,5 \cdot 2,1 + 0,6 \cdot 1,3}{6,2 + 5 + 2,1 + 1,3} = 41,7 \text{ ‰}.$$

Таким образом, можно сделать вывод о более высоком уровне рождаемости в первом районе, поскольку специальный коэффициент рождаемости по данному району выше чем аналогичный показатель второго района. Однако, можно заметить, что причиной этого стали различия в возрастной структуре женщин, то есть доля женщин в более старшей возрастной категории второго района превышает этот же показатель первого района, и, не смотря на более высокие возрастные коэффициенты рождаемости, во втором районе специальный коэффициент ниже на 1‰. Поэтому для получения более объективного результата, целесообразно рассчитать стандартизированные показатели рождаемости, в которых в качестве весов принимаются не возрастная структура по отдельным районам, а общая (стандартизированная) для двух районов возрастная структура:

Район 1:

$$K_{\text{рожд. спец. станд}} = \frac{\sum K_{\text{рожд. возр.}} \cdot \bar{S}_X}{\sum \bar{S}_{15-49}} = \frac{25,2 \cdot 32,2 + 79,6 \cdot 35,8 + 20,1 \cdot 19,8 + 0,2 \cdot 8,3}{100} = 42,2 \text{ ‰}$$

Район 2:

$$K_{\text{рожд. спец. станд}} = \frac{\sum K_{\text{рожд. возр.}} \cdot \bar{S}_X}{\sum \bar{S}_{15-49}} = \frac{26,1 \cdot 32,2 + 81 \cdot 35,8 + 21,5 \cdot 19,8 + 0,6 \cdot 8,3}{6,2 + 5 + 2,1 + 1,3} = 4,34 \text{ ‰}.$$

Как видно, в действительности уровень рождаемости во втором районе выше чем в первом районе, о чем свидетельствуют полученные стандартизированные коэффициенты рождаемости.

Под механическим движением населения понимают изменение его численности в результате влияния миграционного фактора.

К абсолютным показателям миграционного движения относят населения относят следующие показатели:

$\Pi$  – численность прибывших на постоянное место жительства;

$B$  – численность выехавших на постоянное место жительства;

$\Pi - B$  – абсолютный миграционный прирост населения.

На рис. 10.9 представлены показатели, характеризующие динамику абсолютного миграционного прироста в России.

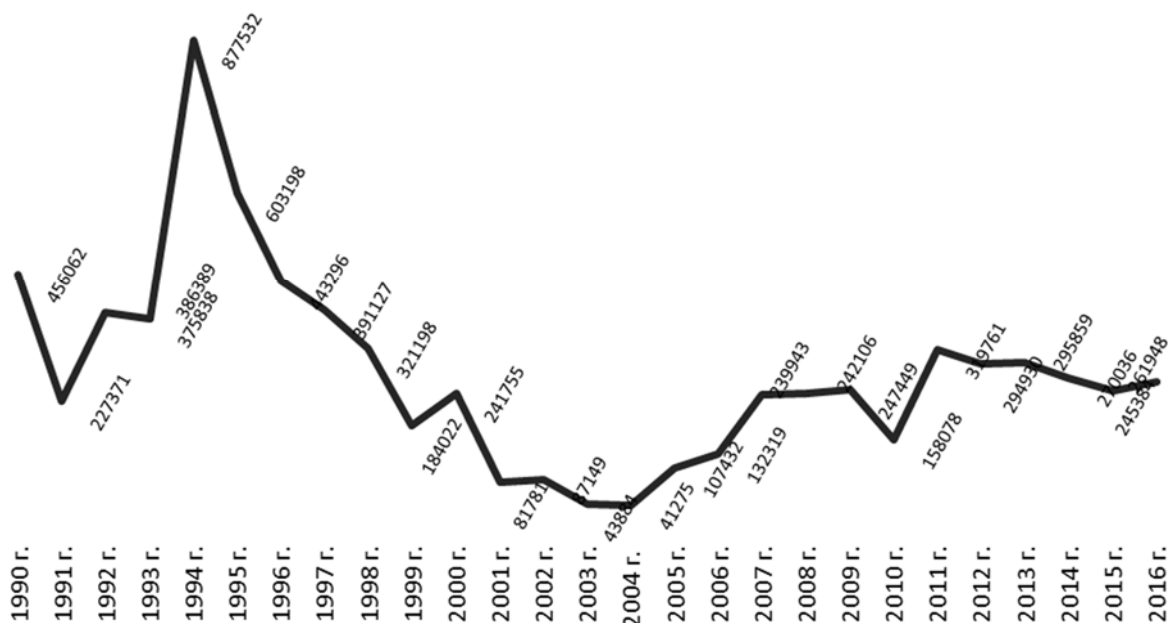


Рис. 10.9. Абсолютный миграционный прирост в Российской Федерации (чел.)

К относительным показателям миграционного движения населения относят:

1. Коэффициент прибытия населения:

$$K_{\text{приб.}} = \frac{П}{S} \cdot 1000 \text{ ‰}$$

Данный показатель характеризует число прибывших на постоянное место жительства в расчете на 1000 человек постоянного населения.

2. Коэффициент выбытия населения:

$$K_{\text{выб.}} = \frac{В}{S} \cdot 1000 \text{ ‰}$$

Характеризует численность выбывшего в результате миграции населения, в расчете на 1000 человек постоянного населения.

3. Коэффициент механического прироста населения:

$$K_{\text{мех. прир.}} = \frac{П - В}{S} \cdot 1000 \text{ ‰}$$

или

$$K_{\text{мех. прир.}} = K_{\text{приб.}} - K_{\text{выб.}}$$

Общее изменение численности населения в результате его механического и естественного движения определяется с помощью общего коэффициента прироста населения:

$$K_{\text{общ. прир.}} = \frac{N - M + П - В}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰}$$

или

$$K_{\text{общ. прир.}} = K_{\text{ест. прир.}} + K_{\text{мех. прор.}}$$

или

$$K_{\text{общ. прир.}} = \frac{S_{\kappa} - S_{\text{н}}}{\bar{S}} \cdot 1000 \text{ ‰}.$$

В таблице 10.5 представлены данные характеризующие абсолютный механический прирост населения Российской Федерации.

Таблица 10.5

Абсолютные показатели миграционного движения населения, человек

Годы	Прибывшие – всего, <i>П</i>	из них		Выбывшие – всего, <i>В</i>	из них		Миграционный прирост – всего, <i>П – В</i>
		в пределах Рос- сии	из зару- бежных стран		в пределах Рос- сии	в зару- бежные страны	
1990	5176332	4263109	913223	4720270	3990803	729467	456062
1995	3997139	3130282	866857	3393941	3046603	347338	603198
2005	2088639	1911409	177230	1981207	1911409	69798	107432
2010	2102304	1910648	191656	1944226	1910648	33578	158078
2011	3415055	3058520	356535	3095294	3058520	36774	319761
2012	4196143	3778462	417681	3901213	3778462	122751	294930
2013	4496861	4014620	482241	4201002	4014620	186382	295859
2014	4624864	4046353	578511	4354828	4046353	308475	270036
2015	4734523	4135906	598617	4489139	4135906	353233	245384
2016	4706411	4131253	575158	4444463	4131253	313210	261948

Из таблицы видно, что в абсолютном измерении наблюдается ежегодный стабильный прирост населения страны, позволяющий частично компенсировать естественную убыль населения.

Механическое движение населения по Федеральным округам Российской Федерации представлено на рисунке 1.10.

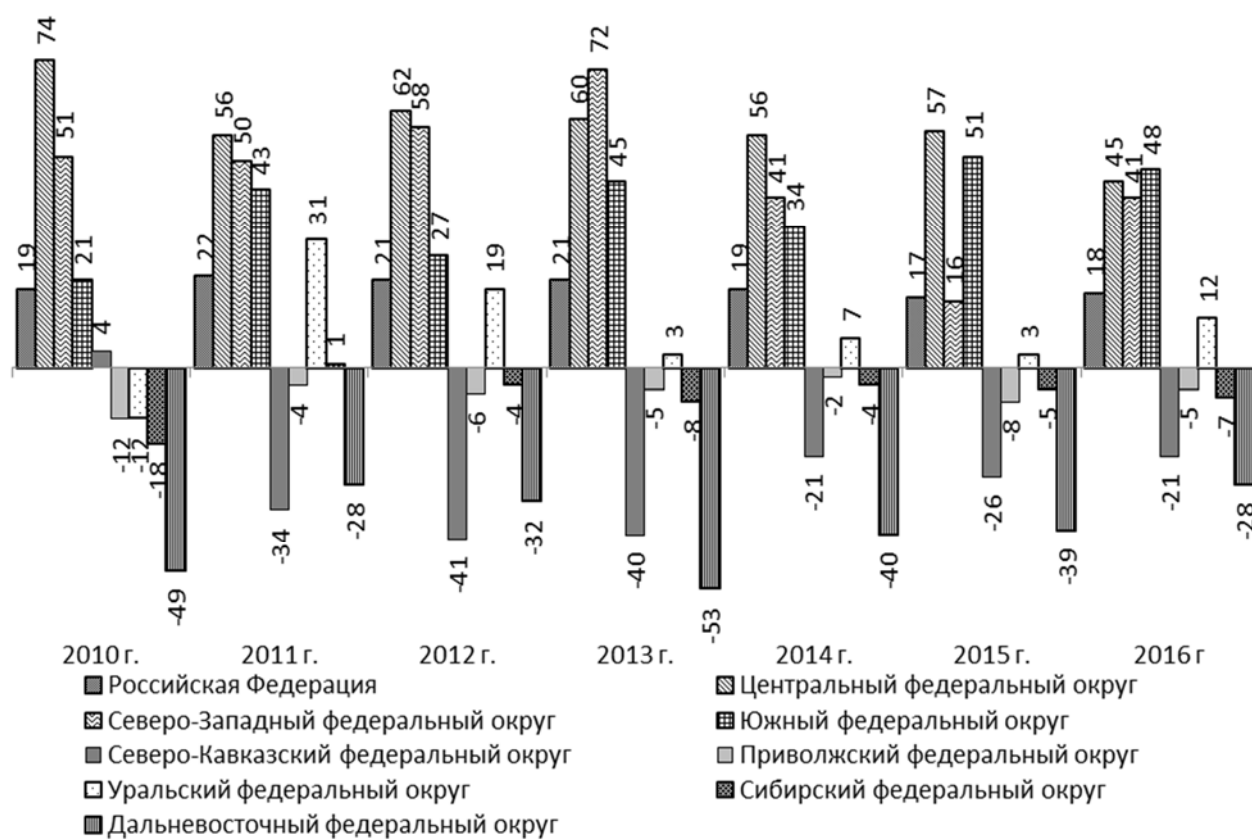


Рис. 10.10. Абсолютный миграционный прирост населения по Федеральным округам РФ

Расчет показателей миграции может производиться как по всему населению, так и по отдельным его группам, например, по полу, возрасту или месту жительства.

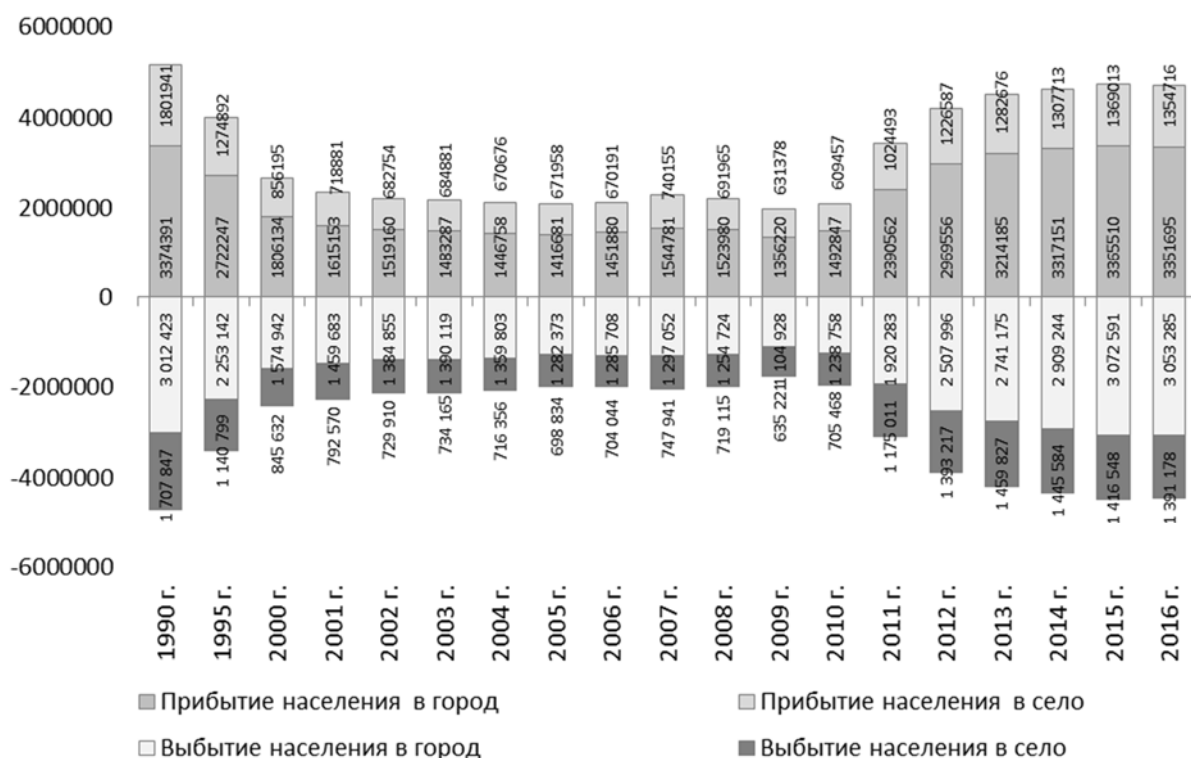


Рис. 10.11. Показатели прибытия и выбытия населения в город и село

На рис. 10.11 можно обратить внимание на то, что наибольший отток населения наблюдается в сельской местности, что объясняется его относительно низким уровнем социально-экономического развития, делающим ее не привлекательной для большей части экономически активного населения.

Большое значение в изучении демографической ситуации в стране имеют вопросы изучения ожидаемой численности населения страны и отдельных регионов. Для этого используют данные *таблиц смертности*, а именно, данные о возрастном составе населения и коэффициенты дожития. Таким образом, демографическое прогнозирование осуществляется для отдельных возрастных групп, а его точность зависит от качества исходной информации, горизонта прогнозирования и объективности оценки факторов, влияющих на естественное и механическое движение населения.

Для демографического прогнозирования (прогноза ожидаемой численности населения, прогноза рождаемости, ожидаемой продолжительности жизни) часто используют метод передвижки возрастов. Для этого используется следующая формула:

$$S_x^t = S_{x-1}^{t-1} P_{x-1}$$

где  $S_{x-1}^{t-1}$  – численность населения возрастной группы  $x - l$  на момент времени  $t - l$ ;

$P_{x-1}$  – коэффициент дожития для возрастной группы  $x - l$ , показывающий какая часть лиц данной группы доживет до возраста  $x$  лет.

Следовательно, используя указанный метод, представляется возможным расчет предполагаемой численности населения для отдельных возрастных групп (без учета механического движения населения) на несколько лет вперед. На рис. \_\_\_\_ представлены прогнозные показатели ожидаемой численности населения Российской Федерации до 2036 г.

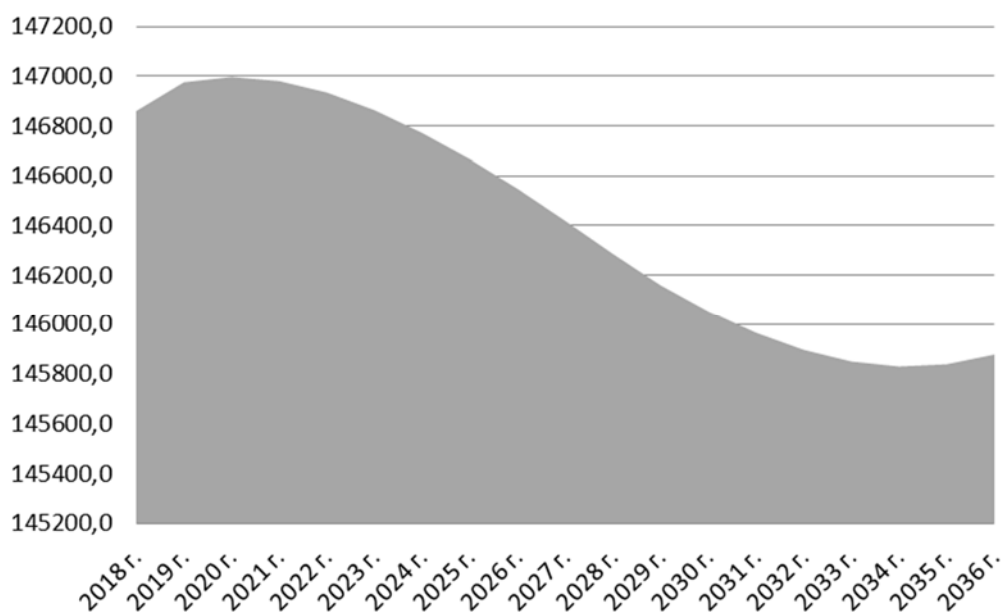


Рис. 10.12. Ожидаемая численность населения Российской Федерации (тыс. чел. на начало года)

Аналогичный подход используется при прогнозировании числа рождений, когда специальные коэффициенты рождаемости ( $K_{\text{рожд. спец.}x}$ ) умножаются на среднюю численность женщин в отдельных возрастных группах ( $\bar{S}_{\text{жен.}x}^t$ ).

$$N^t = \sum_{15}^{49} K_{\text{рожд. спец.}x} \bar{S}_{\text{жен.}x}^t$$

На рис. 1.6 можно увидеть ожидаемые показатели рождаемости, смертности и естественного прироста населения, установленные Федеральной службой государственной статистики.





Рис. 10.13. Прогнозные относительные показатели естественного движения населения

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 10.1

Известны следующие данные по населенному пункту за год:

- |                                                                   |       |
|-------------------------------------------------------------------|-------|
| 1. Численность постоянного населения, тыс. чел.:                  |       |
| на начало года                                                    | 602,3 |
| на 1 сентября                                                     | 601,9 |
| на конец года                                                     | 602,0 |
| 2. В течении года умерло, чел.                                    | 4987  |
| 3. В течении года выехало на постоянное жительство, чел.          | 1256  |
| 4. Коэффициент жизненности                                        | 1,18  |
| 5. Доля женщин в общей численности населения, %                   | 53,6  |
| 6. Доля женщин в возрасте 15-49 лет в общей численности женщин, % | 38,4  |

Определить:

1. Среднегодовую численность постоянного населения;
2. Среднегодовую численность женщин в возрасте 15-49 лет;

3. Абсолютные показатели естественного и механического движения населения;

4. Коэффициенты рождаемости, смертности и естественного прироста населения;

5. Коэффициенты прибытия, выбытия и механического прироста населения;

6. Специальный коэффициент рождаемости.

### **Задача 10.2**

Известна численность населения Российской Федерации на 1 января 2013

г.:

Таблица 10.6

	Численность населения – всего, человек	в том числе по основным возрастным группам		
		мужчины и женщины 0 – 15 лет	мужчины 16 – 59 лет, женщины 16 – 54 лет	мужчины 60 и более, лет женщины 55 и более лет
Российская Федерация	143347059	24110018	86137502	33099539
Центральный федеральный округ	38678913	5575947	23225537	9877429
Северо-Западный федеральный округ	13717733	2052370	8314187	3351176
Южный федеральный округ	13910179	2296374	8227719	3386086
Северо-Кавказский федеральный округ	9540758	2288683	5750247	1501828
Приволжский федеральный округ	29772235	4988791	17756136	7027308
Уральский федеральный округ	12197544	2213448	7400665	2583431
Сибирский федеральный округ	19278201	3569448	11594384	4114369
Дальневосточный федеральный округ	6251496	1124957	3868627	1257912

Определить возрастную структуру населения в целом Российской Федерации и по каждому Федеральному округу отдельно. Сформулировать выводы.

### **Задача 10.3**

Известны следующие данные по региону:

1. Численность населения на начало года 3698 тыс. чел.;

2. В течение года имели место следующие демографические события:

родилось 41,6 тыс. чел.;

умерло 35,5 тыс. чел.;

прибыло населения 32,4 тыс. чел.;

выбыло населения 35,9 тыс. чел.;

*Определить:*

1. Общие коэффициенты рождаемости, смертности, естественного прироста населения;
  2. Коэффициент жизненности населения;
  3. Коэффициенты прибытия, выбытия, миграционного прироста населения.
- Сформулировать выводы.

#### **Задача 10.4**

Известны следующие данные, характеризующие миграционное движение населения в Российской Федерации:

Таблица 10.7

Год	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	Всего населения тыс, чел.	
		Прибыло	Выбыло
1990	147969,4	5176,3	4720,3
1995	148375,8	3997,1	3393,9
2000	146596,9	2662,3	2420,6
2001	145735,2	2334,0	2252,3
2002	145065,2	2201,9	2114,8
2003	144648,6	2168,2	2124,3
2004	144067,3	2117,4	2076,2
2005	143518,8	2088,6	1981,2
2006	143049,7	2122,1	1989,8
2007	142805,1	2284,9	2045,0
2008	142742,4	2215,9	1973,8
2009	142785,4	1987,6	1740,1
2010	142861,0	2102,3	1944,2
2011	142960,9	3415,1	3095,3
2012	143201,8	4196,1	3901,2

*Требуется:*

1. За каждый год определить показатели абсолютного механического прироста населения;
2. За каждый год определить относительные показатели механического движения населения;
3. Используя дополнительные данные табл. 1.12., определить абсолютные и относительные показатели общего прироста населения.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 10.5**

Имеются следующие демографические данные по региону за 2012 г.:

1. Численность населения, тыс. чел.:  
на начало года

265,3

на конец года	266,0
2. Коэффициент механического прироста населения, ‰	1,6
3. Коэффициент жизненности населения	1,12
4. В течение года умерло детей в возрасте до одного года, чел.	24
5. Умерло за год постоянного населения, чел.	3527
6. Доля женщин в возрасте 15-49 лет, в общей численности населения, %:	
на начало года	25,3
на конец года	25,0

*Определить:*

1. Среднегодовую численность населения района, в том числе женщин в возрасте 15-49 лет;
  2. Число родившихся в течении года;
  3. Численность прибывшего и выбывшего на постоянное место жительства населения;
  4. Абсолютный естественный прирост населения района за год;
  5. Абсолютный механический прирост населения;
  6. Коэффициенты рождаемости, смертности, прибытия, выбытия естественного и общего прироста населения;
  7. Коэффициент младенческой смертности;
  8. Специальный коэффициент рождаемости.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 10.6**

Известны данные о численности населения и возрастных показателях смертности в России в 2012 г.

Таблица 10.8

Возраст, лет	Численность населения, человек	Число умерших, человек
0-4	4229,5	16804
5-9	3631,5	2083
10-14	3261,2	2138
15-19	3495,4	7342
20-24	5329,6	20356
25-29	6228,1	34557
30-34	5697,9	47159
35-39	5352,3	51690
40-44	4918,5	58412
45-49	5020,4	92156
50-54	6181,2	132865
55-59	5857,4	164527
60-64	5105,5	172804

Возраст, лет	Численность населения, человек	Число умерших, человек
65-69	2733,3	131504
70-74	3738,5	281664
75-79	2834,7	249646
80-84	2048,3	307746
85 и выше	1330,2	247295

*Требуется:*

1. Построить половозрастную пирамиду;
2. Возрастную структуру населения страны;
3. Определить возрастные коэффициенты смертности населения;
4. Общий коэффициент смертности;

Сформулировать вывод.

### **Задача 10.7**

По региону имеются следующие демографические показатели за 2016 г.:

1. Среднегодовая численность постоянного населения составила 1680 тыс. человек;
2. Коэффициент жизненности составил 1,16;
3. Коэффициент естественного прироста населения составил 2,9‰;
4. В течение года из региона на постоянное жительство выехало 24560 человек;

*Определить:*

1. Численность населения на начало и конец года;
2. Число родившихся и умерших в течении года;
3. Число прибывшего и выбывшего населения в течение года;
4. Общие коэффициенты рождаемости и смертности;
5. Общие коэффициенты прибытия, выбытия и механического прироста населения;
6. Коэффициент общего прироста населения;

### **Задача 10.8**

По 5 районам области известны следующие демографические показатели:

Таблица 10.9

Район	Коэффициент рождаемости, ‰	Среднегодовая численность населения, человек
1	10,3	45930
2	-	18790
3	9,6	105420
4	10,4	59760
5	9,7	60030
Итого	9,9	289900

Определить общий коэффициент рождаемости во втором районе.

### **Задача 10.9**

По Российской Федерации за 2015 г. известны следующие демографические показатели:

1. Численность постоянного населения на начало года – 146267,3 тыс. чел.  
Из них доля женщин в возрасте 15-49 лет – 24,2 %;
2. Численность постоянного населения на конец года – 146544,7 тыс. чел.  
Из них доля женщин в возрасте 15-49 лет – 24,0 %;
3. В течении года:
  - родилось – 1940,6 тыс. чел.;
  - умерло – 1908,5 тыс. чел.

Рассчитать демографические показатели, характеризующие естественное движение населения: 1) общие коэффициенты рождаемости и смертности; 2) специальный коэффициент рождаемости; 3) коэффициент естественного прироста. Сформулировать вывод.

### **Задача 10.10**

Известны данные о численности населенного пункта на начало месяца, человек:

- на 1.01.2013 – 256400
- на 1.04.2013 – 256230
- на 1.07.2013 – 257010
- на 1.10.2013 – 257110
- на 1.01.2014 – 257100

Определить среднюю численность населения:

1. В первом квартале;
2. В первом полугодии;
3. Во втором полугодии;
4. За год.

### **Задача 10.11**

По двум городам известны возрастные коэффициенты смертности.

Таблица 10.10

Возрастная группа, лет	Населенный пункт А		Населенный пункт Б		Возрастная структура населения, в среднем по двум населенным пунктам, %
	Возрастной коэффициент смертности, промилле	Доля населения возрастной группы, %	Возрастной коэффициент смертности, промилле	Доля населения возрастной группы, %	
до 20	1,8	26,8	1,5	12,2	19,6
20-40	5	37,4	3,9	23,9	29,7

Возрастная группа, лет	Населенный пункт А		Населенный пункт Б		Возрастная структура населения, в среднем по двум населенным пунктам, %
	Возрастной коэффициент смертности, промилле	Доля населения возрастной группы, %	Возрастной коэффициент смертности, промилле	Доля населения возрастной группы, %	
40-60	14,8	21	13,1	37,6	28,1
60 более	48,9	14,8	44,1	26,3	22,6

Провести сравнительный анализ уровня смертности в двух населенных пунктах, в том числе с помощью стандартизированных показателей смертности населения. Сформулировать вывод.

### **Задача 10.12**

По Иркутской области известна численность мужчин и женщин (на начало года):

Таблица 10.11

Годы	Все население, человек	в том числе:	
		мужчины	женщины
1995	2748,1	1317,1	1431,0
2000	2644,0	1249,9	1394,1
2005	2524,1	1175,8	1348,2
2006	2492,1	1158,1	1334,0
2007	2467,4	1145,2	1322,2
2008	2455,4	1139,4	1316,0
2009	2448,3	1135,5	1312,8
2010	2440,4	1130,8	1309,6
2011	2428,0	1123,6	1304,3
2012	2424,4	1121,6	1302,8
2013	2422,1	1120,4	1301,6

Определить относительные и показатели динамики и структуры населения Иркутской области.

### **Задача 10.13**

1. На начало года в городе проживало:  
наличного населения – 345 тыс. чел.;  
временно проживающего населения – 3687 чел.;  
временно отсутствующего населения – 2256 чел.;
2. В течение года произошли следующие изменения:  
родилось всего 4230 чел.;  
в том числе у постоянного населения – 4059 чел.;  
умерло всего 3335 чел.;

в том числе у постоянных жителей – 3198 чел.;

прибыло на постоянное жительство 2741 чел.;

выехало на постоянное жительство (из числа постоянных жителей) 2118 чел.;

3. Численность временно проживающего населения на конец года уменьшилась на 562 чел.;

4. Численность временно отсутствующего населения увеличилась на 453 чел.;

*Определить:*

1) численность постоянного населения на начало и конец года;

2) численность наличного населения на конец года;

3) среднегодовую численность постоянного населения;

4) показатели естественного и миграционного движения постоянного населения.

### **Задача 10.14**

Известны следующие демографические показатели Российской Федерации:

Таблица 10.12

Год	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	Всего, человек	
		родившихся	умерших
1990	147969,4	1988,9	1656,0
1995	148375,8	1363,8	2203,8
2000	146596,9	1266,8	2225,3
2001	145735,2	1311,6	2254,9
2002	145065,2	1397,0	2332,3
2003	144648,6	1477,3	2365,8
2004	144067,3	1502,5	2295,4
2005	143518,8	1457,4	2303,9
2006	143049,7	1479,6	2166,7
2007	142805,1	1610,1	2080,4
2008	142742,4	1713,9	2076,0
2009	142785,4	1761,7	2010,5
2010	142861,0	1788,9	2028,5
2011	142960,9	1796,6	1925,7
2012	143201,8	1902,1	1906,3

*Требуется:*

1. Определить абсолютный естественный прирост населения;

2. С помощью показателей динамики сопоставить интенсивность изменения среднегодовой численности населения, числа родившихся и числа умерших;

3. Рассчитать относительные показатели рождаемости смертности и естественного прироста населения;



4. Полученные относительные показатели рождаемости и смертности изобразить графически;

Сформулировать вывод.

### **Задача 10.15**

На начало года по городу известны следующие демографические показатели, тыс. чел.:

1. Фактически проживало населения	3250
в том числе временно	23,6
2. Временно отсутствовало	16,2
3. Естественное движение населения за год характеризовалось следующими показателями:	
родилось	62,4
умерло	45,1
в том числе детей до года	1,8
4. Механическое движение населения за год характеризовалось следующими показателями:	
прибыло населения на постоянное жительство	11,9
выбыло населения на постоянное жительство	9,1
5. Доля женщин в возрасте 15-49 лет в среднегодовой численности населения, %	27,5

*Определить:*

1. Численность постоянного населения;
2. Общие показатели естественного движения населения;
3. Специальные показатели естественного движения населения;
4. Показатели механического движения населения;

### **Задача 10.16**

За 2015 г. по Российской Федерации известны следующие демографические показатели:

1. Численность населения:  
на начало года 146267,3 тыс. чел.,  
в том числе женщин в возрасте 15-49 лет 35404,5 тыс. чел.;  
на конец года 146544,7 тыс. чел.,  
в том числе женщин в возрасте 15-49 лет 35121,0 тыс. чел.;
2. В течении года:  
родилось 1940,6 тыс. чел.;  
умерло 1908,5 тыс. чел.,  
в том числе детей в возрасте до 1 года 12,7 тыс. чел.

*Определить:*

1. Среднегодовую численность всего населения и женщин в возрасте 15-49 лет;
2. Общие коэффициенты естественного движения населения;

3. Специальный коэффициент рождаемости;
4. Коэффициент детской (младенческой) смертности.

### **Задача 10.17**

Известны данные о численности мужчин и женщин в Иркутской области, человек:

Таблица 10.13

Год	Оба пола	из них	
		мужчины	женщины
2000	2644,0	1249,9	1394,1
2005	2524,1	1175,8	1348,2
2010	2440,4	1130,8	1309,6
2011	2428,0	1123,6	1304,3
2012	2424,4	1121,6	1302,8
2013	2422,0	1120,4	1301,6

Рассчитать половую структуру населения Иркутской области и динамику (в т. ч. среднюю) изменения численности мужчин и женщин. Сформулировать выводы.

### **Задача 10.18**

Известны данные по региону за год:

1. Численность населения:
  - на начало года 6380 тыс. чел.
  - на 1 июля 6396 тыс. чел.
  - на конец года 6402 тыс. чел.
2. В течение года умерло 72,6 тыс. чел.
3. Коэффициент жизненности 1,13
4. В течение годы выбыло на постоянное жительство в другие регионы 22,8 тыс. чел.
5. Доля женщин в возрасте 15-49 лет в общей численности женщин:
  - на начало года 38,9 %
  - на 1 июля 39,0 %
  - на конец года 39,1 %

*Определить:*

- 1) Коэффициенты рождаемости, смертности, естественного и механического прироста населения;
- 2) Число родившихся;
- 3) Число прибывших на постоянное жительство из других населенных пунктов;
- 4) Специальный коэффициент рождаемости.

### Задача 10.19

По городу известны следующие демографические показатели за период:

- 1) Специальный коэффициент рождаемости – 44,7‰;
- 2) Число родившихся – 3,9 тыс. чел.;
- 3) Число умерших – 2,7 тыс. чел.;
- 4) Доля женщин в возрасте 15-49 лет в общей численности населения – 28,7 %;
- 5) Абсолютный миграционный прирост населения – 2,6 тыс. чел.

Определить общие коэффициенты рождаемости, смертности, прироста населения и коэффициент жизненности.

### Задача 10.20

Известно распределение родившихся детей в Российской Федерации по возрасту матери, чел.:

Таблица 10.14

Возрастная категория	1960 год	1970 год	1980 год	1990 год	2000 год	2010 год	2016 год
15-19	113593	175562	247354	275547	162997	113849	70652
20-24	971569	766340	1000458	727635	505997	526894	347203
25-29	746235	346221	607055	537277	343148	590205	666445
30-34	614947	410082	259914	309577	167240	370891	522258
35-39	252106	148572	57259	116722	69327	155228	232158
40-44	65272	51678	28517	20386	15251	28128	46623
45-49	11084	4168	1638	479	719	1476	2265
50 и более	1689	219	63	45	17	92	212
не указан	5858	871	521	1190	2104	2185	913

По имеющимся данным определить:

- 1) Среднюю динамику числа родившихся младенцев в каждой возрастной группе матерей;
- 2) Структуру и структурные сдвиги числа родившихся младенцев по возрасту матери.

Написать вывод.

## Контрольные вопросы

1. Что изучает статистика населения?
2. На основании каких признаков может быть проведена группировка населения страны, регионов и населенных пунктов?
3. Каким образом рассчитывается численность населения на начало следующего года?
4. Что представляет собой наличное и постоянное население?
5. Как определить и изобразить графически половозрастную структуру населения?

6. Что показывает плотность населения?
7. Что характеризуют показатели брачности населения?
8. Перечислите и охарактеризуйте основные абсолютные показатели движения населения.
9. С какой целью рассчитываются показатели численности наличного и постоянного населения?
10. Что понимают под естественным движением населения?
11. Что понимают под механическим движением населения?
12. На какие группы делятся показатели движения населения и почему?
13. Назовите и дайте характеристику относительным показателям естественного движения населения.
14. Перечислите основные показатели механического движения населения.
15. Что характеризуют стандартизированные показатели естественного движения населения?
16. В чем различия между общими и специальными показателями естественного движения населения?
17. Какая связь существует между относительными показателями естественного и механического движения населения?
18. Какая связь существует между общими и специальными показателями рождаемости и смертности населения?
19. Что показывает коэффициент детской (младенческой) смертности?
20. Каким образом рассчитывается среднегодовая численность населения? Перечислите несколько способов расчета.

## ТЕМА 11. СТАТИСТИКА ТРУДА

Статистика труда изучает показатели, характеризующие численность трудовых ресурсов, занятость населения, численность и состав работников предприятия, использование численного состава персонала предприятия и рабочего времени и т.п.

*Трудовые ресурсы* – это часть населения страны, занятое экономической деятельностью, либо не занятое, но способное к труду по возрасту и здоровью. В состав трудовых ресурсов включают: трудоспособное население в трудоспособном возрасте; работающие подростки младше 16 лет; фактически работающие лица старше трудоспособного возраста.

На рис. 11.1 показана динамика изменения численности трудовых ресурсов в России.

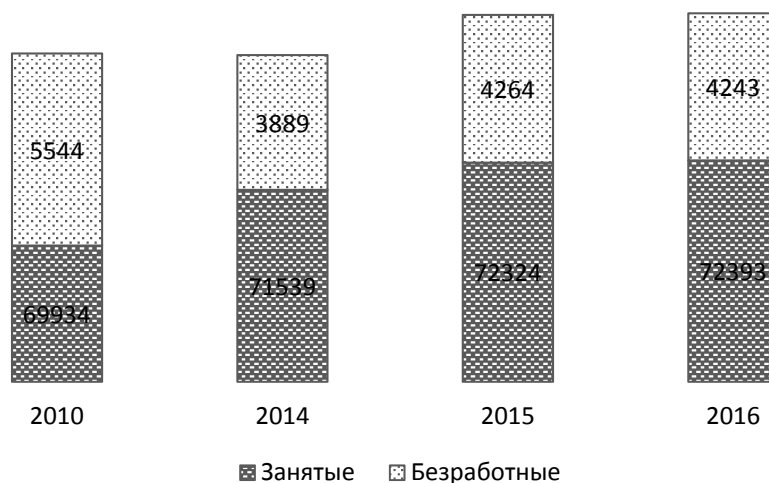


Рис. 11.1. Динамика численности занятых и безработных в России, тыс. чел.

Наибольший интерес с точки зрения изучения трудового потенциала страны и регионов вызывает *экономически активное население* – часть населения, обеспечивающая предложение рабочей силы для производства товаров и услуг. К этой категории населения *относят занятых экономической деятельностью и безработных*.

*Занятые экономической деятельностью* считаются лица, которые выполняли работу по найму за вознаграждение и осуществляли деятельность не по найму, которая приносила доход.

На рис. 11.2 представлены данные, показывающие абсолютный прирост численности занятого населения по отраслям экономики в 2016 г. По сравнению с 2002 г.

*Безработными* считаются трудоспособные граждане, которые не имеют работы (зарботка), зарегистрированные в службе занятости и готовые немедленно приступить к работе.

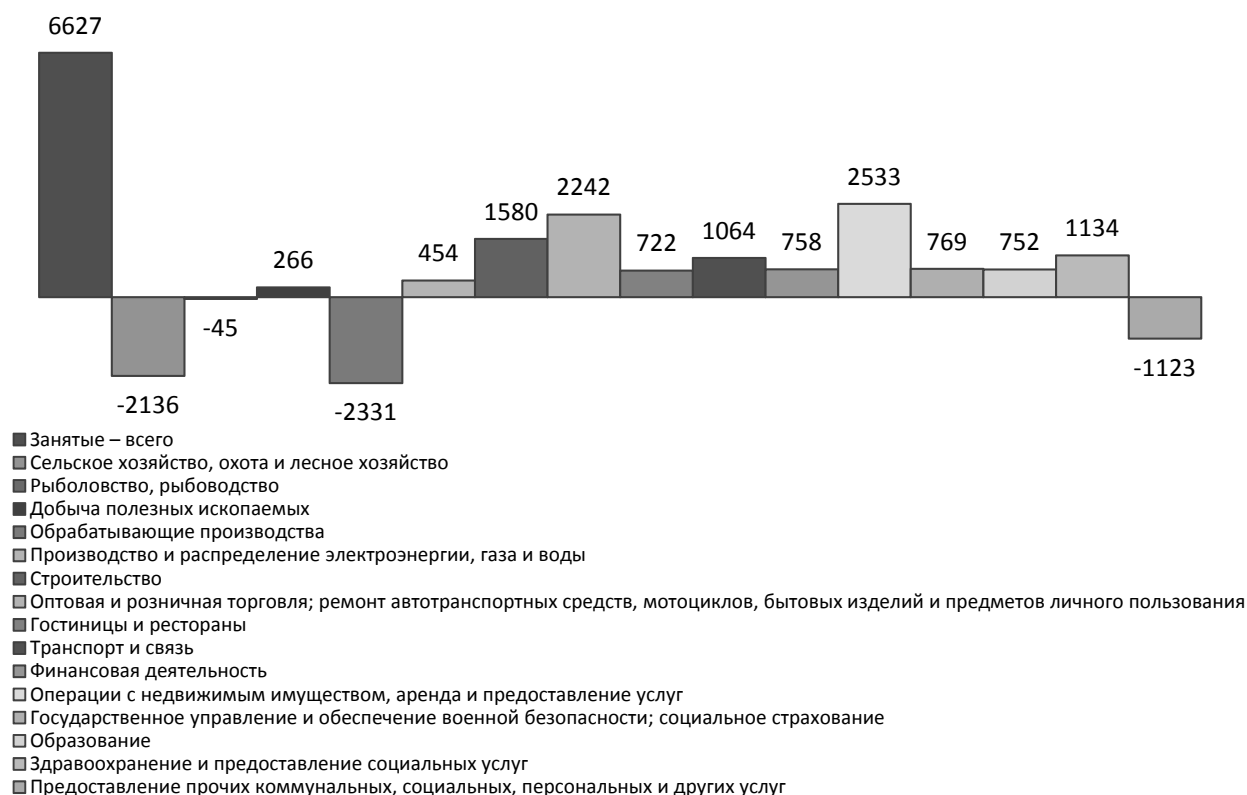


Рис. 11.2. Изменение численности занятого населения по отраслям экономики в 2016 г. по сравнению с 2002 г.

На рис. 11.3 отражена динамика изменения численности безработных в России.

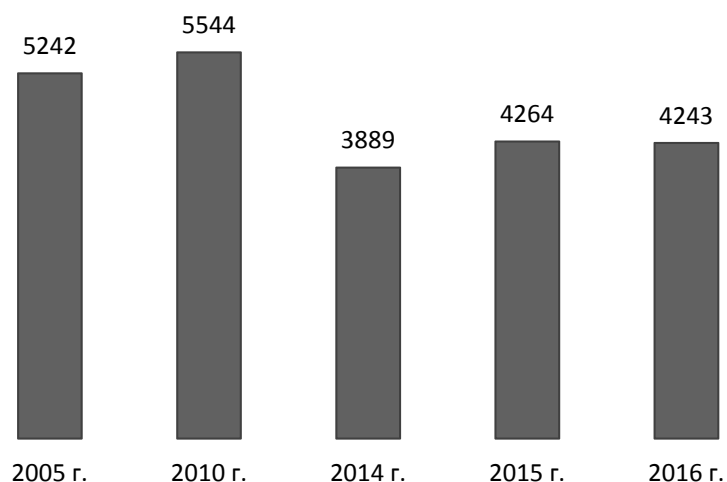


Рис. 11.3. Численность безработных в Российской Федерации, тыс. чел.

К относительным показателям состояния и использования трудовых ресурсов относят:

1. Коэффициент экономической активности населения на определенную дату

$$K_{\text{эк. акт}} = \frac{S_{\text{эк. акт}}}{S} \cdot 100$$

где  $S_{\text{эк. акт}}$  – численность экономически активного населения;

$S$  – численность постоянного населения.

## 2. Коэффициент занятости населения

$$K_{\text{занят.}} = \frac{S_{\text{зан}}}{S_{\text{эк. акт}}} \cdot 100$$

где  $S_{\text{зан.}}$  – численность занятых экономической деятельностью

## 3. Коэффициент безработицы

$$K_{\text{без}} = \frac{B}{S_{\text{эк. акт}}} \cdot 100$$

где  $B$  – численность безработных

## 4. Коэффициент общей нагрузки

$$K_{\text{общ. нагр.}} = \frac{S_{\text{нетрудоспособ.}}}{S_{\text{трудоспособ.}}} \cdot 1000$$

где  $S_{\text{нетрудоспособ.}}$  – численность лиц нетрудоспособного возраста;

$S_{\text{трудоспособ.}}$  – численность лиц трудоспособного возраста.

## 5. Коэффициент пенсионной нагрузки

$$K_{\text{пенс. нагр.}} = \frac{S_{\text{пенс.}}}{S_{\text{трудоспособ.}}} \cdot 1000$$

где  $S_{\text{пенс.}}$  – численность лиц пенсионного возраста

## 6. Коэффициент замещения трудовых ресурсов

$$K_{\text{замещ.}} = \frac{S_{\text{до 16.}}}{S_{\text{трудоспособ.}}} \cdot 1000$$

где  $S_{\text{до 16}}$  – число детей и подростков до 16 лет

На рис. 11.4 отображены показатели пенсионной нагрузки в Российской Федерации.

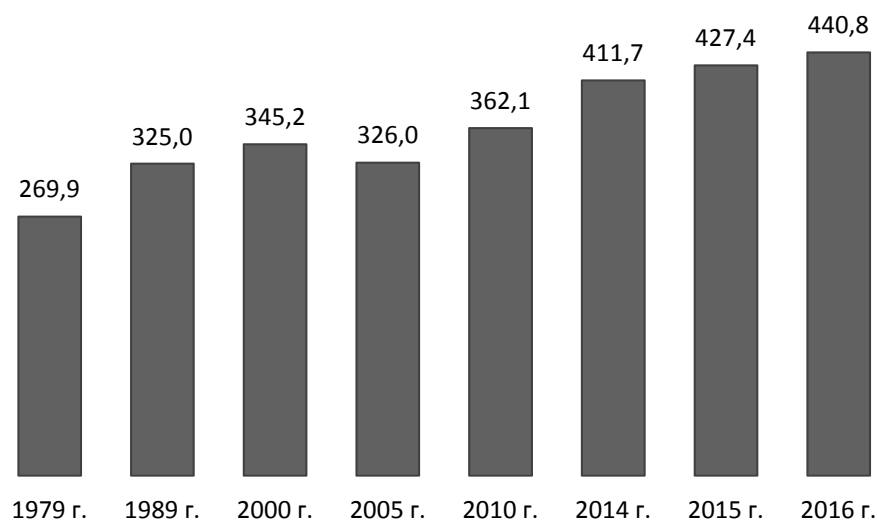


Рис. 11.4. Коэффициент пенсионной нагрузки, ‰

Динамика изменения коэффициента замещения за период 1979 – 2016 гг. в России, представлена на рис. 11.5.

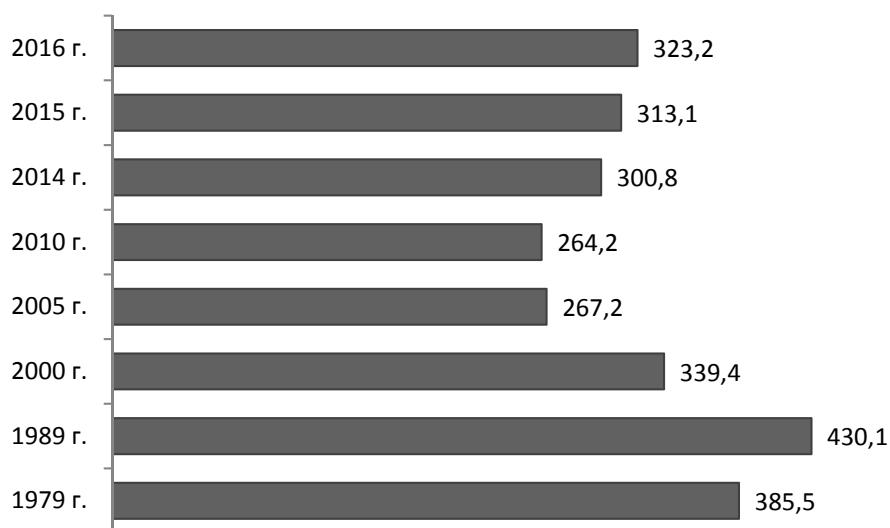


Рис. 11.5. Коэффициент замещения трудовых ресурсов, ‰

Большое значение в вопросах статистической оценки использования рабочей силы имеют показатели численности персонала предприятия.

Показателем, характеризующим трудовой потенциал предприятия является списочная численность работников. Данный показатель включает в себя как численность явившихся на работу работников, так и неявившихся по различным причинам. Поскольку показатель численности персонала является моментной величиной, то для проведения целого ряда экономических расчетов необходимо знать значения среднесписочной численности за определенный период времени. При этом величина среднесписочной численности определяется по формуле:

$$\overline{T}_{cn} = \frac{\text{Сумма списочной численности персонала за все календарные дни}}{\text{Число календарных дней}}$$



Численность работников в праздничные и выходные дни приравнивается к списочной численности предыдущего рабочего дня. В случаях, когда предприятие работает на полный период времени, методика расчета остается неизменной.

Кроме того, среднесписочная численность работников может быть определена через показатели суммы явок и неявок работников на работу. В этом случае формула для расчета будет иметь вид:

$$\bar{T}_{cn} = \frac{\text{сумма явок} + \text{сумма неявок}}{\text{Число календарных дней}}$$

По данным за несколько месяцев или кварталов среднесписочная численность работников определяется на основе их среднемесячной численности:

$$\bar{T}_{cn} = \frac{\sum \bar{T}_{мес} \cdot t_i}{\sum t_i}$$

где  $t_i$  – расстояние между периодами

Для статистической оценки полноты использования списочного состава персонала предприятия, используется коэффициент использования списочного состава предприятия:

а) по среднеявочной численности работников за период

$$K_{исп.чис.сост.} = \frac{\bar{T}_{яв}}{\bar{T}_{cn}}$$

где  $\bar{T}_{яв} = \frac{\text{Число чел. – дн. явок на работу}}{\text{Число рабочих дней}}$

б) по средней фактически работавшей численности работников:

$$K_{исп.чис.сост.} = \frac{\bar{T}_{факт. раб.}}{\bar{T}_{cn}}$$

где  $\bar{T}_{факт. раб.} = \frac{\text{Число чел. – дн. фактически отработанных всеми работниками}}{\text{Число рабочих дней}}$

Численность персонала предприятия величина не постоянная, поскольку подвержена изменениям в связи с увольнением и приемом на работу работников. Такое изменение численности работников называют движением персонала.

К абсолютным показателям, характеризующим движение персонала относят: оборот по приему – численность принятых на работу в течение изучаемого периода; оборот по увольнению – общая численность уволенных работников в

течение изучаемого периода; общий оборот персонала – общая численность принятых и уволенных работников в течение изучаемого периода.

К относительным показателям движения персонала относят:

1. Коэффициент оборота по приему

$$K_{об. по приему} = \frac{\text{Число принятых работников за период}}{\bar{T}_{сп}}$$

2. Коэффициент оборота по выбытию

$$K_{об. по выбытию} = \frac{\text{Число уволенных работников за период}}{\bar{T}_{сп}}$$

3. Коэффициент восполнения кадров

$$K_{восп.} = \frac{\text{Число принятых работников за период}}{\text{Число уволенных работников за период}}$$

На рис. 11.6 представлена динамика изменения величины коэффициента восполнения кадров в России за 2010-16 гг.

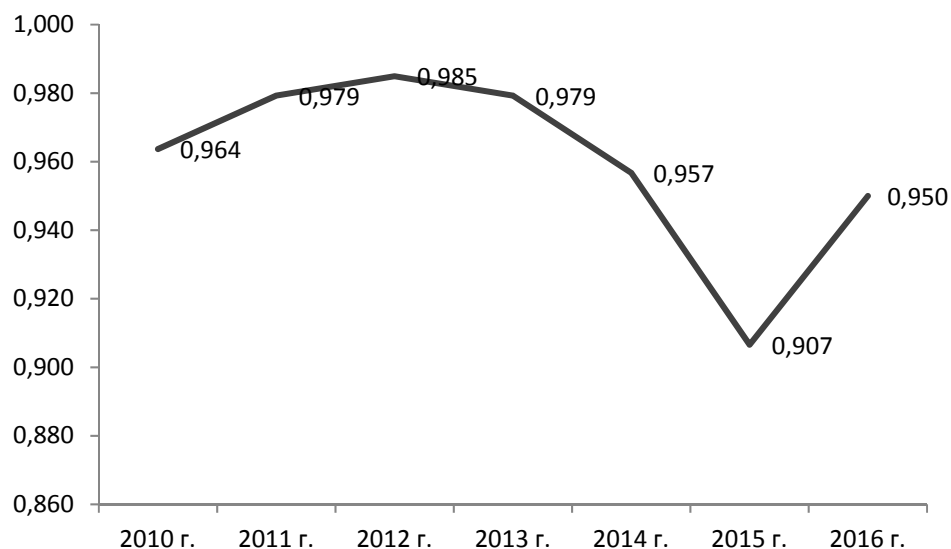


Рис. 11.6. Коэффициент восполнения кадров в РФ

*Рабочее время* – это одна из основных мер для измерения затраченного работниками труда. Рабочее время измеряется в человеко-часах, человеко-днях, человеко-месяцах, человеко-кварталах и т.д. Основными же единицами измерения затраченного труда выступают человеко-часы и человеко-дни.

Фонды рабочего времени могут быть представлены в виде:

– *календарного фонда времени (КФВ)*, представляющего собой общее число календарных дней, приходящихся на всю списочную численность работников. Данный показатель может быть определен следующим образом:

$$КФВ = \bar{T}_{сп} \cdot D_{календ}$$

где  $D$  – число календарных дней в периоде.

или

$$K\Phi B = \sum \text{явок} + \sum \text{неявок}$$

- *табельного фонда времени (ТФВ)*, равного календарному фонду времени, за вычетом числа человеко-дней неявок в связи с праздничными и выходными днями:

$$T\Phi\Phi = K\Phi B - \sum \text{неявок в связи с праздниками и выходными}$$

- *максимально возможного фонда времени (МФВ)*, представляющего собой табельный фонд времени за исключением числа человеко-дней неявок в связи с очередными отпусками. Максимально возможный фонд рабочего времени это потенциальное время, которое может быть отработано всеми работниками предприятия, в соответствии с трудовым законодательством.

$$M\Phi B = T\Phi\Phi - \sum \text{неявок в связи с очередными отпусками}$$

Максимально возможный фонд времени состоит из:

1. Фактически отработанного времени;
2. Времени не отработанного по уважительным причинам, куда в соответствии с действующим законодательством относят:
  - а) неявки по болезни;
  - б) отпуска по учебе;
  - в) прочие неявки по причинам, предусмотренным законом.
3. Потерь рабочего времени, куда включены:
  - а) прогулы;
  - б) целодневные простои;
  - в) неявки с разрешения администрации;
  - г) массовые невыходы на работу.

Для статистической оценки использования рабочего времени исчисляются следующие показатели:

1. Показатели использования фондов рабочего времени:
  - а) коэффициент использования календарного фонда времени:

$$K_{исп. K\Phi B} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{K\Phi B} \cdot 100\%$$

- б) коэффициент использования табельного фонда времени:

$$K_{исп. T\Phi\Phi} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{T\Phi\Phi} \cdot 100\%$$

- в) коэффициент использования максимально возможного фонда рабочего времени:

$$K_{исп. M\Phi B} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{M\Phi B} \cdot 100\%$$

2. Структура максимально возможного фонда времени:

а) доля фактически отработанного времени:

$$d_{\text{факт}} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{МВФ} \cdot 100\%$$

б) доля рабочего времени, не отработанного по уважительным причинам:

$$d_{\text{уваж.}} = \frac{\text{не отработанное время по уважительным причинам}}{МВФ} \cdot 100\%$$

в) доля потерь рабочего времени:

$$d_{\text{потери}} = \frac{\text{потери рабочего времени}}{МВФ} \cdot 100\%$$

3. Показатель использования рабочего периода по числу дней работы одного среднесписочного работника:

$$K_{\text{исп. раб. пер.}} = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{раб}}} \cdot 100\%$$

*фактически отработанное время всеми*

где  $D_{\text{факт}} = \frac{\text{работниками за период, чел. – дн}}{\bar{T}_{\text{сп}}}$  – среднее фактически отработанное число дней одним среднесписочным работником за период;

$D_{\text{раб}}$  – число рабочих дней в периоде.

4. Показатель использования времени рабочего дня, одним среднесписочным работником:

$$K_{\text{исп. раб. дня}} = \frac{\bar{Ч}_{\text{факт}}}{\bar{Ч}_{\text{уст}}} \cdot 100\%$$

где  $\bar{Ч}_{\text{факт}} = \frac{\text{число чел. – час., фактически отработанных работниками за период}}{\text{число чел. – дн., фактически отработанных работниками за период}}$

-

средняя фактическая продолжительность рабочего дня, час;

$\bar{Ч}_{\text{уст}}$  - установленная продолжительность рабочего дня.

5. Общий показатель использования рабочего времени, по числу часов, отработанных одним среднесписочным работником за период:

$$K_{\text{исп. раб. вр.}} = \frac{\text{Среднее фактическое число часов, отработанных одним работником за период}}{\text{среднее установленное число часов в расчете на одного работника за период}} \cdot 100\%$$

или

$$K_{исп. раб. вр.} = K_{исп. раб. пер.} \cdot K_{исп. раб. дня}$$

Данный показатель характеризует, на сколько полно использовалось рабочее время одним среднесписочным работником в изучаемом периоде.

### Пример 1

По предприятию имеются данные за октябрь о численности лиц списочного состава:

Таблица 11.1

Период	Списочная численность работников за каждый день, чел.	Являлось работником на работу каждый день, чел.	Целодневные простои за каждый день, чел.
1-2	200	200	-
5-9	201	200	-
12-14	202	202	5
15-16	202	201	-
19-20	205	203	2
21-23	204	204	-
26-30	204	203	11

Выходные дни октября: 3, 4, 10, 11, 17, 18, 24, 25, 31.

Определить:

1. Среднюю списочную численность работников;
2. Среднюю явочную численность работников;
3. Среднее число фактически работавших в октябре;
4. Коэффициенты использования списочного состава.

Решение:

1. Среднесписочная численность персонала в октябре:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{cn} &= \frac{\text{Сумма списочной численности персонала за все календарные дни}}{\text{Число календарных дней}} = \\ &= \frac{200 \cdot 2 + 200 \cdot 2 + 201 \cdot 5 + 201 \cdot 2 + 202 \cdot 3 + 202 \cdot 2 + 202 \cdot 2 + 205 \cdot 2 + 204 \cdot 3 + 204 \cdot 2 + 204 \cdot 6}{31} = \\ &= 202,4 \end{aligned}$$

При расчете данного показателя, списочная численность работников в праздничные и выходные дни, приравнивалась к численности предшествующего дня.

2. Среднеявочная численность персонала:

$$\bar{T}_{яв} = \frac{\text{Число чел. – дн. явок на работу}}{\text{Число рабочих дней}} = \frac{200 \cdot 2 + 200 \cdot 5 + 202 \cdot 3 + 201 \cdot 2 + 203 \cdot 2 + 204 \cdot 3 + 203 \cdot 5}{22} = 201,9$$

При расчете средневочной численности, общее число человеко-дней явок, было разделено на число рабочих дней в месяце

3. Средняя фактическая численность работавших в октябре:

$$\bar{T}_{\text{факт. раб.}} = \frac{\text{Число чел. – дн. фактически отработанных всеми работниками}}{\text{Число рабочих дней}} = \frac{200 \cdot 2 + 200 \cdot 5 + 197 \cdot 3 + 201 \cdot 2 + 201 \cdot 2 + 204 \cdot 3 + 192 \cdot 5}{22} = 198,5$$

При расчете данного показателя, фактическое число работавших было определено как разница между явочной численностью и числом человеко-дней целодневных простоев.

4. Коэффициент использования списочного состава по числу человеко-дней явок:

$$K_{\text{исп. спис. сост.}} = \frac{\bar{T}_{яв}}{\bar{T}_{сп}} = \frac{201,9}{202,4} \cdot 100 = 99,8\%$$

Таким образом, списочная численность работников по числу явок на работу составила 99,8 %.

5. Коэффициент использования списочного состава по числу фактически отработанных человеко-дней:

$$K_{\text{исп. спис. сост.}} = \frac{\bar{T}_{\text{факт. раб.}}}{\bar{T}_{сп}} = \frac{198,5}{202,4} \cdot 100 = 98,1\%$$

В целом за октябрь, списочная численность работников была использована на 98,1 %, тогда как не использованы были 1,9 %, списочного состава.

## Пример 2

Известны следующие данные по предприятию за ноябрь, чел.-дн:

1. Отработано рабочими – 55000;
2. Целодневные простои, 12;
3. Неявки на работу:
  - а) очередные отпуска – 1420;
  - б) по болезни – 130;
  - в) в связи с беременностью и родами – 150;
  - г) выполнение государственных обязанностей – 30;
  - д) прогулы – 5;
  - е) праздники и выходные – 20950.
4. Отработано чел.- час., всего – 423500;

5. Установленная штатным расписанием продолжительность рабочего дня, час. – 8;

6. Установленная продолжительность рабочего периода, дней – 22;

Определить:

1. Среднесписочную численность работников предприятия в ноябре;

2. Фонды рабочего времени;

3. Показатели использования фондов рабочего времени;

4. Структуру максимально возможного фонда времени;

5. Показатели использования рабочего периода, рабочего дня и рабочего времени в ноябре, в расчете на одного среднесписочного работника.

*Решение:*

1. Среднесписочная численность работников за месяц составила:

$$\begin{aligned}\bar{T}_{\text{сп}} &= \frac{\text{сумма явок} + \text{сумма неявок}}{\text{Число календарных дней}} = \\ &= \frac{55000 + 12 + 1420 + 130 + 150 + 30 + 5 + 20950}{30} = 2590\end{aligned}$$

Таким образом, среднесписочная численность работников предприятия в ноябре составила 2590 человек.

2. Фонды рабочего времени в ноябре:

а) календарный фонд времени:

$$КФВ = \bar{T}_{\text{сп}} \cdot D_{\text{календ}} = 2590 \cdot 30 = 77700 \text{ чел.-дней}$$

или

$$\begin{aligned}КФВ &= \sum \text{явок} + \sum \text{неявок} = \\ &= 55000 + 12 + 1420 + 130 + 150 + 30 + 5 + 20950 = 77700 \text{ чел.-дней}\end{aligned}$$

б) табельный фонд рабочего времени:

$$\begin{aligned}ТФВ &= КФВ - \sum \text{неявок в связи с праздниками и выходными} = \\ &= 77700 - 20950 = 56750 \text{ чел.-дней}\end{aligned}$$

в) максимально возможный фонд рабочего времени:

$$\begin{aligned}МФВ &= ТФВ - \sum \text{неявок в связи с очередными отпусками} = \\ &= 56750 - 1420 = 55330 \text{ чел.-дней}\end{aligned}$$

3. Показатели использования фондов рабочего времени:

а) календарного фонда времени:

$$K_{\text{исп. КФВ}} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{КФВ} \cdot 100 = \frac{55000}{77700} \cdot 100 = 70,8\%$$

Календарный фонд времени был отработан всеми работниками в ноябре лишь на 70,8 %.

б) табельного фонда времени:

$$K_{исп.ТФВ} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{ТФВ} \cdot 100 = \frac{55000}{56750} \cdot 100 = 96,9\%$$

в) максимально возможного фонда времени:

$$K_{исп.МФВ} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{МФВ} \cdot 100 = \frac{55000}{55330} \cdot 100 = 99,4\%$$

Из максимально возможного фонда рабочего времени было не отработано по различным причинам 0,6 % времени. Для получения более полной информации о структуре максимально возможно фонда времени следует рассчитать показатели его использования.

#### 4. Структура максимально возможного фонда времени:

а) доля фактически отработанного времени:

$$d_{\text{факт}} = \frac{\text{фактически отработанное время}}{МВФ} \cdot 100 = \frac{55000}{55330} \cdot 100 = 99,4\%$$

Максимально возможный фонд рабочего времени был фактически отработан всеми работниками на 99,4 %.

б) доля рабочего времени, не отработанного по уважительным причинам:

$$\begin{aligned} d_{\text{уваж.}} &= \frac{\text{не отработанное время по уважительным причинам}}{МВФ} \cdot 100 = \\ &= \frac{130 + 150 + 30}{55330} \cdot 100 = \frac{310}{55330} \cdot 100 = 0,6\% \end{aligned}$$

За месяц, работниками предприятия было не отработано по предусмотренным трудовым законодательством причинам 0,6 % максимально возможно фонда рабочего времени.

в) доля потерь рабочего времени:

$$d_{\text{потери}} = \frac{\text{потери рабочего времени}}{МВФ} \cdot 100 = \frac{12 + 5}{55330} \cdot 100 = 0,03\%$$

По не уважительным причинам было не отработано лишь 0,03 % имеющегося рабочего времени.

6. Показатели использования рабочего времени в расчете на одного среднесписочного работника в ноябре:

а) коэффициент использования рабочего периода:

$$K_{исп.раб.пер.} = \frac{Д_{\text{факт}}}{Д_{\text{раб}}} \cdot 100 = \frac{21,24}{22} \cdot 100 = 96,5\%$$



*фактически отработанное время всеми*

$$\text{где } D_{\text{факт}} = \frac{\text{работниками за период, чел. – дн}}{\bar{T}_{\text{сп}}} = \frac{55000}{2590} = 21,24 \text{ дней}$$

Таким образом, одним среднесписочным работником в ноябре было в среднем отработано 96,5 % от установленной продолжительности рабочего периода, остальное пришлось на потери рабочего времени.

б) коэффициент использования рабочего дня:

$$K_{\text{исп. раб. дня}} = \frac{\bar{Q}_{\text{факт}}}{\bar{Q}_{\text{уст}}} \cdot 100 = \frac{7,7}{8} \cdot 100 = 96,3\%$$

где

$$\bar{Q}_{\text{факт}} = \frac{\text{число чел. – час., фактически отработанных работниками за период}}{\text{число чел. – дн., фактически отработанных работниками за период}} = \frac{423500}{55000} = 7,7 \text{ час.} \quad \text{В}$$

среднем за месяц, один рабочий день был использован на 96,3 %, тогда как на внутрисменные простои и прочие причины пришлось 3,7 % времени.

в) общий показатель использования рабочего времени, по числу часов, отработанных одним среднесписочным работником за период:

$$K_{\text{исп. раб. вр.}} = \frac{\text{Среднее фактическое число часов, отработанных одним работником за период}}{\text{среднее установленное число часов в расчете на одного работника за период}} \cdot 100 = \frac{163,5}{176} \cdot 100 = 92,9\%$$

При этом средняя фактическая продолжительность рабочего периода на одного среднесписочного работника определяется как отношение суммы фактически отработанных чел.-часов за месяц к числу фактически отработанных чел.-дней за тот же период.

или

$$K_{\text{исп. раб. вр.}} = K_{\text{исп. раб. пер.}} \cdot K_{\text{исп. раб. дня}} = 0,965 \cdot 0,963 = 0,929 (92,9\%)$$

Таким образом, в целом за ноябрь, одним среднесписочным работником было отработано 92,9 % рабочего времени, а 7,1 % рабочего времени пришлось на неотработанное по различным причинам время.

Производительность труда – это индикатор эффективности использования персонала предприятия. Данный показатель может быть выражен с помощью:

1. Выработка продукции в единицу времени:

$$w = \frac{Q}{T}$$

где  $Q$  – количество произведенной продукции;  
 $T$  – затраты труда.

2. Трудоемкость единицы продукции:

$$t = \frac{T}{Q}$$

Если выработка продукции в единицу времени является прямым показателем, то трудоемкость – обратным. Это означает, что чем выше выработка при неизменных трудовых затратах, тем выше производительность труда и наоборот, чем выше трудоемкость, тем ниже производительность.

Между вышеперечисленными показателями существует взаимосвязь:

$$w = \frac{1}{t}; \quad t = \frac{1}{w}$$

Как уже было отмечено выше, затраты труда могут измеряться в человеко-часах, человеко-днях и т.д., поэтому целесообразно определить среднечасовую, среднедневную и среднемесячную выработку одного среднесписочного работника. Для этого могут использоваться следующие показатели:

1. Среднечасовая выработка одного среднесписочного работника:

$$w_{\text{час}} = \frac{Q}{\text{число отработанных всеми работниками чел. – часов}}$$

2. Среднедневная выработка одного среднесписочного работника:

$$w_{\text{дн}} = \frac{Q}{\text{число отработанных всеми работниками чел. – дней}}$$

Между показателями среднедневной и среднемесячной выработки одного среднесписочного работника существует взаимосвязь:

$$w_{\text{дн}} = w_{\text{час}} \cdot \bar{C}_{\text{факт}}$$

где  $\bar{C}_{\text{факт}}$  – средняя фактическая продолжительность рабочего дня, час;

3. среднемесячная выработка одного среднесписочного работника:

$$W_{\text{мн}} = \frac{Q}{T_{\text{мн}}}$$

Между вышеперечисленными показателями существует следующая взаимосвязь:

$$w_{\text{мес}} = w_{\text{час}} \cdot \bar{C}_{\text{факт}} \cdot D_{\text{факт}}$$

где  $\bar{D}_{\text{факт}}$  – среднее фактически отработанное число дней одним среднесписочным работником за период;

Используя данную модель можно оценить влияние отдельных факторов на изменение среднемесячной выработки одного работника по нескольким предприятиям или подразделениям, выпускающим однородные виды продукции.

Общее абсолютное изменение среднемесячной выработки определяется следующим образом:

$$\Delta w_{мес} = w_{мес_1} - w_{мес_0} = w_{час_1} \cdot \bar{Q}_{факт_1} \cdot D_{факт_1} - w_{час_0} \cdot \bar{Q}_{факт_0} \cdot D_{факт_0}$$

В результате изменения продолжительности рабочего периода, среднемесячная выработка изменится:

$$\Delta w_{мес}(D) = w_{час_0} \cdot \bar{Q}_{факт_0} \cdot (D_{факт_1} - D_{факт_0})$$

В результате изменения средней продолжительности рабочего дня среднемесячная выработка изменится:

$$\Delta w_{мес}(\bar{Q}) = w_{час_0} \cdot (\bar{Q}_{факт_1} - \bar{Q}_{факт_0}) \cdot D_{факт_1}$$

В результате изменения среднечасовой выработки одного среднесписочного работника среднемесячная выработка изменится:

$$\Delta w_{мес}(w_{час}) = (w_{час_1} - w_{час_0}) \cdot \bar{Q}_{факт_1} \cdot D_{факт_1}$$

Между перечисленными показателями существуют взаимосвязи:

$$\Delta w_{мес} = w_{мес_1} - w_{мес_0} = \Delta w_{мес}(D) + \Delta w_{мес}(\bar{Q}) + \Delta w_{мес}(w_{час})$$

Для статистического изучения динамики изменения показателей производительности труда используются индексы производительности труда. К ним относят:

1. Индивидуальные индексы производительности труда, в условиях производства однородной продукции:

а) на основе показателей выработки в единицу времени

$$i_w = \frac{w_1}{w_0}$$

б) на основе показателей трудоемкости единицы продукции

$$i_w = \frac{t_0}{t_1}$$

2. Индивидуальный индекс трудоемкости производства единицы продукции:

$$i_t = \frac{t_1}{t_0}$$

В условиях выпуска разнородной продукции рассчитываются общие индексы производительности труда:

3. Общий индекс производительности труда на основе сопоставления индексов физического объема выпуска продукции и затрат труда:

$$I_w = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} \div \frac{\sum T_1}{\sum T_0}$$

где  $T$  – затраты труда

4. Общий индекс производительности труда на основе показателей трудоемкости различных видов продукции:

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$$

Разница между знаменателем и числителем данной формулы, показывает величину экономии или условного перерасхода рабочего времени:

$$\mathcal{E}(T) = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1$$

Результат со знаком “-” характеризует экономию рабочего времени в анализируемом периоде по сравнению с плановым или предшествующим, а результат со знаком “+”, характеризует относительный (условный) перерасход рабочего времени на выпуск аналогичного количества продукции.

Кроме того, общий индекс изменения производительности труда может быть найден через прямые показатели выработки по каждому виду продукции с помощью среднего арифметического индекса:

$$I_w = \frac{\sum i_w \cdot T_1}{\sum T_1}$$

где  $T_1 = t_1 \cdot q_1$  – затраты труда на выпуск данного вида продукции в анализируемом периоде.

В условиях выпуска однородной продукции отдельными предприятиями или подразделениями одного предприятия, могут определяться показатели средней производительности труда. С этой целью могут использоваться значения средней выработки в единицу времени, или в расчете на одного среднесписочного работника. Для статистической оценки динамики изменения средних показателей производительности труда и влияния отдельных факторов на это изменение, используются индексы переменного состава, фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов:

1. Индекс производительности труда переменного состава:

$$I_{n.c.} = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_0} = \frac{\sum w_1 \cdot T_1}{\sum T_1} \div \frac{\sum w_0 \cdot T_0}{\sum T_0}$$

В абсолютном измерении, изменение средней выработки определяется:

$$\Delta_1 = \bar{w}_1 - \bar{w}_0$$

2. Индекс изменения средней выработки фиксированного состава:

$$I_{ф.с.} = \frac{\overline{w_1}}{\overline{w_{усл}}} = \frac{\sum w_1 \cdot T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum w_0 \cdot T_1}{\sum T_1}$$

В абсолютном измерении:

$$\Delta_2 = \overline{w_1} - \overline{w_{усл}}$$

3. Индекс изменения средней выработки за счет влияния структурных сдвигов:

$$I_{н.с.} = \frac{\overline{w_{усл}}}{\overline{w_0}} = \frac{\sum w_0 \cdot T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum w_0 \cdot T_0}{\sum T_0}$$

В абсолютном измерении:

$$\Delta_3 = \overline{w_{усл}} - \overline{w_0}$$

### Пример 3

По двум филиалам предприятия, выпускающим один и тот же вид продукции известны следующие данные за два периода:

Таблица 11.2

№ филиала	Среднесписочная численность работников, чел.		Выпуск продукции, млн. р.		Отработано чел.-часов, всего		Отработано чел.-дней, всего	
	июнь	июль	июнь	июль	июнь	июль	июнь	июль
1	151	155	31,5	33,8	24812	26235	3134	3371
2	78	79	17,6	16,8	13033	13356	1693	1691
Итого	229	234	49,1	50,6	37845	39591	4827	5062

Определить:

1. За каждый месяц среднечасовую, среднедневную и среднемесячную выработку продукции;

2. Изменение среднемесячной выработки одного среднесписочного работника по двум филиалам вместе, в том числе за счет изменения:

а) длительности рабочего периода в каждом месяце;

б) средней продолжительности рабочего дня;

в) среднечасовой выработки.

Сформулировать вывод.

Решение:

1. Показатели продолжительности рабочего периода и средней продолжительности рабочего дня за два месяца представим в табличной форме:

Таблица 11.3

№ филиала	Продолжительность рабочего периода, дней		Средняя продолжительность рабочего дня, час.	
	июнь	июль	июнь	июль
1	20,8	21,7	7,9	7,8

№ филиала	Продолжительность рабочего периода, дней		Средняя продолжительность рабочего дня, час.	
	июнь	июль	июнь	июль
2	21,7	21,4	7,7	7,9

Продолжительность рабочего периода рассчитана как отношение числа отработанных человеко-дней всеми работниками и среднесписочной численности работников. Средняя продолжительность рабочего дня среднесписочного работника была определена как отношения числа отработанных всеми работниками человеко-часов к числу отработанных человеко-дней.

Пользуясь приведенными выше формулами для определения уровня производительности труда, рассчитаем их и запишем в следующую таблицу:

Таблица 11.4

№ филиала	Среднечасовая выработка одного среднесписочного работника, тыс. р.		Среднедневная выработка одного среднесписочного работника, тыс. р.		Среднемесячная выработка одного среднесписочного работника, тыс. р.	
	июнь	июль	июнь	июль	июнь	июль
1	1,265	1,279	10,05	10,03	208,6	218,1
2	1,350	1,255	10,40	9,94	225,6	212,7
Итого по двум филиалам	1,297	1,278	10,17	10,00	214,4	216,2

2. Изменение среднемесячной выработки одного среднесписочного работника по двум филиалам вместе составило:

$$\Delta w_{\text{мес}} = w_{\text{мес}_1} - w_{\text{мес}_0} = 216,2 - 214,4 = 1,8 \text{ тыс. руб.}$$

в том числе по филиалу № 1:

$$\Delta w_{\text{мес}} = w_{\text{мес}_1} - w_{\text{мес}_0} = 218,1 - 208,6 = 9,5 \text{ тыс. руб.}$$

по филиалу № 2:

$$\Delta w_{\text{мес}} = w_{\text{мес}_1} - w_{\text{мес}_0} = 212,7 - 225,6 = -12,9 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, среднемесячная выработка продукции в расчете на одного среднесписочного работника по двум филиалам вместе выросла на 1800 р. Влияние отдельных факторов рассчитаем по каждому филиалу отдельно, и в целом по двум филиалам:

Филиал № 1:

В результате изменения продолжительности рабочего периода, среднемесячная выработка в июле по сравнению с июнем изменилась следующим образом:

$$\Delta w_{\text{мес}}(D) = w_{\text{час}_0} \cdot \bar{C}_{\text{факт}_0} \cdot (D_{\text{факт}_1} - D_{\text{факт}_0})$$

$$\Delta w_{\text{мес}}(D) = 1,265 \cdot 7,9 \cdot (21,7 - 20,8) = 9,03 \text{ тыс. руб.}$$

Увеличение продолжительности рабочего периода обеспечило рост среднемесячной выработки работника в июле на 8994 р.

В результате изменения средней продолжительности рабочего дня, среднемесячная выработка в июле изменится:

$$\Delta w_{\text{мес}}(\bar{Q}) = w_{\text{час}_0} \cdot (\bar{Q}_{\text{факт}_1} - \bar{Q}_{\text{факт}_0}) \cdot D_{\text{факт}_1}$$

$$\Delta w_{\text{мес}}(\bar{Q}) = 1,265 \cdot (7,8 - 7,9) \cdot 21,7 = -2,754 \text{ тыс. руб.}$$

Сокращение средней продолжительности рабочего дня в июле по сравнению с июнем привело к снижению среднемесячной выработки одного работника на 2745 р.

В результате изменения среднечасовой выработки одного среднесписочного работника, среднемесячная выработка изменится:

$$\Delta w_{\text{мес}}(w_{\text{час}}) = (w_{\text{час}_1} - w_{\text{час}_0}) \cdot \bar{Q}_{\text{факт}_1} \cdot D_{\text{факт}_1}$$

$$\Delta w_{\text{мес}}(w_{\text{час}}) = (1,279 - 1,265) \cdot 7,8 \cdot 21,7 = 3,184 \text{ тыс. руб.}$$

Рост среднечасовой выработки привел к увеличению среднемесячной выработки на 3184 р.

Филиал № 2:

$$\Delta w_{\text{мес}}(D) = 1,35 \cdot 7,7 \cdot (21,4 - 21,7) = -3,12 \text{ тыс. руб.}$$

$$\Delta w_{\text{мес}}(\bar{Q}) = 1,35 \cdot (7,9 - 7,7) \cdot 21,4 = 5,78 \text{ тыс. руб.}$$

$$\Delta w_{\text{мес}}(w_{\text{час}}) = (1,255 - 1,35) \cdot 7,9 \cdot 21,4 = -15,64 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, во втором филиале сокращение среднемесячной выработки одного работника на 12,9 тыс. р. , было обусловлено значительным снижением среднечасовой выработки (на 95 р.), повлекшим снижение среднемесячной выработки на 1564 р. , а также снижением длительности рабочего периода на 0,3 дня, также снизившим выработку за месяц на 3120 р. Увеличение средней продолжительности рабочего дня в июле на 0,2 часа, позволившее увеличить среднемесячную выработку работника на 5780 р. , тем не менее не смогло в полной мере компенсировать негативное влияние других факторов.

#### Пример 4

Имеются следующие данные за два периода:

Таблица 11.5

Вид продукции	Произведено продукции, тыс. ед.		Затраты труда на единицу про- дукции чел.-час.	
	2011 г.	2012 г.	2011 г.	2012 г.
А	10	11	1,3	1,3
Б	2	1,9	6,5	7
В	6	6,5	7	7,1

Определить:

1. Динамику изменения производительности труда по каждому виду продукции;
2. Агрегатный индекс производительности труда;
3. Условную экономию (перерасход) рабочего времени, в результате изменения производительности труда.

Сформулировать вывод.

*Решение:*

Показатели, характеризующие объем производства продукции обозначим как  $q$ , а показатели удельных затрат труда как  $t$  – трудоемкость выпуска продукции.

1. Динамика изменения производительности труда по каждому предприятию определяется с помощью индивидуального индекса производительности труда:

По продукции вида А:

$$i_w = \frac{t_0}{t_1} = \frac{1,3}{1,3} = 1$$

По продукции вида Б:

$$i_w = \frac{6,5}{7} = 0,929 (-7,1\%)$$

По продукции вида В:

$$i_w = \frac{7}{7,1} = 0,986 (-1,4\%)$$

Таким образом, если производительность труда при выпуске продукции А осталась неизменной, то при выпуске продукции Б и В наблюдается ее падение на 7,1 и 1,4 % соответственно.

2. Общее изменение производительности труда при выпуске всех трех видов продукции составило:

$$I_w = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} = \frac{1,3 \cdot 11 + 6,5 \cdot 1,9 + 7 \cdot 6,5}{1,3 \cdot 11 + 7 \cdot 1,9 + 7,1 \cdot 6,5} = 0,978 (-2,2\%)$$

или

$$I_w = \frac{\sum i_w \cdot T_1}{\sum T_1} = \frac{1 \cdot 1,3 \cdot 11 + 0,929 \cdot 7 \cdot 1,9 + 0,986 \cdot 7,1 \cdot 6,5}{1,3 \cdot 11 + 7 \cdot 1,9 + 7,1 \cdot 6,5} = 0,978 (-2,2\%)$$

В целом при выпуске всей продукции в 2012 году, по сравнению с 2011, производительность труда снизилась на 2,2 %, что является негативным фактом, требующим внимания со стороны руководства предприятия.

3. Условная экономия (перерасход) рабочего времени, в результате изменения производительности труда составила:

$$\mathcal{E}(II) = \sum t_1 q_1 - \sum t_0 q_1 = 73,75 - 72,15 = 1,6 \text{ тыс. чел.} - \text{час.}$$



Полученный результат со знаком «+», свидетельствует о наличии условного перерасхода рабочего времени. Падение производительности труда на 2,2 %, привело к перерасходу рабочего времени на 1,6 тыс. чел.-час. То есть на выпуск одного и того же объема продукции А, Б и В, в 2012 году потребовалось рабочего времени больше на 1,6 тыс. чел.-час.

### **Задачи для самостоятельной работы**

#### **Задача 11.1**

По Российской Федерации известны следующие данные на начало 2016 г.:

1. Численность населения, млн чел.	146,5
2. Всего занято в экономике, тыс. чел.	72393
3. Численность безработных, тыс. чел.	4243

*Определить:*

1. Численность экономически активного населения;
2. Коэффициент экономической активности населения;
3. Коэффициенты занятости и безработицы населения РФ;

Сформулировать выводы.

#### **Задача 11.2**

1) По региону известны следующие данные на начало периода:	
численность трудоспособного населения в трудоспособном возрасте, тыс. чел.	552,4
численность работающих лиц младше трудоспособного возраста и лиц, тыс. р.	9,6
2) В течение года, тыс. чел.:	
вступило в трудоспособный возраст трудоспособного населения	41,2
вовлечено в экономическую деятельность лиц пенсионного возраста	5,6
прибыло из других регионов трудоспособного населения в трудоспособном возрасте	25,7
выбыло из состава трудовых ресурсов трудоспособного населения	8,5
выбыло из состава трудовых ресурсов лиц младше трудоспособного возраста	2,7
выбыло трудоспособного населения в трудоспособном возрасте в другие области	11,7

*Определить:*

- 1) численность трудовых ресурсов на начало года;
- 2) на конец года:
  - а) численность трудоспособного населения в трудоспособном возрасте;
  - б) численность работающих лиц, находящихся за пределами трудоспособного возраста;
  - в) численность трудовых ресурсов;

- 3) среднегодовую численность трудовых ресурсов;
  - 4) коэффициенты естественного, механического и общего движения трудовых ресурсов;
- Сформулировать вывод.

### **Задача 11.3**

Известны данные на начало года по региону, тыс. чел.:

1) Численность населения	2369,1
2) Численность экономически активного населения	1056,3
3) Численность безработного населения	135,4
в т. ч. зарегистрировано в Государственной службе занятости населения	30,9

Определить:

1. Уровень экономической активности населения региона;
2. Коэффициенты занятости и безработицы;
3. Коэффициент зарегистрированной безработицы;
4. Коэффициент на одного занятого в экономике.

Сформулировать вывод.

### **Задача 11.4**

Известны некоторые показатели, характеризующие состояние трудовых ресурсов России, тыс. чел.

Таблица 11.6

	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
1) Трудоспособное население в трудоспособном возрасте	83135,7	82220,7	82461,3	81354,2
2) Численность пенсионеров, зарегистрированных в ПФР	40573	41019	41456	42729
3) Численность лиц моложе трудоспособного возраста	24716,7	25689,2	26359,6	26894,9
4) Численность нетрудоспособного населения	9252,9	9800,7	10244,8	9806,9

Определить за каждый год:

1. Коэффициент общей нагрузки;
  2. Коэффициент пенсионной нагрузки;
  3. Коэффициент замещения трудовых ресурсов;
  4. Проанализировать динамику изменения исчисленных показателей;
- Сформулировать вывод.

### **Задача 11.5**

По предприятию известны следующие данные за год:

Таблица 11.7

Показатели	По плану	Фактически
Произведено продукции, млн р.	86,3	92,3
Среднесписочное число рабочих, чел.	59	58
Отработано ч.-дней	14573	14200
Отработано ч.-часов	116584	112180
Неявки на работу с разрешения администрации, ч.-дней		120
Прогулы, ч.-дней	-	32
Целодневные простои, ч.-дней	-	11
Внутрисменные простои, ч.-час.		95

Определить объем недовыпущенной продукции фактически против плана, в том числе вследствие:

1. Неполного использования продолжительности рабочего периода одним среднесписочным работником, в том числе из-за потерь рабочего времени;

2. Неполного использования установленной продолжительности рабочего дня одним среднесписочным работником, в том числе из-за внутрисменных простоев.

Сформулировать выводы.

### **Задача 11.6**

За апрель известны следующие данные по предприятию:

Таблица 11.8

Дни месяца	Состояло работников в списке	Явилось на работу	Фактически работало
22	123	122	122
23	124	124	123
24	126	124	124
25	126	126	124
26 суббота			
27 воскресенье			
28	126	125	125
29	125	124	123
30	125	124	124

*Определить:*

1. Среднесписочную численность работников за апрель и за дни работы.
  2. Среднеявочную и среднюю фактическую численность работников за апрель.
  3. Показатели использования списочного состава работников предприятия.
- Сформулировать вывод.

### Задача 11.7

Имеются следующие данные за два месяца:

Таблица 11.9

Показатели	I квартал	II квартал
Произведено продукции (в сопоставимых ценах), млн р.	115,9	122,9
Средняя списочная численность работников, чел.	130	133
в том числе рабочих	100	105
Отработано рабочими, чел.-дней	5700	6300
Отработано рабочими, чел.-ч	43890	49140

Год не високосный.

Определить:

1. Среднечасовую, среднедневную и среднеквартальную выработку продукции в I и II квартале;
2. Динамику изменения показателей производительности труда;
3. Прирост среднеквартальной выработки продукции в расчете на одного работника, в том числе за счет:
  - а) изменения доли рабочих в общей численности всех работников предприятия;
  - б) изменения средней продолжительности рабочего периода;
  - в) изменения средней продолжительности рабочего дня;
  - г) изменения среднечасовой выработки одного среднесписочного работника.

Сформулировать вывод.

### Задача 11.8

По предприятию имеются данные за июль о численности лиц списочного состава, включаемых в расчет среднесписочной численности, чел.:

Таблица 11.10

Период	Состояло по списку каждый день	Являлось на работу каждый день	Число целодневных простоев за каждый день
3-6	580	576	-
7	576	576	23
10-11	577	576	-
12-14	578	578	13
17-21	579	579	-
24-28	580	577	-

Выходные и праздничные дни месяца: 8, 9, 15, 16, 22, 23, 29, 30.

*Определить:*

1. Среднюю списочную и среднюю явочную численность и среднее число фактически работавших лиц за июль;
  2. Показатели использования списочной численности работников.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 11.9**

Имеются следующие данные о работе предприятия за два периода:

Таблица 11.11

Показатель	Февраль	Март
Произведено продукции, млн р.	182,1	198,3
Средняя списочная численность работников чел.	360	362
Отработано работниками, тыс. чел.- дней	7,2	7,9
Отработано работниками, тыс. чел.– час.	56,9	61,6

*Определить:*

1. Уровни производительности труда (среднечасовой, среднедневной, среднемесячный);
  2. Динамику изменения производительности труда.
  3. Динамику изменения среднемесячной выработки за счет изменения:
    - а) среднечасовой выработки;
    - б) средней продолжительности рабочего периода в днях;
    - в) средней продолжительности рабочего дня среднесписочного работника.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 11.10**

Предприятие начало свою деятельность 8 июля. Согласно спискам с 8 по 20 июля, на предприятии числилось 223 работника, с 21 по 25 июля – 225 работников, с 26 по 31 июля – 225 работников.

Среднесписочная численность работников составила:

- в августе – 226 работников;
- в сентябре – 229 работников;
- в IV квартале – 225 работников.

Определить среднесписочную численность работников предприятия:

- а) в июле;
- б) в III квартале;
- в) во 2-м полугодии;
- г) за год.

### **Задача 11.11**

Имеются следующие данные о работе организации за 2014 и 2015 гг.:

Таблица 11.12

Показатель	2014 г.	2015 г.
Выработано продукции, млн. р.	310	340
Средняя списочная численность работников промышленно-производственного персонала, чел.	195	205
В том числе рабочих	160	170
Отработано рабочими, чел.- дн.	35250	40800
Отработано рабочими, чел. – час.	274950	314160

*Определить:*

1. Среднечасовую, среднедневную и среднегодовую выработку одного среднесписочного работника;

2. Прирост среднегодовой выработки в расчете на одного работающего за счет:

- а) изменения среднечасовой выработки;
- б) изменения числа фактически отработанных дней;
- в) изменения средней продолжительности рабочего дня

Сформулировать вывод.

### **Задача 11.12**

Имеются следующие данные по предприятию за июнь:

Таблица 11.13

Показатели	Значения
1. Отработано рабочими чел.-дней	9030
2. Число целодневных простоев, чел. –дней	10
3. Число чел.-дней неявок на работу:	
очередные отпуска	220
отпуска в связи с родами	125
по болезни	95
прочие неявки, предусмотренные законом	60
с разрешения администрации	70
прогулы	3
чел.-дни праздничные и выходные	3570

*Определить:*

- 1. Календарный фонд времени;
  - 2. Табельный фонд времени;
  - 3. Максимально возможный фонд рабочего времени;
  - 4. Коэффициенты использования фондов рабочего времени;
  - 5. Структуру максимально возможного фонда рабочего времени.
- Сформулировать вывод.

### Задача 11.13

По фирме имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих:

Таблица 11.14

Филиалы	2012 год		2013 год	
	Выработано продукции в расчете на одного среднесписочного работника, тыс. р.	Численность работников филиала, % к общей численности	Выработано продукции в расчете на одного среднесписочного работника, тыс. р.	Численность работников филиала, % к общей численности
№ 1	6500	26	6550	28
№ 2	5800	59	5100	58
№ 3	6000	15	6510	14

*Определить:*

1. Индивидуальные индексы производительности труда;
  2. Индексы производительности труда:
    - а) переменного состава;
    - б) фиксированного состава;
    - в) влияния структурных сдвигов;
  3. Абсолютное изменение средней выработки среднесписочного работника по предприятию в целом, в том числе за счет влияния отдельных факторов.
- Сформулировать вывод

### Задача 11.14

Имеются следующие сведения о промышленном предприятии за апрель:

1. Отработано рабочими чел.-дней	14344
2. Праздничные и выходные, чел.-дней	5340
3. Целодневные простои, чел.-дней	3
4. Отпуска в связи с родами	10
5. Очередные отпуска	250
6. Неявки по болезни	41
7. Неявки предусмотренные законом	18
8. Неявки с разрешения администрации	23
9. Прогулы	1

*Определить:*

1. Календарный фонд времени;
2. Табельный фонд времени;
3. Максимально возможный фонд времени;
4. Коэффициенты использования календарного, табельного и максимально-возможного фондов рабочего времени;
5. Показатели использования максимально возможного фонда;

Сформулировать вывод.

### **Задача 11.15**

Имеются следующие данные по двум предприятиям, выпускающим однородную продукцию:

Таблица 11.15

Предприятие	Средняя часовая выработка одного рабочего, тыс. р.		Средняя фактическая продолжительность рабочего дня, ч		Средняя фактическая продолжительность рабочего месяца, дни	
	май	июнь	май	июнь	май	июнь
№ 1	2,3	2,5	7,7	7,7	22	21
№ 2	2,4	2,4	7,8	7,9	22	22

*Определить:*

1. Изменение среднемесячной выработки одного рабочего в июне по сравнению с маем по каждому предприятию и в общем;
  2. Общее изменение в июне по сравнению с маем среднемесячной выработки одного среднесписочного работника, в том числе за счет:
    - а) изменения среднечасовой выработки;
    - б) изменения фактической продолжительности рабочего периода;
    - в) изменения средней фактической продолжительности рабочего дня.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 11.16**

Имеются следующие данные о работе предприятия за два периода:

Таблица 11.16

Виды продукции	Ноябрь		Декабрь	
	Выработано, ед.	Общие затраты рабочего времени, чел.- час.	Выработано, ед.	Общие затраты рабочего времени, чел.- час.
А	6500	16150	6400	15910
Б	3700	19800	3800	19005
В	1200	36000	1250	35950

*Определить:*

1. Агрегатный индекс производительности труда;
  2. Индекс трудоемкости продукции;
  3. Экономии (перерасход) затрат труда в связи с трудоемкости выпуска продукции в декабре по сравнению с ноябрем.
- Сформулировать вывод.



**Задача 11.17**

По двум цехам предприятия имеются следующие данные:

Таблица 11.17

Подразделение предприятия	Отработано чел.-дн. всеми работниками		Изменение дневной выработки продукции одним среднесписочным работником, %
	ноябрь	декабрь	
№ 1	2560	2600	+2,3
№ 2	9360	10130	+5,4
№ 3	5600	4900	-6,7

*Определить:*

1. Общий по трем подразделениям индекс производительности труда;
2. Абсолютную величину экономии (перерасхода) рабочего времени, полученную за счет изменения производительности труда;
3. Прирост объемов производства продукции за счет роста производительности труда по каждому подразделению и в целом по предприятию.

Сформулировать вывод.

**Задача 11.18**

Имеются следующие данные за два периода:

Таблица 11.18

Вид продукции	Произведено продукции, ед.		Затраты труда на единицу продукции чел.- час.	
	Базисный период	Текущий период	Базисный период	Текущий период
А	150	160	56	56
Б	2900	3000	2,5	2,6
В	950	800	20	19

*Определить:*

1. Динамику производительности труда по каждому виду продукции;
2. Общий индекс производительности труда;
3. Экономия (перерасход) рабочего времени, полученную в результате изменения производительности труда

Сформулировать вывод.

**Задача 11.19**

Известны данные о приеме и выбытии работников предприятий России:

Таблица 11.19

	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Принято работников, тыс. чел.	9486,8	9810,8	9710,4	10115	9763,8	9109,3	9143,2

	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Выбыло работников, тыс. чел.	9844,5	10018	9859	10328	10205	10048	9624,6
Среднегодовая численность занятого населения, тыс. чел.	67493	67644	67968	67901	67813	72425	72065

*Определить:*

1. За каждый год коэффициенты оборота по приему и выбытию персонала, а также коэффициенты восполнения кадров;
  2. Относительные показатели динамики изменения коэффициентов движения рабочей силы;
- Сформулировать вывод.

### **Задача 11.20**

По промышленному предприятию известны следующие данные за год, чел.:

1) Принято на работу	74
2) Выбыло работников	64
3) Среднесписочная численность работников	
4) численность уволенных по собственному желанию и нарушение условий трудового договора	462
5) Численность работников, отработавших с начала и до конца года	19
	443

*Определить:*

1. Коэффициенты по приему и по выбытию кадров;
  2. Коэффициент текучести кадров;
  3. Коэффициенты стабильности и замещения кадров;
- Сформулировать выводы.

### **Контрольные вопросы**

1. Что представляет собой списочная численность населения?
2. Каким образом определяется среднесписочная численность работников предприятия? Перечислите способы расчета.
3. С помощью каких показателей исчисляется полнота использования списочной численности работников предприятия?
4. Назовите и дайте характеристику показателям движения персонала предприятия.
5. Какие единицы измерения затрат труда вы знаете? Что они показывают?
6. Что представляет собой фонд рабочего времени?
7. Какие фонды рабочего времени вы можете назвать? Что они характеризуют?

8. Каким образом оценивается полнота использования фондов рабочего времени?
9. Каким образом можно классифицировать неотработанное работниками рабочее время? Перечислите признаки, на основании которых неотработанное время относится к той или иной группе.
10. Назовите коэффициенты использования рабочего времени в расчете на одного среднесписочного работника. Что они характеризуют?
11. Какая взаимосвязь существует между показателями использования рабочего времени в расчете на одного среднесписочного работника?
12. Как рассчитывается средняя фактическая продолжительность рабочего дня и рабочего периода?
13. Что изучает статистика производительности труда?
14. Какие показатели производительности труда можете назвать? Какая взаимосвязь существует между ними?
15. Какова методика расчета среднечасовой, среднедневной и среднемесячной выработки одного среднесписочного работника?
16. Раскройте методику проведения факторного анализа изменения среднемесячной выработки одного работника, в результате влияния отдельных факторов.
17. Что показывают индивидуальные и общие индексы производительности труда?
18. Существует ли взаимосвязь между вышеперечисленными индексами?
19. Каким образом определяется величина средней выработки в единицу времени?
20. Какова методика проведения индексного анализа изменения средней выработки?

## ТЕМА 12. СТАТИСТИКА ПРОДУКЦИИ

Объем продукции предприятия в натуральном или денежном выражении представляет конечный результат его производственной деятельности. В ходе ее осуществления необходимо оценить уровень выполнения поставленных производственных и коммерческих задач, выраженных в виде конкретных планов.

Так для оценки изменения физического объема выпуска одного вида продукции можно использовать индивидуальные индексы:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

где  $q_0, q_1$  – физ. объем выпуска продукции в базисном (плановом) и отчетном (фактическом) периодах;

Для статистической оценки динамики выпуска нескольких видов не однородной продукции можно использовать агрегатный индекс физического объема выпуска, взяв цену за единицу продукции на уровне базисного периода, или планового уровня:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Для определения процента изменения фактического объема выпуска разнородной продукции в разрезе по подвидам и сортам, цена единицы продукции, относящейся к той или иной подгруппе, может фиксироваться на уровне среднего значения внутри каждой продуктовой группы. В этом случае индекс будет иметь вид:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \bar{p}_0}{\sum q_0 \bar{p}_0}$$

где  $\bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$  – средняя цена единицы в продуктовой группе в базисном периоде, или по плану;

### **Пример 1**

По данным выпуска двух видов продукции по сортам определить процент выполнения плана выпуска по каждому виду и всей продукции предприятия в целом:

Таблица 12.1

Вид и сорт про- дукции	Плановая цена ед., р.	Объем выпуска продукции, тыс. ед.	
		по плану	фактически
А			
1	150	5,8	6
2	120	2,5	2,6
3	90	-	0,8

Вид и сорт продукции	Плановая цена ед., р.	Объем выпуска продукции, тыс. ед.	
		по плану	фактически
Итого по продукции А	-	8,3	9,4
Б			
1	300	2,2	2,3
2	280	1,3	1,2
3	250	-	0,2
Итого по продукции Б	-	3,5	3,7

*Решение:*

1. Изменение физического объема выпуска по каждому виду продукции:

$$\text{продукция А: } i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{9,4}{8,3} = 1,133 (+13,3\%)$$

$$\text{продукция Б: } i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{3,7}{3,5} = 1,057 (+5,7\%)$$

2. Изменение фактического объема выпуска по сравнению с планом по продукции А и продукции В, в целом:

$$I_q = \frac{\Sigma q_1 \bar{p}_0}{\Sigma q_0 \bar{p}_0} = \frac{9,4 \cdot 141 + 3,7 \cdot 292,6}{8,3 \cdot 141 + 3,5 \cdot 292,6} = \frac{2408,02}{2194,4} = 1,097 (+9,7\%)$$

Поскольку оба вида продукции делятся на сорта, каждый из которых имеет свою плановую цену за единицу, то необходимо использовать общую среднюю для всей продуктовой группы цену, а именно:

Средняя цена по продукции А:

$$\bar{p}_0 = \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0} = \frac{150 \cdot 5,8 + 120 \cdot 2,5}{8,3} = 141 \text{ ¢}.$$

Средняя цена по продукции В:

$$\bar{p}_0 = \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma q_0} = \frac{300 \cdot 2,2 + 280 \cdot 1,3}{3,5} = 292,6 \text{ ¢}.$$

Таким образом, фактический объем выпуска всей продукции в сопоставимых ценах превысил плановое значение на 9,7 %, или на  $(2408,02 - 2194,4 = 213,62 \text{ тыс. р.})$  213620 р.

Помимо статистического изучения полноты выполнения плана по выпуску продукции в количественном измерении, а также динамики его изменения, пристального внимания требует изучение структуры и ассортимента продукции. То есть насколько полно выполняются плановые показатели по ассортименту продукции и как он меняются в динамике.

Для изучения этого важного производственного компонента статистика использует следующий прием: плановые показатели производства продукции, продукция выпущенная в предыдущем периоде и продукция фактически произведенная в изучаемом периоде, оцениваются по одним и тем же ценам (фактическим ценам предыдущего периода или плановым ценам), после чего полученные стоимостные показатели выпуска сравниваются друг с другом. При этом, плановая стоимость продукции и стоимость продукции предыдущего периода принимается в полном объеме, а стоимость фактически выпущенной продукции принимается в объемах не выше планового.

Стоимость тех видов фактически выпущенной продукции, которые не были предусмотрены планом, или превышают величину сравниваемого периода, не засчитывают. Такой метод называют методом зачета.

Таким образом, процент выполнения плана по ассортименту не может быть больше 100, а при невыполнении плана хотя бы по одному виду продукции он всегда будет меньше 100. То есть, процент выполнения плана по ассортименту может быть определен с помощью следующего индекса:

$$I_{acc} = \frac{\Sigma(q_1 \leq q_0) \cdot p_0}{\Sigma q_0 p_0}$$

где  $q_0, q_1$  - физический объем выпуска продукции по каждому виду;

$p_0$  - цена единицы продукции по плану (сравниваемого периода);

$q_0 p_0$  - объем выпуска, предусмотренный планом, в стоимостном выражении

Чем более дифференцированными будут сведения о количестве продукции каждого вида, тем точнее можно определить процент выполнения плана по ассортименту. Для этого следует пользоваться данными производственного учета о плановом и фактическом выпуске продукции каждого вида в сопоставимом измерении.

### **Пример 2**

Имеются следующие данные по предприятию о выпуске продукции и ценах:

Таблица 12.2

Вид продукции	По плану		Фактически	
	объем выпуска тыс.ед.	плановая цена ед., р.	объем выпуска тыс. ед.	плановая цена ед., р.
А	25,6	150	27	155
Б	10,3	400	10,5	390
В	1,3	900	1,1	910

Определить процент выполнения плана выпуска продукции с учетом ее ассортимента.

*Решение:*

Для определения процента выполнения плана в зачет возьмем только тот объем выпуска по каждому виду продукции, который не ниже планового уровня, а именно:

$$I_{acc} = \frac{\Sigma(q_1 \leq q_0) \cdot p_0}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{25,6 \cdot 150 + 10,3 \cdot 400 + 1,1 \cdot 900}{25,6 \cdot 150 + 10,3 \cdot 400 + 1,03 \cdot 900} = \\ = \frac{8950}{9130} = 0,98 \text{ } (-2\%)$$

Таким образом, план по ассортименту выпускаемой продукции был не выполнен на 2 % или на 180 тыс. р.

Важное значение при статистическом изучении выпуска продукции имеет учет качества. Статистическое изучение качества работы на предприятии охватывает широкий круг вопросов, включающих статистический контроль за качеством выполнения технологических процессов, изучение качества годной продукции в процессе ее производства и потребления, статистическое изучение брака в производстве.

Статистические методы в изучении качества продукции находят применение в следующих направлениях:

- при изучении качества продукции в ходе ее изготовления, для предотвращения появления брака, продукции пониженного качества и контроля устойчивости технологических процессов (предупредительный статистический контроль);
- для характеристики качества готовой продукции, исчисления сводных показателей, определения экономического эффекта от повышения качества продукции и потерь от его снижения;
- для прогнозирования изменений уровня эксплуатационных характеристик изделий в зависимости от изменения их физико-механических и других параметров.

Для анализа выполнения плана по качеству рассчитывают индекс сортности по каждому виду продукции:

$$I_c = \frac{\Sigma q_1 p_0}{(\Sigma q_1) \bar{p}_0}$$

где  $\Sigma q_1$  – суммарный физический объем выпуска данного вида продукции без учета сортности;

По всей номенклатуре выпущенной продукции общий индекс сортности рассчитывается по формуле:

$$I_c = \frac{\Sigma \Sigma q_1 p_0}{\Sigma (\Sigma q_1) \bar{p}_0}$$

Для определения общего процента выполнения плана по объему выпуска всей продукции с учетом ее качества используется следующий индекс:

$$I_{qc} = I_q \cdot I_c = \frac{\sum q_1 \bar{p}_0}{\sum q_0 \bar{p}_0} \cdot \frac{\sum \sum q_1 p_0}{\sum (\sum q_1) \bar{p}_0}$$

### Пример 3

Известны следующие данные по промышленному предприятию:

Таблица 12.3

Вид и сорт продукции	Цена единицы продукции про- шлого года, р.	Реализовано продукции, тыс. ед.	
		прошлый год	отчетный год
Продукция А			
Первый	360	10,5	11,0
Второй	300	1,5	2,0
Продукция Б			
Первый	1600	1,2	1,2
Второй	1400	0,2	0,3

Определить:

1. Среднюю цену единицы продукции каждого вида предыдущего периода;
2. Агрегатный индекс физического объема продукции двух видов вместе;
3. Индекс изменения стоимости продукции каждого вида, вследствие изменения ее сортности (индекс сортности);
4. Индекс сортности продукции А и Б вместе;
5. Общий процент выполнения плана по выпуску всей продукции с учетом ее сортности.

Сформулировать вывод.

Решение:

1. Поскольку в условиях задачи содержатся данные по двум видам продукции, то для расчета индекса физического объема реализации необходимо исчислить среднюю цену единицы продукции каждого вида, не зависимо от их сорта, поскольку эта продукция однородна. Для этого используется известная формула:

$$\bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$$

Продукция А:

$$\bar{p}_0 = \frac{360 \cdot 10,5 + 300 \cdot 1,5}{10,5 + 1,5} = 352,5 \text{ руб.}$$

Продукция Б:

$$\bar{p}_0 = \frac{1600 \cdot 1,2 + 1400 \cdot 0,2}{1,2 + 0,2} = 1571,4 \text{ руб.}$$



2. Агрегатный индекс физического объема выпуска всей продукции:

$$I_q = \frac{\sum q_1 \bar{p}_0}{\sum q_0 \bar{p}_0} = \frac{13 \cdot 352,5 + 1,5 \cdot 1571,4}{12 \cdot 352,5 + 1,4 \cdot 1571,4} = 1,079 (+7,9\%)$$

Таким образом, физический объем выпуска всей продукции в отчетном году вырос на 7,9 % по сравнению с прошлым.

3. Индекс сортности продукции составил:

Продукция А:

$$I_{\tilde{n}} = \frac{\sum q_1 p_0}{(\sum q_1) \bar{p}_0} = \frac{11 \cdot 360 + 2 \cdot 300}{(11 + 2) \cdot 352,5} = \frac{4560}{4582,5} = 0,995 (-0,5\%)$$

План по сортности выпускаемой продукции в отчетном году был невыполнен при выпуске продукции А на 0,5 %, или на 22500 (4560-4582,5=-22,5) р.

Продукция Б:

$$I_{\tilde{n}} = \frac{\sum q_1 p_0}{(\sum q_1) \bar{p}_0} = \frac{1,2 \cdot 1600 + 0,3 \cdot 1400}{(1,2 + 0,3) \cdot 1571,4} = \frac{2340}{2357,1} = 0,993 (-0,7\%)$$

По продукции Б также наблюдается относительное снижение стоимости произведенной продукции, вследствие изменения ее сортности, на 0,7 %, или 17100 (2340-2357,1=-17,1 тыс. р.) р.

4. В целом по продукции двух видов, индекс сортности составил:

$$I_c = \frac{\sum \sum q_1 p_0}{\sum (\sum q_1) \bar{p}_0} = \frac{4560 + 2340}{4582,5 + 2357,1} = \frac{6900}{6939,6} = 0,994 (-0,6\%)$$

Общее снижение сортности выпущенной продукции А и Б в отчетном периоде в сравнении с прошлым составило 0,6 %, или 39600 р.

5. Общее изменение объема выпуска всей продукции с учетом ее сортности составляет:

$$I_{qc} = I_q \cdot I_c = \frac{\sum q_1 \bar{p}_0}{\sum q_0 \bar{p}_0} \cdot \frac{\sum \sum q_1 p_0}{\sum (\sum q_1) \bar{p}_0} = 1,079 \cdot 0,994 = 1,073$$

Снижение сортности продукции не оказало существенного влияния на стоимость всей произведенной продукции в отчетном году, которая возросла на 7,3 %.

Ритмичная работа предприятий, выпуск и реализация продукции в точном соответствии с установленными графиками, является важным условием высокоэффективного производства. Нарушения ритмичности в работе предприятий крайне отрицательно сказываются на результатах их производственной и финансовой деятельности, нарушая производственный цикл и дестабилизируя поступление выручки и дальнейшее ее реинвестирование.

Для оценки ритмичности производства и сбыта продукции используется набор специальных статистических показателей. Из них, одни показатели ориентированы на использование только фактических данных, другие на сравнение фактических данных с плановыми.

Показатели, построенные на данных только отчетного года, характеризуют ритмичность выпуска продукции. Чаще всего для этого используют показатели, характеризующие удельный вес объемов выпуска продукции за отдельные, относительно короткие периоды времени, в общем объеме выпуска всей продукции, произведенной за более длительный период. Например, удельный вес произведенной продукции за декаду, в общем объеме всей произведенной продукции за месяц. В том случае, если отсутствуют стабильные, обусловленные объективными причинами, циклические колебания объемов выпуска и реализации продукции, то в течении месяца, подекадная доля объема выпуска должна составлять примерно от 30 до 40 %. Если имеются отклонения от установленных значений, то следует направить усилия на выявление причин, обусловивших нарушение ритмичности.

Например, по данным табл. 3.4. видно, что введения в строй новой технологической линии, производство продукции в течении месяца было очень неравномерным. Значительное улучшение ситуации произошло после внедрения новой линии, которая позволили исправить неравномерность выпуска.

Таблица 12.4

	Выпуск продукции в процентах к общему месячному выпуску		
	I декада	II декада	III декада
Подекадная структура выпуска продукции до введения в эксплуатацию новой технологической линии	19	30	51
Подекадная структура выпуска продукции после введения в эксплуатацию новой технологической линии	28	36	36

Однако оценка равномерности (точнее, неравномерности) выпуска продукции по декадным данным весьма условна. Вне наблюдения остаются колебания суточного выпуска внутри декад, не учитывается различное число рабочих дней в каждой декаде и т.п.

Использование такого рода данных, затрудняет оценку динамики уровня неравномерности выпуска и реализации продукции. Поэтому в качестве показателей неравномерности можно применять коэффициент вариации, который наиболее удобен для сопоставлений, среднее линейного или среднего квадратического отклонения. Если в качестве среднего значения, характеризующего равномерный выпуск продукции по декадам месяца принять 33,3 %, то коэффициент вариации удельных весов выпуска за каждую декаду до и после введения в

эксплуатацию новой технологической линии составит: 40,1 % и 12,2 % соответственно. Следовательно, равномерность выпуска после внедрения новой линии значительно возросла.

Для более детализированной характеристики неравномерности выпуска продукции можно использовать показатели вариации, исчисленные по сменным производственным показателям.

Ритмичность выпуска и реализации продукции может быть измерена на основе сопоставления фактических и плановых показателей выпуска и реализации продукции. Чаще всего в этом случае в качестве критерия нарушения графика используют факт невыполнения плана.

Для этого используют следующую формулу:

$$I_{\text{ритм}} = \frac{\sum(q_1 \leq q_0)}{\sum q_0}$$

#### **Пример 4**

Известны данные о производстве продукции, тыс. ед., промышленным предприятием за неделю:

Таблица 12.5

Дни недели	По плану	Фактически произведено
Понедельник	1,2	1,0
Вторник	1,2	1,2
Среда	1,4	1,3
Четверг	1,5	1,6
Пятница	1,4	1,8
Итого	6,7	6,9

Определить процент выполнения плана по ритмичности выпуска продукции.

*Решение:*

1. Процент выполнения плана по выпуску продукции за неделю по данным объема выпуска:

$$I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} = \frac{6,9}{6,7} = 1,03 (+3\%)$$

План по объему выпуска был перевыполнен на 3 %, или на 2 тыс. ед.

2. Для расчета коэффициента ритмичности производства в зачет принимается только фактический объем выпуска, который равен или меньше планового. Следовательно:

$$I_{\text{ритм}} = \frac{\sum(q_1 \leq q_0)}{\sum q_0} = \frac{1 + 1,2 + 1,3 + 1,5 + 1,4}{6,7} = 0,955 (-4,5\%)$$

Таким образом, несмотря на превышения плана выпуска в количественном измерении на 3 %, плановый график выпуска был недовыполнен на 4,5 %.

Недостатком коэффициента ритмичности является то, что на его величине не отражаются факты перевыполнения планов, которые также могут расцениваться как нарушение установленного графика.

Поэтому для получения более полного представления об уровне неритмичности выпуска продукции (с учетом и невыполнения плановых заданий) дают числа аритмичности.

Для их расчета суммируют относительные (в долях единицы) отклонения фактического выпуска от планового отдельно за периоды выполнения и перевыполнения плана (положительное число аритмичности) и за периоды невыполнения плана (отрицательное число аритмичности). Сумма положительного и отрицательного чисел аритмичности дает общее число аритмичности, которое используют для характеристики уровня и динамики аритмичности выпуска продукции.

### **Пример 5**

По данным примера, рассчитать числа аритмичности выпуска продукции предприятием:

Таблица 12.6

Дни	Добыча угля, т.		Процент выполнения плана по выпуску	Числа аритмичности, %	
	По плану	Фактически		Положительные	Отрицательные
1	1,2	1,0	83,3	-	16,7
2	1,2	1,2	100,0	-	0,0
3	1,4	1,3	92,9	-	7,1
4	1,5	1,6	106,7	6,7	-
5	1,4	1,8	128,6	28,6	-
Итого	6,7	6,9	103,0	35,2	23,8

По данным примера положительное число аритмичности равно 35,2 %, отрицательное число аритмичности – 23,8 % и общее число аритмичности – 59 %. Из результатов расчетов видно, что нарушении плана по ритмичности выпуска наблюдалось в сторону превышения плановых показателей за день: 35,2 % против 23,8 %.

### **Задачи для самостоятельной работы**

#### **Задача 12.1**

Известны следующие данные по промышленному предприятию (тыс. р.):

Таблица 12.7

Вид продукции	План выпуска	Фактически выпущено
А	25600	26120
Б	5800	5670
В	62000	68560
Г	3100	-

Определить процент выполнения плана по:

1. Объему выпуска продукции;
2. Ассортименту выпускаемой продукции.

Сформулировать вывод.

### **Задача 12.2**

Известны следующие данные по предприятию за два периода:

Таблица 12.8

Вид продукции	Цена единицы продукции, тыс. р.		Объем выпуска тыс. ед.	
	2013	2014	2013	2014
А	2	2,1	2,9	3,2
Б	0,5	0,52	4,8	4,9
В	-	3,6	-	1,8
Г	5,1	5,1	0,9	1,0
Д	1,3	-	5,5	-

Определить динамику изменения выпуска продукции предприятия:

1. По объему выпуска;
2. По ассортименту продукции.

Сформулировать вывод.

### **Задача 12.3**

Имеются следующие данные по предприятию о реализации продукции и ценах за два года:

Таблица 12.9

Вид продукции	Цена единицы продукции, тыс. р.		Объем продаж, тыс. ед.	
	Прошлый год	Отчетный год	Прошлый год	Отчетный год
А	5,6	6,7	18	16
Б	30,5	31,2	9,1	9,2
В	68,9	-	6,5	-
Г	8,8	9,2	210	245

Определить процент изменения в отчетном году против прошлого года общего объема реализации продукции:

- 1) по объему;
- 2) по ассортименту.

Сформулировать вывод.

### **Задача 12.4**

Известны следующие данные о выпуске продукции (тыс. ед.):

Таблица 12.10

Сорт	Цена единицы продукции в базисном периоде, р.	Объем реализации	
		базисный период	отчетный период
Высший	3100	3,1	3,3
Первый	2600	0,8	1,0
Второй	2000	-	0,2

Определить:

1. Процент изменения физического объема реализации продукции;
2. Процент выполнения плана по качеству выпускаемой продукции.

Сформулировать вывод.

### Задача 12.5

Известны следующие данные об объемах отгрузки продукции потребителям:

Таблица 12.11

Потребители	Отгружено продукции, т	
	по графику	фактически
А	560	600
Б	300	285
В	200	195
Г	600	615
Д	150	170

Оценить уровень выполнения плана по ритмичности отгрузки продукции с помощью:

1. Коэффициента ритмичности;
2. Числа аритмичности.

Сформулировать вывод.

### Задача 12.6

По двум видам продукции известны данные об объеме выпуска продукции по плану и фактически:

Таблица 12.12

Вид и сорт продукции	Цена единицы про- дукции, р.	Выпуск продукции, тыс. ед.	
		По плану	фактически
Продукция А			
Высший	200	6	6,6
Первый	180	4	4,2
Второй	140	-	1,2
Продукция Б			
Высший	3000	1,2	1,22

Вид и сорт продукции	Цена единицы продукции, р.	Выпуск продукции, тыс. ед.	
		По плану	фактически
Первый	2500	0,5	0,3

*Определить* процент выполнения плана по:

- 1) физическому объему выпуска продукции;
- 2) ее качеству (сортности).

Сформулировать вывод.

### **Задача 12.7**

Имеются следующие данные по предприятию о реализации продукции и ценах за два года:

Таблица 12.13

Вид продукции	Оптовая цена предприятия ед., р.		Объем реализации, ед.	
	Январь	Февраль	Январь	Февраль
А	-	2600	-	250
Б	320	1360	350	1240
В	500	1100	490	1100

*Определить* процент изменения в феврале по сравнению с январем общего объема реализации продукции:

1. По объему;
2. По ассортименту.

Сформулировать вывод.

### **Задача 12.8**

Известны данные о плановых и фактических объемах поставок со стороны пяти контрагентов:

Таблица 12.14

Поставщики	План поставок, млн. р.	Фактические поставки
1	2,9	3,2
2	11,6	9,2
3	16,3	18,0
4	14,2	10,6
5	17,5	15,9

*Определить:*

1. Показатели выполнения плана поставок по каждому поставщику и в целом по всем поставщикам;
2. Коэффициент ритмичности поставок;
3. Числа аритмичности поставок.

Сформулировать вывод.

**Задача 12.9**

По промышленному предприятию известны следующие данные по выпуску трех видов продукции:

Таблица 12.15

Вид и сорт продукции	Цена по плану, р.	Реализовано продукции, ед.	
		2009	2010
Продукция А			
Высший	690	360	390
Первый	600	180	150
Продукция Б			
Высший	120	1200	1290
Первый	95	540	600
Второй	70	80	-
Продукция В			
Высший	1200	250	230
Первый	1000	110	120
Второй	800	-	30

*Определить:*

1. Изменение объемов выпуска продукции каждого вида и в целом по всей продукции;
2. По каждому виду продукции в целом по всей продукции, изменение сортности с помощью индекса сортности.

Сформулировать вывод.

**Задача 12.10**

Имеются данные завода за два периода:

Таблица 12.16

Вид изделия	Реализовано, тыс. ед.		Качество продукции			Сопоставимая средняя цена ед. изделия, тыс. р.
	Базисный период	Отчетный период	Показатель качества	базисный период	отчетный период	
А	17,0	16,6	Срок нормативного использования, лет	8,3	9,1	1,56
Б	35,5	38,2	Крепость, кг/м	68	70	0,89

*Определите* в целом по всему выпуску изменение:

1. Качества продукции;
2. Физического объема без учета качества;
3. Физического объема с учетом качества;



Сформулировать выводы.

**Задача 12.11**

Известны следующие данные по промышленному предприятию (тыс. р.):

Таблица 12.17

Вид продукции	План выпуска, т	Фактически произведено, т
А	256	258,3
Б	16	13,7
В	100	-
Г	66	60,7
Д	990	992

Определить, выполняются ли плановые показатели по выпуску продукции: а) с точки зрения объема выпуска;

б) с точки зрения ассортимента;

Сформулировать вывод.

**Задача 12.12**

Известны следующие данные по предприятию за два периода:

Таблица 12.18

Вид продукции	2014 год		2015 год	
	Стоимость единицы продукции, тыс. р.	Объем производства, тыс. ед.	Стоимость единицы продукции, тыс. р.	Объем производства, тыс. ед.
А	25,3	2,1	27,6	2,4
Б	12,7	0,52	12,0	0,55
В	78,4	3,6	-	-
Г	-	-	11,8	1,0

Определить динамику изменения выпуска продукции предприятия:

1. По объему выпуска;

2. По ассортименту продукции.

Сформулировать вывод.

**Задача 12.13**

Известны квартальные данные об объеме выпуска продукции промышленным предприятием:

Таблица 12.19

Год	Квартал	Выпуск по плану, млн р.	Фактический выпуск, млн р.
2015 г.	I	150	142,9
	II	140	142,0
	III	140	138,5
	IV	160	158,3
2016 г.	I	160	162,1
	II	150	160,7
	III	150	152,7
	IV	160	155,3

Определить процент выполнения плана выпуска:

1. По объему выпущенной продукции;
2. По ритмичности производства, в том числе с помощью чисел аритмичности;

Сформулировать выводы.

### **Задача 12.14**

Деятельность промышленного предприятия характеризуется следующими данными:

Таблица 12.20

Вид продукции	Цена единицы продукции прошлого года, тыс. р.	Реализовано продукции, ед.	
		март	апрель
А	3,8	59	70
Б	4,5	112	105
В	50	21	30

Определить в апреле по сравнению с мартом:

1. Агрегатный индекс физического объема выпуска всей продукции;
  2. Процент выполнения плана по ассортименту выпускаемой продукции;
- Сформулировать выводы.

### **Задача 12.15**

Имеются данные о месячном выпуске продукции тремя предприятиями одной отрасли:

Таблица 12.21

Предприятие	Выпуск продукции по декадам месяца, тыс. р.		
	первая декада	вторая декада	третья декада
1	4560	7850	7920
2	15420	17260	17300
3	11460	18080	16920

Сравнить равномерность подекадного выпуска продукции предприятиями отрасли. Сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие показатели используются для оценки динамики выпуска однородной продукции?
2. Какие показатели следует использовать для оценки динамики объемов производства продукции в условиях выпуска разнородной продукции?
3. Каким образом рассчитывается средневзвешенная цена единицы однородной продукции?
4. Какой показатель применяется для оценки полноты выполнения плана и динамики выпуска продукции по ее ассортименту?
5. Что показывает индекс сортности продукции? Для чего он применяется? Запишите формулу расчета индекса сортности.
6. Как определяются коэффициенты ритмичности производства и реализации продукции?
7. Что показывают числа аритмичности?
8. Какой показатель вариации используется для оценки равномерности производства и реализации продукции?
9. Возможен ли расчет средней цены единицы разнородной продукции?
10. Как определяются агрегатные индексы изменения цены и физического объема продукции?

## ТЕМА 13. СТАТИСТИКА ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ ПРЕДПРИЯТИЯ

Основные средства – это та часть активов, которая в производстве используется более одного года и постепенно утрачивает свою стоимость. Основные средства классифицируют по разным признакам (табл. 13.1).

Таблица 13.1

Общая классификация основных средств предприятия

Признак классификации	Деление по классификационному признаку	Назначение и краткая характеристика
1. По участию в процессе производства	Производственные	Участвуют в производстве (здания, сооружения, оборудование и др.)
	Непроизводственные	Удовлетворяют культурно-бытовые потребности работников (жилые дома, поликлиники, клубы и др.)
2. Назначение	Здания	Объекты производственного назначения (здания цехов, служб предприятия и др.)
	Сооружения	Объекты, выполняющие технические функции (дороги, мосты, тоннели, эстакады и т.д.)
	Передаточные устройства	Объекты передающие, трансформирующие и перемещающие энергию (электро- и теплосети, газопроводы и др.)
	Машины и оборудование в том числе: силовые рабочие измерительные и регулирующие приборы вычислительная техника прочие машины и оборудование	Выработка и обеспечение энергией (генераторы, электродвигатели, двигатели внутреннего сгорания и т.д.) Воздействие на предметы труда (станки, прессы, молоты, термические печи) Контроль, измерение и регулирование хода технологического процесса Ускорение и автоматизация расчетов Телефонное оборудование, пожарные машины и т.д.
	Транспортные средства	Электровозы, тепловозы, автомобили и др.
	Прочие основные средства	Не вошедшие в первые пять групп (рабочий и продуктивный скот,

Признак классификации	Деление по классификационному признаку	Назначение и краткая характеристика
		многолетние насаждения, инструменты и др.)
Степень участия в производстве	Активные	Прямо участвуют в процессе производства и влияют на предметы труда (рабочие машины и оборудование)
	Пассивные	Создают условия для производства (здания, сооружения)

Основные средства, их количество, техническое состояние и уровень эффективности использования, создают основу производственного потенциала предприятия.

На предприятиях производственной сектора экономики, основные средства, как правило, занимают наибольший удельный вес в структуре внеоборотных активов. Поэтому их статистический анализ имеет большое значение.

Стоимостная оценка основных средств меняется со временем по причине физического и морального износа, различного рода форс-мажорных обстоятельств. Поэтому существует несколько стоимостных оценок основных средств:

1. Полная первоначальная стоимость, которая складывается из стоимости приобретения основных средств, транспортных расходов по доставке, монтажных и пусконаладочных работ. По этой оценке основные средства ставятся на учет, определяется их амортизация. В течение года, основные фонды могут поступать на предприятие и выбывать из него, поэтому общая первоначальная стоимость может изменяться.

Полная первоначальная стоимость основных средств на конец периода определяется:

$$П_{к.п.} = П_{н.п.} + П_{пост} - B_{выб}$$

где  $П_{н.п.}$  — полная первоначальная стоимость основных средств на начало периода;

$П_{пост}$  — полная стоимость поступивших основных средств в течении изучаемого периода;

$П_{выб}$  — полная стоимость выбывших в течение изучаемого периода основных средств;

2. Остаточная стоимость основных средств представляет собой разницу между полной первоначальной стоимостью и величиной:

а) остаточная стоимость на начало периода:

$$O_{н.п.} = П_{н.п.} - И$$

где  $И$  — сумма износа основных средств

б) остаточная стоимость на конец периода:

$$O_{к.п.} = O_{н.п.} + O_{пост} - O_{выб} - Ам$$

$O_{н.п.}$  – остаточная стоимость основных средств на начало периода;

$O_{пост}$  – остаточная стоимость поступивших основных средств в течении изучаемого периода;

$O_{выб}$  – остаточная стоимость выбывших в течение изучаемого периода основных средств

$Ам$  – сумма начисленной в течение изучаемого периода амортизации. Определяется по формуле:

$$Ам = H_{ам} \cdot \overline{П}$$

где  $H_{ам}$  – годовая норма амортизации основных средств;

$\overline{П}$  – среднегодовая полная первоначальная стоимость основных средств.

В финансовой отчетности предприятия, основные средства отражены в виде моментных показателей на начало и конец периода, поэтому для проведения целого ряда статистических расчетов требуется определения средней за период стоимости основных средств. Среднегодовая полная стоимость основных средств может быть определена по следующим формулам:

а) если известна полная стоимость основных средств на начало и конец периода:

$$\overline{П} = \frac{П_{н.п.} + П_{к.п.}}{2}$$

Данный способ определение средней стоимости основных средств может приводить к значительным искажениям. Это связано с тем, что стоимость основных средств в течение изучаемого периода может существенно варьировать. Поэтому в случаях, когда известны показатели стоимости основных средств на начало отдельных периодов внутри изучаемого периода, используется формула:

б) средняя хронологическая:

$$\overline{П} = \frac{\frac{1}{2} П_н + П_2 + П_3 \dots + П_{12} + \frac{1}{2} П_к}{n - 1}$$

в) если известна стоимость основных средств, а также даты их поступления и выбытия в течение года, то среднегодовую стоимость можно определить по следующей формуле:

$$\overline{П} = П_{н.п.} + \frac{П_{пост} \cdot T_{пост}}{12} - \frac{П_{выб} \cdot T_{выб}}{12}$$

где  $T_{пост}$  – число месяцев пребывания основных средств на предприятии;

$T_{выб}$  – число месяцев с момента выбытия до конца года.

3. Ликвидационная стоимость является стоимостью реализации изношенных или выводимых из эксплуатации отдельных объектов основных средств.

### Пример 1

В течение года на предприятии имелось основных фондов:

На начало периода	Стоимость основных средств, млн. р.
1 января	45,6
1 февраля	46,0
1 марта	46,2
1 апреля	45,1
1 мая	50,3
1 июня	52,7
1 июля	52,5
1 августа	50,0
1 сентября	48,6
1 октября	48,6
1 ноября	48,6
1 декабря	48,2
1 января следующего года	48,4

Определить среднегодовую стоимость основных средств, используя различные способы расчета:

1. С помощью средней арифметической:

$$\overline{П} = \frac{П_{н.п.} + П_{к.п.}}{2} = \frac{45,6 + 48,4}{2} = 47 \text{ млн. р.}$$

2. С помощью средней хронологической:

$$\overline{П} = \frac{\frac{1}{2} П_н + П_2 + П_3 + \dots + П_{12} + \frac{1}{2} П_к}{n - 1} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \cdot 45,6 + 46 + 46,2 + 45,1 + 50,3 + 52,7 + 52,5 + 50 + 48,6 + 48,6 + 48,6 + 48,2 + \frac{1}{2} \cdot 48,4}{12} =$$

$$= \frac{583,8}{12} = 48,65 \text{ млн руб.}$$

Из проведенных расчетов видно, что разные способы расчета среднегодовой стоимости приводят к получению существенно отличающихся друг от друга результатов. И чем выше неравномерность в величине стоимости основных средств в течение года, тем значительнее неточности. В нашем случае расхождение составило 1,68 млн р.

Если предположить, что известны данные о датах поступления и выбытия основных средств в течение года, то необходимо использовать третью формулу:

В нашем примере введено основных фондов (млн. р.): в январе – 0,4, в феврале – 0,2, в апреле – 5,2, в мае – 2,4, в декабре – 0,2 млн р. Выбыло: в марте – 1,1, в июне – 0,2, в июле – 2,5, в августе – 1,4, в ноябре – 0,4.

Среднегодовая стоимость основных средств составит:

$$\begin{aligned}\bar{P} &= P_n + \frac{P_{\text{вв}} \cdot T_{\text{вв}}}{12} - \frac{P_{\text{выб}} \cdot T_{\text{выб}}}{12} = \\ 45,6 + \frac{0,4 \cdot 11 + 0,2 \cdot 10 + 5,2 \cdot 8 + 2,4 \cdot 7}{12} - \frac{1,1 \cdot 9 + 0,2 \cdot 6 + 2,5 \cdot 5 + 1,4 \cdot 4 + 0,4 \cdot 1}{12} = \\ &= 48,533 \text{ млн. руб.}\end{aligned}$$

Третий способ дал еще один результат, отличающийся от выше использованных приемов.

Статистический анализ использования основных средств начинается с проведения их структурного и динамического анализа, по данным статистической отчетности предприятия. Такой анализ чаще всего проводится по данным о полной первоначальной стоимости основных средств. Он позволяет увидеть динамику изменения показателей стоимости основных средств, а также имеющиеся структурные сдвиги.

При проведении статистического анализа основных средств предприятия, важное значение имеет оценка их технического состояния, поскольку от этого зависит их производственный потенциал. С этой целью используются следующие показатели:

1. Коэффициент износа, характеризующий долю стоимости основных средств, списанную на затраты в предшествующих периодах:

$$K_{\text{из}} = \frac{И}{P}$$

где  $P$  – полная первоначальная стоимость основных средств

2. Коэффициент годности:

$$K_{\text{год}} = \frac{O}{P}$$

где  $O$  – остаточная стоимость основных средств

Оба коэффициента используются при проведении статистического анализа для характеристики состояния основных средств как в целом по предприятию, так и по отдельным структурным подразделениям и видам основных средств.

При низком значении коэффициента износа организация имеет возможность использовать основные средства в качестве залога при получении кредита. Значение коэффициента износа более чем 50 % считается нежелательным.

Серьезное внимание в процессе статистического анализа основных средств должно быть уделено анализу движения основных средств, что позволяет оценить политику организации в отношении их поступления и выбытия. К наиболее важным показателям, характеризующим движение основных средств, относятся следующие:

1. Коэффициент поступления основных средств:

$$K_{\text{пост}} = \frac{P_{\text{пост}}}{P_{\text{к.п.}}}$$

2. Коэффициент выбытия основных средств:

$$K_{\text{выб}} = \frac{P_{\text{выб}}}{P_{\text{н.п.}}}$$



### 3. Коэффициент обновления:

$$K_{\text{обн}} = \frac{\Pi_{\text{пост. нов}}}{\Pi_{\text{к.п.}}}$$

где  $\Pi_{\text{пост. нов}}$  – стоимость поступивших в новых основных средств

В ходе проведения статистического исследования основных средств, важно узнать какой удельный вес занимает активная часть основных средств. К активной части основных средств относятся активы, непосредственно участвующие в производственно-технологическом процессе, их доля в общей величине основных средств рассчитывается по формуле:

$$d_{\text{акт}} = \frac{\Pi_{\text{акт}}}{\Pi}$$

Для оценки экономической эффективности использования основных средств предприятия используются показатели фондоотдачи и фондоемкости, которые определяются следующим образом:

а) фондоотдача основных средств:

$$f = \frac{B}{\Pi}$$

где  $B$  – выручка от продаж продукции, предоставления услуг, выполнения работ

б) фондоемкость основных средств:

$$e = \frac{\Pi}{B}$$

Таким образом, показатель фондоемкости является обратным показателем фондоотдачи.

### Пример 2

По промышленному предприятию имеются следующие данные:

1. Полная стоимость основных средств на начало года составила 26 млн р. , с износом 25 %;
2. В феврале введено новых основных фондов на 4,5 млн р. ;
3. В сентябре куплено основных фондов по остаточной стоимости на 1,2 млн р. , с износом 70 %;
4. В ноябре безвозмездно получены основные средства на сумму 3,2 млн р. по полной стоимости с износом 65 %;
5. В мае проданы основные средства по остаточной стоимости на сумму 1,1 млн р. , с износом 46 %;
6. В августе списаны основные средства по полной стоимости с износом 95 %, на сумму 4,0 млн р. ;
7. Годовая норма амортизации – 14 %;

Определить:

1. Полную первоначальную стоимость основных фондов на конец года;
2. Остаточную стоимость фондов на начало и конец года;

3. Показатели движения основных средств в течение года;
4. Коэффициенты износа и годности на начало и конец года.

*Решение:*

1. Полная первоначальная стоимость основных средств на конец года:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{к.п.} &= \Pi_{н.п.} + \Pi_{пост} - B_{выб} = 26 + 4,5 + \frac{1,2}{(1-0,7)} + 3,2 - \frac{1,1}{(1-0,46)} - 4 = \\
 &= 31,66 \text{ млн р.}
 \end{aligned}$$

2. Остаточная стоимость основных средств:

- а) на начало года:

$$O_{н.п.} = \Pi_{н.п.} - И = 26 - 26 \cdot 0,25 = 19,5 \text{ млн р.}$$

- б) на конец года:

$$\begin{aligned}
 O_{к.п.} &= O_{н.п.} + O_{пост} - O_{выб} - Ам = 19,5 + 4,5 + 1,2 + 3,2 \cdot (1 - 0,65) - 1,1 - \\
 &- 4 \cdot (1 - 0,95) - 4 = 21,02 \text{ млн руб.}
 \end{aligned}$$

Начисленная за текущий год амортизация:

$$Ам = H_{ам} \cdot \overline{П} = 0,14 \cdot 28,49 = 4 \text{ млн р.}$$

Среднегодовая полная стоимость основных средств:

$$\begin{aligned}
 \overline{П} &= \Pi_{н.п.} + \frac{\Pi_{пост} \cdot T_{пост}}{12} - \frac{\Pi_{выб} \cdot T_{выб}}{12} = 26 + \frac{4,5 \cdot 10 + 4 \cdot 3 + 3,2 \cdot 1}{12} - \\
 &- \frac{2,04 \cdot 7 + 4 \cdot 4}{12} = 28,49 \text{ млн руб.}
 \end{aligned}$$

3. Показатели движения основных средств:

- а) коэффициент поступления основных средств:

$$K_{пост} = \frac{\Pi_{пост}}{\Pi_{к.п.}} = \frac{4,5 + 4 + 3,2}{31,66} = 0,37 (37\%)$$

- б) коэффициент выбытия основных средств:

$$K_{выб} = \frac{\Pi_{выб}}{\Pi_{н.п.}} = \frac{2,04 + 4}{26} = 0,232 (23,2\%)$$

- в) коэффициент обновления:

$$K_{обн} = \frac{\Pi_{пост. нов}}{\Pi_{к.п.}} = \frac{4,5}{31,66} = 0,142 (14,2\%)$$

Как видим из проведенных расчетов, на предприятии в течение года оборот по поступлению значительно превысил оборот по выбытию основных средств, что говорит об активизации их обновления.

5. Коэффициенты износа и годности на начало и конец года:

а) на начало года:

$$K_{из} = \frac{И}{П} = \frac{6,5}{26} \cdot 100 = 25\%$$

$$K_{зод} = \frac{О}{П} = \frac{19,5}{26} \cdot 100 = 75\%$$

б) на конец года:

$$K_{из} = \frac{И}{П} = \frac{31,66 - 21,02}{31,66} \cdot 100 = 33,6\%$$

$$K_{зод} = \frac{О}{П} = \frac{21,02}{31,66} \cdot 100 = 66,4\%$$

Отрицательная динамика коэффициента годности свидетельствует о повышении доли изношенной части основных средств. Более подробный анализ предполагает определение коэффициентов износа и годности по отдельным группам основных средств.

Особое внимание в процессе анализа фондоотдачи уделяется факторному анализу, то есть количественному измерению влияния различных факторов на результативный показатель. Для этого могут быть использованы показатели фондоотдачи и фондоемкости. Рассмотрим методику построения трехфакторной мультипликативной модели изменения размера выручки от продаж в отчетном периоде по сравнению с базисным. Для этого используем показатель фондоотдачи активной части основных средств предприятия.

$$f_{акт} = \frac{В}{\overline{П}_{акт}}$$

Размер выручки будет зависеть от величины фондоотдачи и среднегодовой стоимости активной части основных средств:

$$В = f_{акт} \cdot \overline{П}_{акт}$$

При этом доля активной части основных средств определяется по формуле  $d_{акт} = \frac{\overline{П}_{акт}}{\overline{П}}$ , откуда  $\overline{П}_{акт} = d_{акт} \cdot \overline{П}$ .

Сделав подстановку, получим трехфакторную мультипликативную модель зависимости величины выручки от продаж от факторов величины фондоотдачи активной части основных средств, доли активной части основных средств и среднегодовой полной стоимости основных средств:

$$В = f_{акт} \cdot d_{акт} \cdot \overline{П}$$

Общее изменение размера выручки в отчетном периоде по сравнению с базисным, определяется:

$$\Delta В = В_1 - В_0 = f_{акт_1} \cdot d_{акт_1} \cdot \overline{П}_1 - f_{акт_0} \cdot d_{акт_0} \cdot \overline{П}_0$$

Изменение размера выручки за счет изменения фондоотдачи активной части основных средств:

$$\Delta B(f_{акт}) = f_{акт_1} \cdot d_{акт_1} \cdot \bar{П}_1 - f_{акт_0} \cdot d_{акт_1} \cdot \bar{П}_1 = (f_{акт_1} - f_{акт_0}) \cdot d_{акт_1} \cdot \bar{П}_1$$

За счет изменения доли активной части основных средств:

$$\Delta B(d_{акт}) = f_{акт_0} \cdot (d_{акт_1} - d_{акт_0}) \cdot \bar{П}_1$$

За счет изменения среднегодовой стоимости основных средств:

$$\Delta B(\bar{П}) = f_{акт_0} \cdot d_{акт_0} \cdot (\bar{П}_1 - \bar{П}_0)$$

Между перечисленными показателями существует взаимосвязь:

$$\Delta B = B_1 - B_0 = \Delta B(f_{акт}) + \Delta B(d_{акт}) + \Delta B(\bar{П})$$

### Пример 3

По предприятию известны следующие данные за два года (млн р.):

Таблица 13.3

Показатели	2012 год	2013 год
Выручка от продаж	125,6	140,1
Среднегодовая величина основных средств	32,1	34,0
Среднегодовая величина активной части основных средств	25,7	26,3

*Определить:*

1. Долю активной части основных средств в 2012 и 2013 гг.;
2. Фондоотдачу и фондоемкость основных средств предприятия, в том числе активной их части;
3. Абсолютное изменение величины выручки от продаж, в том числе за счет:
  - а) изменения фондоотдачи активной части основных средств;
  - б) изменения доли активной части основных средств;
  - в) изменения среднегодовой стоимости основных средств.

*Решение:*

Первый и второй пункт заданий оформим в табличной форме.

Таблица 13.4

Показатели	2012 год	2013 год	Абсолютное изменение (+,-)
Доля активной части основных средств	0,801	0,774	-0,027
фондоемкость	0,256	0,243	-0,013
фондоотдача	3,913	4,121	0,208

Показатели	2012 год	2013 год	Абсолютное изменение (+,-)
в т.ч. активной части основных средств	4,887	5,327	0,440

Абсолютное изменение размера выручки от продаж:

$$\Delta B = B_1 - B_0 = 140,1 - 125,6 = 14,5 \text{ млн р.}$$

В том числе за счет изменения фондоотдачи активной части основных средств:

$$\Delta B(f_{акт}) = (f_{акт_1} - f_{акт_0}) \cdot d_{акт_1} \cdot \overline{\Pi}_1 = (5,327 - 4,887) \cdot 0,774 \cdot 34 = 11,568 \text{ млн р.}$$

Рост фондоотдачи активной части основных средств на 0,44 пункта привел (при прочих равных) к увеличению размера выручки от продаж в 2013 г. на 11,568 млн р.

За счет изменения доли активной части основных средств:

$$\Delta B(d_{акт}) = f_{акт_0} \cdot (d_{акт_1} - d_{акт_0}) \cdot \overline{\Pi}_1 = 4,887 \cdot (0,774 - 0,801) \cdot 34 = -4,502 \text{ млн р.}$$

Снижение доли активной части основных средств в 2013 г., на 0,027 пункта, привело к общему снижению выручки в том же году на 4,502 млн р.

За счет изменения среднегодовой стоимости основных средств:

$$\Delta B(\overline{\Pi}) = f_{акт_0} \cdot d_{акт_0} \cdot (\overline{\Pi}_1 - \overline{\Pi}_0) = 4,887 \cdot 0,801 \cdot (34 - 32,1) = 7,434 \text{ млн р.}$$

Таким образом, увеличение среднегодовой стоимости основных средств предприятия, на 1,9 млн р., позволило увеличить величину выручки от продаж на 7,434 млн р.

Проверка наличия взаимосвязи:

$$\Delta B = \Delta B(f_{акт}) + \Delta B(d_{акт}) + \Delta B(\overline{\Pi}) = 11,568 + (-4,502) + 7,434 = 14,5 \text{ млн р.}$$

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 13.1

Имеются следующие данные по предприятию:

1. На начало отчетного года полная стоимость основных средств составила 45800 тыс. р., а сумма их износа – 9050 тыс. р.;
2. В январе введено новых основных фондов на 6230 тыс. р.;
3. В июле приобретено основных фондов по остаточной стоимости на 1500 тыс. р., с износом 65 %;
4. В ноябре приобретено основных средств на сумму 4700 тыс. р. по полной стоимости с износом 25 %;
5. В апреле продано основных фондов по остаточной стоимости на сумму 900 тыс. р., с износом 80 %;
6. В сентябре выбыло основных средств на 3260 тыс. р. по полной стоимости. Их остаточная стоимость составила 1153 тыс. р.;

7. Годовая норма амортизации – 12,5 %;
8. Объем произведенной за год продукции – 326 млн р.;

*Определить:*

1. Полную первоначальную стоимость основных средств на конец года;
  2. Остаточную стоимость средств на конец года;
  3. Фондоотдачу и фондоемкость;
  4. Показатели движения и воспроизводства основных средств;
  5. Показатели состояния основных средств на начало и конец года, а также в среднем за год;
- Сформулировать вывод.

### **Задача 13.2**

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 13.5

Показатели	Прошлый год	Отчетный год
Среднегодовая балансовая величина основных средств, млн. р.	298,5	312,7
Объем выпуска продукции в сопоставимых ценах, млн. р.	856,1	940,2

*Определить:*

1. Фондоотдачу и фондоемкость;
  2. Изменение (абсолютное и относительное) величины выручки от продаж, в результате изменения фондоотдачи и среднегодовой балансовой величины основных средств;
  3. Изменение (абсолютное и относительное) среднегодовой балансовой величины основных средств, вследствие изменения фондоемкости и размера выручки от продаж.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 13.3**

Известны следующие данные по промышленному предприятию за год (млн р.):

- 1 Основные фонды по полной балансовой стоимости на начало года составили 1260, их износ 31 %;
- 2 В течение года введено основных средств:
  - а) новых основных средств в апреле на 96,2.
  - б) куплено по остаточной стоимости фондов в мае 26,7 с износом 30 %;
  - в) безвозмездно получено от учредителей на 160 с износом 60 %;
- 3 Было основных фондов в течение года:
  - а) в феврале по полной стоимости на 46 с износом 68 %;
  - б) в августе продано по остаточной стоимости на 18 с износом 85 %.
- 4 Годовая норма амортизации 15 %.

5Выручка от продаж – 20069.

*Определить:*

1. Полную стоимость основных фондов:

а) на конец года,

б) среднегодовую;

2. Остаточную стоимость основных фондов на начало и конец года;

3. Показатели состояния основных средств на начало и конец года;

4. Показатели движения основных средств и эффективности их использования.

Сформулировать вывод.

### **Задача 13.4**

Известны данные о первоначальной стоимости основных средств на начало и конец года, тыс. р.:

Таблица 13.6

Показатель	Остаток на начало периода, тыс. р.	Поступило в течение года, тыс. р.	Выбыло в течении года, тыс. р.	Остаток на конец периода, тыс. р.
Здания	25630	2432	-	
Сооружения и передаточные устройства	2575	276	-	
Машины и оборудование	3560	890	1247	
Транспортные средства	2369	958	717	
Производственный и хозяйственный инвентарь	560	178	127	

*Определить:*

1. Показатели структуры и динамики основных средств;

2. Коэффициенты движения основных средств, если известно, что их балансовая стоимость на начало года – 23444 тыс. р., на конец года – 26006 тыс. р., а сумма амортизационных отчислений по выбывшим основным средствам – 852 тыс. р.;

3. Долю активной части основных средств на начало и конец периода;

4. Коэффициенты износа и годности на начало и конец периода

Сформулировать вывод.

### **Задача 13.5**

Известны данные о стоимости основных средств предприятия:

1. Полная первоначальная стоимость фондов на начало года составляла 18 млн. р. В течение года введено в эксплуатацию новых фондов в феврале на 2,1 млн. р. Поступило в марте основных средств на 0,75 млн. р. по остаточной стоимости с износом 16 %. Куплено основных средств в ноябре с 2,3 млн. р., по полной стоимости с износом 26 %;

2. Продано основных фондов по полной стоимости в августе на 1,1 млн. р., их износ 35 %. Списано основных фондов по полной стоимости в сентябре на

сумму 3,0 млн. р., с износом 92 %. В ноябре передано основных средств на 0,26 млн. р. по остаточной стоимости с износом 65 %.

3. Износ фондов на начало года 14 %;

4. Годовая норма амортизации 10 %;

5. Валовая продукция за год в сопоставимых ценах 35 млн. р.;

*Определите:*

1. Полную первоначальную стоимость основных фондов на конец года;

2. Остаточную стоимость фондов на конец года;

3. Фондоотдачу и фондоёмкость;

4. Показатели движения основных фондов;

Сформулировать вывод.

### **Задача 13.6**

Известны следующие данные по предприятию:

Таблица 13.7

Показатели	Прошлый год	Отчетный год
Объем основных фондов в сопоставимых ценах, тыс. р.	7500	7900
Объем выпуска продукции в сопоставимых ценах, тыс. р.	28600	32000

*Определить:*

1. За каждый год фондоемкость основных средств. Абсолютный и относительный прирост в отчетном периоде стоимости основных фондов в целом и раздельно вследствие изменения:

а) фондоемкости;

б) объема выпуска продукции.

2. За каждый год фондоотдачу основных средств. Абсолютный и относительный прирост в отчетном периоде объема выпуска продукции в целом и раздельно вследствие изменения:

а) фондоотдачи;

б) стоимости основных средств.

Сформулировать вывод.

### **Задача 13.7**

Имеются следующие данные:

Таблица 13.8

	На начало базисного периода	На начало отчетного периода	На конец отчетного периода
Балансовая стоимость основных средств, тыс. р.	22134	23210	24036



*Требуется:*

1. Определить среднегодовую балансовую стоимость основных средств в базисном и отчетном периоде;
2. Определить абсолютные и относительные показатели динамики изменения среднегодовой балансовой стоимости основных средств;
3. Определить показатели фондоотдачи и фондоемкости, если известно, что выручка от продаж в базисном периоде составляла 46340 тыс. р., а в отчетном – 43995 тыс. р. ;
4. Оценить влияние:
  - а) на изменение выручки изменения стоимости основных фондов и коэффициента фондоотдачи;
  - б) на изменение стоимости основных средств изменения выручки и фондоемкости.

Сформулировать вывод.

### **Задача 13.8**

Имеются следующие данные о стоимости основных средствах предприятия:

1. Полная первоначальная стоимость фондов на начало года составляла 130 млн р. В течение года введено в эксплуатацию новых основных средств в апреле на 26,1 млн р. Приобретено в сентябре основных средств на 14 млн р. по остаточной стоимости с износом 30 %. Куплено в ноябре по полной стоимости на 8,9 млн р., с износом 12 %;
2. Списано из-за ветхости основных средств по полной стоимости в августе на 23,7млн р. с износом 96 %. Продано основных средств по остаточной стоимости в июле на 3,2 млн р., с износом 67 %.
3. Износ фондов на начало года составил 38 %;
4. Годовая норма амортизации 14 %;

*Определить:*

1. Полную первоначальную стоимость основных фондов на конец года;
2. Остаточную стоимость фондов на конец года;
3. Показатели состояния основных средств на начало и конец года;

Сформулировать вывод.

### **Задача 13.9**

Известны данные о первоначальной стоимости основных средств на начало и конец года, тыс. р.:

Таблица 13.9

Показатель	Остаток на начало периода, тыс. р.	Поступило в течение года, тыс. р.	Выбыло в течении года, тыс. р.	Остаток на конец периода, тыс. р.
Здания	159026	20390	10600	
Сооружения и передаточные устройства	32560		1756	
Машины и оборудование	50222	3258	1247	
Транспортные средства	69870	7759		

Показатель	Остаток на начало периода, тыс. р.	Поступило в течение года, тыс. р.	Выбыло в течение года, тыс. р.	Остаток на конец периода, тыс. р.
Производственный и хозяйственный инвентарь	8520	1200	650	
Итого				

*Определить:*

1. Показатели структуры и динамики основных средств;
  2. Коэффициенты движения основных средств, если известно, что их балансовая стоимость на начало года – 199890 т. р., на конец года – 202569 т.р., а сумма амортизационных отчислений по выбывшим основным средствам – 8002 т.р.;
  3. Коэффициенты износа и годности на начало и конец года.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 13.10**

Известны данные о стоимости основных средств предприятия:

1. Полная первоначальная стоимость фондов на начало года составляла 110 млн р. Поступило в июне основных средств на 23,5 млн р. по полной стоимости с износом 21 %. Куплено основных средств в августе с 10,4 млн р., по остаточной стоимости с износом 19 %;
2. Продано основных фондов по полной стоимости в августе на 28,0 млн р., их износ 41 %. Списано основных средств по полной стоимости в сентябре на сумму 11,9 млн р., с износом 91 %.
3. Износ фондов на начало года 21 %;
6. Годовая норма амортизации 15 %;
7. Валовая продукция за год в сопоставимых ценах 460 млн р.;
8. Среднесписочная годовая численность рабочих 1245 чел.

*Определить:*

1. Полную первоначальную стоимость основных фондов на конец года;
  2. Остаточную стоимость фондов на конец года;
  3. Фондоотдачу и фондовооруженность;
  4. Показатели движения основных фондов;
- Сформулировать вывод.

### **Задача 13.11**

По предприятию известны следующие данные за два года (млн р.):

Таблица 13.10

Показатели	2015 год	2016 год
Выручка от продаж	125,6	140,1
Среднегодовая величина основных средств	32,1	34,0

Среднегодовая величина активной части основных средств	25,7	26,3
--------------------------------------------------------	------	------

*Определить:*

1. Долю активной части основных средств в 2012 и 2013 гг.;
2. Фондоотдачу и фондоемкость основных средств предприятия, в том числе активной их части;
3. Абсолютное изменение величины выручки от продаж, в том числе за счет:
  - а) изменения фондоотдачи активной части основных средств;
  - б) изменения доли активной части основных средств;
  - в) изменения среднегодовой стоимости основных средств.

Сформулировать выводы.

### **Задача 13.12**

1. Полная первоначальная стоимость основных средств на начало года составила 58,7 млн р.;
2. В течение года по полной стоимости:  
введено основных средств 12,1 млн р.;  
выбыло основных средств 8,7 млн р.;
3. Износ основных средств:  
на начало года 8,6 млн р.;  
на конец года 11,8 млн р.

*Определить* показатели движения и состояния основных средств и сформулировать выводы.

### **Задача 13.13**

По предприятию имеются следующие данные:

Таблица 13.11

Показатели	На начало базисного периода	На начало отчетного периода	На конец отчетного периода
Балансовая стоимость основных средств, тыс. р.	22134	23210	24036
Балансовая стоимость активной части основных средств, тыс. р.	8799	9056	10999

*Требуется:*

1. Определить абсолютные и относительные показатели динамики изменения представленных данных;
2. Определить показатели фондоотдачи и долю активной части основных средств, если известно, что величина выручки в базисном периоде составляет 89023 тыс. р., а в отчетном 95611 тыс. р. ;

3. Оценить влияние на изменение выручки следующих факторов: изменение стоимости основных фондов; изменение доли активной части основных средств; изменение фондоотдачи активной части основных средств.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 13.14**

По предприятию за три года известны следующие данные:

Таблица 13.12

Год	Средняя годовая полная стоимость, тыс. р.		Выручка от продаж, млн р.
	основных средств	активной части основных средств	
2012	155900	111500	963,1
2013	162700	120050	1005
2014	160200	118600	860,7

*Определить:*

1. Изменение объема выручки:

а) В результате изменения стоимости основных средств;

б) В результате изменения доли активной части основных средств;

в) В результате изменения фондоотдачи активной части основных средств;

2. Динамику изменения (в абсолютном и относительном измерении):

а) стоимости основных средств (в том числе активной части);

б) показателя фондоотдачи.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 13.15**

По следующим данным промышленного предприятия за отчетный год (млн р.):

1. Основные фонды по полной балансовой стоимости на начало года составили 100, их износ 45 %.

2. В течение года введено новых основных средств в феврале на 14.

3. Куплено по полной стоимости фондов в августе 9 их износ 25 %.

4. Выбыло основных фондов в апреле по остаточной стоимости на 3 их износ 85 %; списано в октябре по полной стоимости на 10, с износом 90 %

5. Годовая норма амортизации 10 %.

*Определите:*

1. Полную стоимость основных фондов: а) на конец года, б) среднегодовую;

2. Фондоотдачи и фондоемкость;

3. Остаточную стоимость основных фондов на начало и конец года.

4. Показатели состояния основных средств на начало и конец года.

5. Показатели движения основных средств.

## **Контрольные вопросы**

1. Дайте классификацию видов основных средств.
2. Что показывает полная первоначальная стоимость основных средств?
3. Что показывает остаточная (балансовая) стоимость основных средств?
4. Что представляет собой износ основных средств? Какие виды износа вы знаете?
5. Перечислите и охарактеризуйте показатели движения основных средств предприятия за период.
6. Раскройте методику расчета средней за период стоимости основных средств известными вами способами.
7. Назовите показатели, характеризующие состояние основных средств предприятия.
8. Каким образом рассчитываются показатели, характеризующие экономическую эффективность использования основных средств предприятия?
9. Какова методика проведения факторного анализа использования основных средств?
10. Как определить размер начисленной амортизации за период?

## ТЕМА 14. СТАТИСТИКА ОБОРОТНЫХ СРЕДСТВ ПРЕДПРИЯТИЯ

Оборотные средства (оборотный капитал, оборотные активы) — это имущество предприятия, которые совершают полный оборот, перенеся свою стоимость на себестоимость продукции, в течение одного производственного цикла. Основная классификация оборотных активов приведена в табл. 14.1.

Таблица 14.1

Классификация оборотных средств предприятия

Оборотные производственные активы	Сфера производства	1. Производственные запасы: - сырье, основные материалы и покупные полуфабрикаты; - вспомогательные материалы; - топливо; - тара; - запасные части для ремонта; - малоценные и быстроизнашивающиеся предметы и инструменты, приспособления и инвентарь; 2. Незавершенное производство; 3. Расходы будущих периодов; 4. Готовая продукция на складе и отгруженная, находящаяся в оформлении.	Нормируемые оборотные средства
Фонды обращения	Сфера обращения	5. Товары отгруженные, но не оплаченные 6. Денежные средства в кассе и на счетах в банке 7. Дебиторская задолженность 8. Средства в прочих расчетах	Ненормируемые оборотные средства

Средства предприятия, вложенные в оборотные активы должны компенсироваться за один производственный цикл, за счет приращения выручки от продаж. Если этого не наблюдается, то имеет место факт замедления оборачиваемости, что является признаком снижения экономической эффективности использования оборотных активов. Таким образом, оборачиваемость выступает важнейшим показателем экономической эффективности деятельности предприятия.

Ускорение оборачиваемости оборотных средств ведет к условному высвобождению средств, которые могут быть реинвестированы в производство и приносить дополнительный доход. Замедление оборачиваемости влечет за собой условный перерасход средств (дополнительное привлечение), что становится

причиной роста заемного капитала компании и, как следствие, снижения уровня финансовой независимости компании.

Для статистической оценки оборачиваемости оборотных активов используются следующие показатели:

1. Коэффициент оборачиваемости оборотных активов

$$K_{об} = \frac{B}{\overline{OA}}$$

где  $B$  – выручка от продаж;

$\overline{OA}$  – среднегодовая балансовая величина оборотных активов.

2. Средняя продолжительность одного оборота оборотных активов

$$L = \frac{\overline{OA} \cdot T}{B}$$

где  $T$  – число дней в анализируемом периоде.

Влияние отдельных факторов на изменение продолжительности одного оборота оборотных активов оценивается следующим образом:

- а) общее изменение длительности одного оборота

$$\Delta L = L_1 - L_0 = \frac{\overline{OA}_1 \cdot T_1}{B_1} - \frac{\overline{OA}_0 \cdot T_0}{B_0}$$

- б) в результате изменения средних за период остатков оборотных активов

$$\Delta L(\overline{OA}) = \frac{\overline{OA}_1 \cdot T_1}{B_0} - \frac{\overline{OA}_0 \cdot T_1}{B_0}$$

- в) в результате изменения величины выручки от продаж

$$\Delta L(B) = \frac{\overline{OA}_1 \cdot T_1}{B_1} - \frac{\overline{OA}_1 \cdot T_1}{B_0}$$

Между перечисленными показателями существует взаимосвязь

$$\Delta L = L_1 - L_0 = \Delta L(\overline{OA}) + \Delta L(B)$$

Размер высвобожденных в результате ускорения оборачиваемости оборотных активов (относительная экономия) средств, или дополнительно привлеченных в результате замедления оборачиваемости активов (относительный перерасход), определяется следующим образом:

$$\mathcal{E}(П) = \overline{OA}_1 - \overline{OA}_0 \cdot \frac{B_1}{B_0}$$

Если в результате получено значение со знаком «-», то это свидетельствует о дополнительном высвобождении средств (относительной экономии), а значение со знаком «+» о дополнительном привлечении средств (относительном перерасходе).

### **Пример 1**

По предприятию известны следующие данные за два года:

Таблица 14.2

Показатели	Базисный год	Отчетный год
1. Выручка от продаж, тыс. р.	159600	168400
2. Среднегодовая величина оборотных активов, всего, млн р.	42900	50200
из них:		
- запасы с НДС	28560	32850
- дебиторская задолженность	9800	11250
- краткосрочные финансовые вложения	1440	1800
- денежные средства	3100	4300

*Определить:*

1. Показатели оборачиваемости оборотных активов в целом и по отдельным элементам;
2. Изменение средней продолжительности одного оборота всех оборотных активов за счет влияния отдельных факторов;
3. Сумму относительной экономии или перерасхода средств в результате изменения оборачиваемости оборотных активов.

Сформулировать вывод.

*Решение*

1. Коэффициенты оборачиваемости и показатели средней продолжительности одного оборота запишем в таблицу:

Таблица 14.3

Показатели	Базисный год	Отчетный год	Абсолютные изменения, (+,-)	Относительный прирост, % (+,-)
1. Выручка от продаж, тыс. р.	159600	168400	8800	5,5
2. Среднегодовая величина оборотных активов, всего, млн р.	42900	50200	7300	17,0
из них:				
- запасы с НДС	28560	32850	4290	15,0
- дебиторская задолженность	9800	11250	1450	14,8
- краткосрочные финансовые вложения	1440	1800	360	25,0
- денежные средства	3100	4300	1200	38,7
3. Коэффициент оборачиваемости всех оборотных активов	3,72	3,35	-0,37	-9,8



Показатели	Базисный год	Отчетный год	Абсолютные изменения, (+,-)	Относительный прирост, % (+,-)
из них:				
- запасы с НДС	5,59	5,13	-0,46	-8,3
- дебиторская задолженность	16,29	14,97	-1,32	-8,1
- краткосрочные финансовые вложения	110,83	93,56	-17,28	-15,6
- денежные средства	51,48	39,16	-12,32	-23,9
4. Средняя продолжительность одного оборота всех оборотных активов, дн	96,77	107,32	10,55	10,9
из них:				
- запасы с НДС	64,42	70,23	5,80	9,0
- дебиторская задолженность	22,11	24,05	1,94	8,8
- краткосрочные финансовые вложения	3,25	3,85	0,60	18,5
- денежные средства	6,99	9,19	2,20	31,5

Из таблицы видно, что по всем без исключения видам оборотных активов наблюдается снижение оборачиваемости (на 0,37 пункта), что закономерно привело к увеличению средней продолжительности одного оборота (на 10,55 дня). Это стало следствием превышения темпа роста величины среднегодовых остатков оборотных активов над темпами роста величины выручки (117 % против 105,5 %).

Средняя продолжительность одного оборота всех оборотных активов в отчетном году увеличилась на 10,55 дня или 10,9 %. Причиной тому послужило значительное увеличение среднегодовой величины оборотных активов:

$$\Delta L(\overline{OA}) = \frac{\overline{OA}_1 \cdot T_1}{B_0} - \frac{\overline{OA}_0 \cdot T_1}{B_0} = \frac{50200 \cdot 360}{159600} - \frac{42900 \cdot 360}{159600} = 113,23 - 96,77 = 16,46 \text{ дней}$$

Таким образом, рост среднегодовых остатков оборотных активов при неизменной величине выручки, привел к средней продолжительности одного оборота на 16,46 дней или на 17 % ( $\frac{113,23}{96,77} = 117\%$ ).

В результате изменения размера выручки средняя продолжительность одного оборота оборотных активов изменилась:

$$\Delta L(B) = \frac{\overline{OA_1} \cdot T_1}{B_1} - \frac{\overline{OA_1} \cdot T_1}{B_0} = 107,32 - 113,23 = -5,91 \text{ дня}$$

Прирост выручки на 8800 тыс. р. позволил снизить среднюю продолжительность одного оборота на 5,91 дня, чего, однако, оказалось недостаточно для полной компенсации негативного влияния фактора роста среднегодовых остатков оборотных активов.

Замедление оборачиваемости оборотных активов привело к перерасходу средств в следующем размере:

$$\Pi = \overline{OA_1} - \overline{OA_0} \cdot \frac{B_1}{B_0} = 50200 - 42900 \cdot \frac{168400}{159600} = 4934,6 \text{ тыс. р.}$$

Таким образом, на сумму 4934,6 тыс. р. в отчетном году, предприятие профинансировало приобретение оборотных активов, которые не дали ожидаемого экономического эффекта. Другими словами, предприятие получило убыток, поскольку перерасходованные средства можно было использовать более эффективно.

На производственных предприятиях, существенный удельный вес занимают материально-производственные запасы.

Основной рационального использования оборотных активов является обеспечение обоснованного, достаточного для осуществления производственно-хозяйственной деятельности, их количества. Для этого необходимо использовать инструменты нормирования размеров материально-производственных запасов, что с одной стороны, обеспечит бесперебойный производственный процесс, а с другой позволит сформировать минимально необходимый объем средств с целью снижения вложений капитала в излишние оборотные активы.

Для расчета необходимого объема материально-производственных запасов каждого вида используют специальные нормативы, представляющие собой нормы запаса в днях или процентах. Их величина зависит от отраслевой принадлежности предприятия, особенной производственно-сбытовой деятельности и от других факторов. Как правило, нормативы разрабатываются предприятием самостоятельно в зависимости от специфики производства.

Для определения обеспеченности предприятия в сырье и материалах используются следующие показатели<sup>1</sup>:

$$\text{Обеспеченность в запасах} = \frac{\text{Фактический запас}}{\text{дневная (суточная) потребность}}$$

Для определения избытка или недостатка в производственных запасах используют формулы:

$$B \text{ днях} = \frac{\text{фактическая обеспеченность}}{\text{норма запаса в днях}}$$

<sup>1</sup> Хамуева И.Ф. Статистика-2: Практикум / Сост. И.Ф. Хамуева. – Иркутск: Изд-во БГУЭП, 2003. – 199 с.

$$\text{В объеме} = \text{запас фактический} - \text{запас нормативный}$$

где нормативный запас определяется следующим образом:

$$\text{Запас нормативный} = \text{Дневная потребность} \times \text{Норма запаса в днях}$$

Кроме определения величины запасов необходимо оценить выполнение плана по поставкам необходимых оборотных средств. Для этого рассчитывают уровень выполнения плана снабжения, следующим образом:

$$\frac{\text{Процент выполнения плана снабжения}}{\text{Фактическое поступление}} = \frac{\text{План поступления}}{\text{План поступления}}$$

В результате возникновения сбоев в поставке необходимых сырья и материалов, происходит нарушение производственного ритма и, как следствие, нарушение ритмичности выпуска готовой продукции и ее недовыпуск. Для оценки таких нарушений определяют процент недовыпуска продукции:

$$\frac{\text{Процент недовыпуска продукции}}{\text{Число дней простоев из-за отсутствия материалов}} = \frac{\text{Число дней работы по режиму}}{\text{Число дней работы по режиму}}$$

## Пример 2

По предприятию известны данные о наличии материально-производственных запасов:

Таблица 14.4

Вид материала	Плановый расход материала на июнь, т	Фактический запас материалов на начало июня, т	Установленная норма запаса, дней
А	60	20	10
Б	45	18	10
В	120	40	8
Г	30	14	15

Определить:

1. Уровень обеспеченности производства необходимыми материально-производственными запасами;
2. Процент недовыпуска продукции из-за отсутствия необходимых материалов.

Сформулировать вывод.

Решение:

1. Для определения уровня обеспеченности производства запасами определим суточную потребность в материалах каждого вида:

Таблица 14.5

Вид материала	Суточная потребность, т
А	$60/30 = 2$
Б	$45/30 = 1,5$
В	$120/30 = 4$
Г	$30/30 = 1$

Зная суточную потребность в материалах, можно определить фактическую обеспеченность производства каждым видом материалов в днях:

Таблица 14.6

Вид материала	Фактическая обеспеченность, дней
А	$20/2 = 10$
Б	$18/1,5 = 12$
В	$40/4 = 10$
Г	$14/1 = 14$

Уровень обеспеченности производства материалами каждого вида составит:

Таблица 14.7

Вид материала	Обеспеченность в материалах (избыток «+» или недостаток «-»)	
	в тоннах	в днях
А	$20 - 10 \cdot 2 = 0$	$10 - 10 = 0$
Б	$18 - 10 \cdot 1,5 = +3$	$12 - 10 = +2$
В	$40 - 8 \cdot 4 = +8$	$10 - 8 = +2$
Г	$14 - 15 \cdot 1 = -1$	$14 - 15 = -1$

Таким образом, оптимальный размер запасов наблюдается по материалу А, тогда как по материалам Б и В имеет место избыток, а по материалу Г, напротив, недостаток в одну тонну или один день.

2. Наличие недостатка в материале Г, привело к недовыпуску запланированного объема продукции в июне в размере :  $\frac{1}{30} = 0,033$ , или 3,3 %.

Для более полной и развернутой оценки использования производственных запасов, необходимо изучить удельный расход материалов и его влияние на изменение совокупных материальных затрат.

Для этого определяются:

1. Расход материалов на выпуск одной единицы продукции при выпуске однородной продукции:

$$m = \frac{M}{q}$$

где  $M$  – расход материалов на выпуск всей продукции;

$q$  – объем выпуска продукции.

Изменение удельного расхода материалов в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$i_m = \frac{m_1}{m_0}$$

Абсолютное изменение общей суммы затрат материалов на выпуск данного вида продукции в результате изменения удельных затрат:

$$\Delta = (m_1 - m_0) \cdot q_1$$

2. Для определения изменения суммарных расходов одного вида материала (сырья) на выпуск нескольких видов продукции используется следующий общий индекс:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot q_1}{\sum m_0 \cdot q_1}$$

Абсолютное изменение:

$$\Delta = \sum m_1 \cdot q_1 - \sum m_0 \cdot q_1$$

3. Относительное изменение общих затрат материалов (сырья) разного вида на выпуск одного вида продукции:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot p_0}{\sum m_0 \cdot p_0}$$

где  $p$  – цена единицы материала данного вида

Абсолютное изменение:

$$\Delta = (\sum m_1 \cdot p_0 - \sum m_0 \cdot p_0) \cdot q_1$$

4. Относительное изменение затрат материалов всех видов на выпуск всей номенклатуры продукции:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot p_0 \cdot q_1}{\sum m_0 \cdot p_0 \cdot q_1}$$

Абсолютное изменение:

$$\Delta = \sum m_1 \cdot p_0 \cdot q_1 - \sum m_0 \cdot p_0 \cdot q_1$$

### Пример 3

Известны данные о выпуске двух видов продукции промышленным предприятием:

Таблица 14.8

Вид продукции	Вид материала	Удельный расход материала на выпуск единицы продукции, кг		Цена 1 кг материала, р.		Объем выпуска продукции, тыс. единиц	
		I кв	II кв	I кв	II кв	I кв	II кв
1	А	13	13,5	360	370	2,3	2,5
	Б	45	42	190	195	2,3	2,5
	В	5,6	5,6	2300	2400	2,3	2,5
2	А	86	90	360	370	0,9	0,95
	Б	20	21	190	195	0,9	0,95

Определить:

1. Изменение удельного расхода материала каждого вида на выпуск каждого вида продукции:

Продукция 1.

$$\text{материал «А»}: i_m = \frac{m_1}{m_0} = \frac{13,5}{13} = 1,038 (+3,8\%)$$

$$\text{перерасход материала А: } \Delta = (m_1 - m_0) \cdot q_1 = (13,5 - 13) \cdot 2,5 = 1,25 \text{ тыс. кг}$$

$$\text{материал «Б»}: i_m = \frac{m_1}{m_0} = \frac{42}{45} = 0,933 (-6,7\%)$$

$$\text{экономия материала Б: } \Delta = (m_1 - m_0) \cdot q_1 = (42 - 45) \cdot 2,5 = -7,5 \text{ тыс. кг}$$

$$\text{материал «В»}: i_m = \frac{m_1}{m_0} = \frac{5,6}{5,6} = 1,0$$

Поскольку изменения удельного расхода материала В не произошло, то отсутствуют и изменения в общем потреблении данного вида материала.

Продукция 2.

$$\text{материал «А»}: i_m = \frac{m_1}{m_0} = \frac{90}{86} = 1,047 (+4,7\%)$$

$$\text{перерасход материала А: } \Delta = (m_1 - m_0) \cdot q_1 = (90 - 86) \cdot 0,95 = 3,8 \text{ тыс. кг}$$

$$\text{материал «Б»}: i_m = \frac{m_1}{m_0} = \frac{21}{20} = 1,05 (+5\%)$$

$$\text{перерасход материала Б: } \Delta = (m_1 - m_0) \cdot q_1 = (21 - 20) \cdot 0,95 = 0,95 \text{ тыс. кг}$$

2. Изменение суммарных расходов одного вида материала на выпуск нескольких видов продукции:

Материал «А»:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot q_1}{\sum m_0 \cdot q_1} = \frac{13,5 \cdot 2,5 + 90 \cdot 0,95}{13 \cdot 2,5 + 86 \cdot 0,95} = \frac{119,25}{114,2} = 1,044 (+4,4\%)$$

Перерасход материала «А» составил:

$$\Delta = \sum m_1 \cdot q_1 - \sum m_0 \cdot q_1 = 119,25 - 114,2 = 5,05 \text{ тыс. кг}$$

Рост удельных расходов материала «А» на производства двух видов продукции привел к увеличению совокупных расходов данного вида материала на 5050 кг.

Материал «Б»:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot q_1}{\sum m_0 \cdot q_1} = \frac{42 \cdot 2,5 + 21 \cdot 0,95}{45 \cdot 2,5 + 20 \cdot 0,95} = \frac{124,95}{131,5} = 0,95 (-5\%)$$

Экономия материала «Б» составит:

$$\Delta = \sum m_1 \cdot q_1 - \sum m_0 \cdot q_1 = 124,95 - 131,5 = -6,55 \text{ тыс. кг}$$

Сокращение удельных расходов материала вида «Б» позволило снизить суммарные расходы на 6,55 тыс. кг.

Материал «В»:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot q_1}{\sum m_0 \cdot q_1} = \frac{5,6 \cdot 2,5}{5,6 \cdot 2,5} = \frac{14}{14} = 1$$

Изменений в расходе материала «В» не произошло.

3. Изменение общих затрат материалов разного вида на выпуск одного вида продукции:

Продукция 1

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot p_0}{\sum m_0 \cdot p_0} = \frac{13,5 \cdot 360 + 42 \cdot 190 + 5,6 \cdot 2300}{13 \cdot 360 + 45 \cdot 190 + 5,6 \cdot 2300} = \frac{25720}{26110} = 0,985 (-1,5\%)$$

Абсолютное изменение:

$$\Delta = (\sum m_1 \cdot p_0 - \sum m_0 \cdot p_0) \cdot q_1 = (25720 - 26110) \cdot 2,5 = -975 \text{ тыс. руб.}$$

Общее сокращение потребления материалов всех видов на выпуск продукции 1, позволило сэкономить 975 тыс. р.

Продукция 2

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot p_0}{\sum m_0 \cdot p_0} = \frac{90 \cdot 360 + 21 \cdot 190}{86 \cdot 360 + 20 \cdot 190} = \frac{36390}{34760} = 1,047 (+4,7\%)$$

Абсолютное изменение:

$$\Delta = (\sum m_1 \cdot p_0 - \sum m_0 \cdot p_0) \cdot q_1 = (36390 - 34760) \cdot 0,95 = 1548,5 \text{ тыс. руб.}$$

Увеличение общего потребления материалов на выпуск продукции 2, привели к росту затрат на материалы в размере 1548,5 тыс. р.

4. Изменение затрат материалов всех видов на выпуск всей номенклатуры продукции:

$$I_m = \frac{\sum m_1 \cdot p_0 \cdot q_1}{\sum m_0 \cdot p_0 \cdot q_1} = \frac{13,5 \cdot 360 \cdot 2,5 + 42 \cdot 190 \cdot 2,5 + 5,6 \cdot 2300 \cdot 2,5 + 90 \cdot 360 \cdot 0,95 + 21 \cdot 190 \cdot 0,95}{13 \cdot 360 \cdot 2,5 + 45 \cdot 190 \cdot 2,5 + 5,6 \cdot 2300 \cdot 2,5 + 86 \cdot 360 \cdot 0,95 + 20 \cdot 190 \cdot 0,95} = \frac{98870,5}{98297} = 1,006 (+0,6\%)$$

Абсолютное изменение:

$$\Delta = \sum m_1 \cdot p_0 \cdot q_1 - \sum m_0 \cdot p_0 \cdot q_1 = 98870,5 - 98297 = 573,5 \text{ тыс. руб.}$$

На выпуск двух видов продукции, величина материальных затрат во втором квартале возросла на 0,6 %, или 573,5 тыс. р.

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 14.1

Имеются данные о балансовой величине оборотных активов за два года:

Таблица 14.9

Показатель	Базисный год	Текущий год
1. Среднегодовая балансовая величина оборотных активов, тыс. р. – всего	8954	9210
В том числе:		
а) запасов, включая НДС	5890	6214
б) дебиторской задолженности	2643	2316
в) краткосрочных финансовых вложений	185	256
г) денежных средств	236	424
2. Выручка от продаж, тыс. р.	75333	81647

Определить:

1. Показатели оборачиваемости оборотных активов: коэффициент оборачиваемости, длительность одного оборота; изучить абсолютную и относительную динамику изменения данных показателей;

2. Изменение скорости оборота оборотных активов в результате влияния, величины средних остатков оборотных активов и величины выручки;

3. Сумму относительной экономии или относительного перерасхода средств за счет изменения оборачиваемости оборотных активов, тыс. р.

Сформулировать вывод.



**Задача 14.2**

По предприятию известны данные о выпуске одного вида продукции:

Таблица 14.10

Материал	Выпуск продукции, тыс. ед.		Расход материала на выпуск 1 ед. продукции, кг		Цена 1 ед. материала, р.	
	план	факт	план	факт	план	факт
А	20	21	2,3	2,3	960	1000
Б	20	21	10,5	10,2	250	260
В	20	21	6,0	6,2	190	220

*Определить:*

1. Суммарные затраты на выпуск всей продукции по плану и фактически;
2. Изменение суммарных материальных затрат, в том числе за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

**Задача 14.3**

Известны следующие данные о наличии материально-производственных запасов за апрель:

Таблица 14.11

Вид материала	Дневная потребность, центнеров	Остаток на начало месяца, центнеров	Поступило за месяц, центнеров		
			по плану	дата	фактически
А	3	9	81	3	24
				10	27
				20	33
Б	2	8	52	3	32
				18	10
				22	14
				29	5

*Определить:*

1. Обеспеченность материалами «А» и «Б»:
  - а) в днях; б) в центнерах;
2. Избыток или недостаток материалов каждого вида в апреле;
3. Имело ли место нарушение поставок, повлекших за собой сбои в ритмичности производства?

4. Процент недовыпуска продукции из-за перебоев в поставках.

Вывод.

#### Задача 14.4

Имеются данные о поставке пиломатериалов трем мебельным фабрикам:

Таблица 5.12

Предприя- тие	Поставлено матери- ально-производ- ственных запасов, т	в том числе по декадам		
		1	2	3
1	55	15	22	18
2	20	5	7	8
3	12	2	4	6
4	32	11	13	8

С помощью показателей вариации определить равномерность поставок материалов на каждом предприятии.

Сформулировать вывод.

#### Задача 14.5

Имеются данные о балансовой величине оборотных активов за два года:

Таблица 14.13

Показатель	Базисный	Текущий
1. Среднегодовая балансовая величина оборотных активов, тыс. р. – всего	25380	27440
в том числе:		
а) запасов, включая НДС	15960	17560
б) дебиторской задолженности	5210	4920
в) краткосрочных финансовых вложений	1230	1500
г) денежных средств	2980	3460
2. Выручка от продаж, тыс. р.	264500	300000

*Определить:*

1. Показатели оборачиваемости оборотных активов: коэффициент оборачиваемости, длительность одного оборота; изучить абсолютную и относительную динамику изменения данных показателей;

2. Сумма относительной экономии или относительного перерасхода средств за счет изменения оборачиваемости оборотных активов, тыс. р.

3. Изменение средней продолжительности одного оборота оборотных активов за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

**Задача 14.6**

Известны данные по поступлению материалов «А», «Б», «В» и «Г» за май, тонн:

Таблица 5.14

Вид материалов	Суточная потребность в материалах, т	Остаток на начало месяца, т	Даты поступления материалов				
			4	8	15	22	29
А	1,2	3,6	7,2	6	7,9	7,3	2,4
Б	1	5	5	9	7	3	3
В	3	12	18	17	22	17	13
Г	0,5	4	1,5	3	4	3,5	1

*Определить:*

1. Уровень обеспеченности материалами всех видов в мае, в условиях работы без выходных дней;
  2. Избыток и недостаток материалов, в том числе по дням месяца;
  3. В какие дни имелись нарушения в поставках материалов?
  4. Имелся ли в мае недовыпуск продукции вследствие недостатка в материалах?
- Сформулировать выводы.

**Задача 14.7**

По предприятию известны следующие данные о наличии материалов:

Таблица 14.15

Виды материалов	Годовая потребность, т	Запас на начало года, т	Норма запаса в днях
А	8100	405	20
Б	1800	130	25
В	540	78	52

*Определить:*

1. Обеспеченность предприятия материалами всех видов;
  2. Избыток или недостаток материалов;
  3. Процент недовыпуска продукции из-за недостатка материалов.
- Сформулировать вывод.

**Задача 14.8**

Известны следующие данные по промышленному предприятию за 2015–2016 гг.:

Таблица 5.16

Виды изделий	Виды материалов	2015 год			2016 год		
		Объем выпуска продукции, ед.	Расход материалов на выпуск единицы продукции, кг	Цена 1 кг материала, р.	Объем выпуска продукции, ед.	Расход материалов на выпуск единицы продукции, кг	Цена 1 кг материала, р.
1	А	250	100	330	260	98	340
	Б	250	30	510	260	31	510
	В	250	15	900	260	16	900
2	А	500	26	330	500	28	340
	Б	500	6	510	500	6	510
3	А	120	160	330	120	170	340
	Б	120	80	510	120	85	510

*Определить:*

1. Изменение удельного расхода материалов каждого вида, при выпуске каждого вида продукции;
2. Изменение общего расхода всех материалов на выпуск одного вида продукции каждого вида;
3. Изменение расхода материалов каждого вида на выпуск всех видов продукции;
4. Изменение общих расходов материалов всех видов на выпуск всей продукции.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 14.9**

По предприятию известны следующие данные за два года:

Таблица 14.17

Показатели	Базисный год	Отчетный год
1. Выручка от продаж, тыс. р.	159600	168400
2. Среднегодовая величина оборотных активов, всего, млн р.	42900	50200
из них:		
- запасы с НДС	28560	32850
- дебиторская задолженность	9800	11250
- краткосрочные финансовые вложения	1440	1800
- денежные средства	3100	4300

*Определить:*

1. Абсолютные и относительные показатели изменения величины выручки и оборотных активов и их элементов;

2. Показатели оборачиваемости оборотных активов в целом и по отдельным элементам;

3. Изменение средней продолжительности одного оборота всех оборотных активов и их элементов за счет влияния отдельных факторов;

4. Сумму относительной экономии или перерасхода средств в результате изменения оборачиваемости оборотных активов.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 14.10**

Известны следующие данные за апрель:

Таблица 14.18

Вид материала	Дневная потребность, ц	Остаток на начало месяца, ц	Поступило за апрель		
			по плану	дата	фактически
А	56	336	1344	6	504
				14	504
				23	280
				27	280
Б	18	54	486	4	216
				15	108
				20	90
				26	90

*Определить:*

1. Процент выполнения плана по поставкам материалов;

2. Обеспеченность каждым видом материалов за апрель;

3. Процент недовыпуска продукции из-за перебоев в поставках материалов.

Сформулировать вывод.

#### **Задача 14.11**

По данным машиностроительного завода о выпуске двух видов изделий и расходе на них трех видов материалов за два года (табл. 14.19), определите изменение удельного расхода и сумму эффекта от этого изменения:

1. По каждому материалу на каждое изделие;

2. По всем материалам на каждое изделие;

3. По всем материалам на оба изделия.

Сделайте выводы.

Таблица 14.19

Виды изделий	Виды материалов	Прошлый год			Отчетный год		
		Выпуск изделий, тыс. ед.	Удельный расход материалов, т	Цена ед. материалов, тыс. р.	Выпуск изделий, тыс. ед.	Удельный расход материалов, т	Покупная цена материалов 1 кг, р.
А	1	25	15	65	27	16	69

Виды изделий	Виды материалов	Прошлый год			Отчетный год		
		Выпуск изделий, тыс. ед.	Удельный расход материалов, т	Цена ед. материалов тыс. р.	Выпуск изделий, тыс. ед.	Удельный расход материалов, т	Покупная цена материалов 1 кг, р.
	2	25	21	48	27	20	53
Б	1	20	20	89	21	22	95
	2	20	28	95	21	28	90

### Задача 14.12

Имеются данные о балансовой величине оборотных активов за два года:

Таблица 14.20

Показатель	2014 год	2015 год
1. Среднегодовая балансовая величина оборотных активов, тыс. р. – всего	4141	4700
В том числе:		
а) запасов, включая НДС	1817	1698
б) дебиторской задолженности	560	799
в) краткосрочных финансовых вложений	201	201
г) денежных средств	1563	2002
2. Выручка от продаж, тыс. р.	26877	35040

Определить:

1. Показатели оборачиваемости оборотных активов: коэффициент оборачиваемости, длительность одного оборота; изучить абсолютную и относительную динамику изменения данных показателей;

2. Сумма относительной экономии или относительного перерасхода средств за счет изменения оборачиваемости оборотных активов, тыс. р.

Сформулировать вывод.

### Задача 14.13

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 14.21

Показатели	I квартал	II квартал
Стоимость реализованной продукции	440	650
Средние остатки оборотных средств	176	198

*Определить* величину оборотных средств, высвободившихся в результате ускорения оборачиваемости оборотных активов.

Сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое оборотные средства и какие виды оборотных средств вы знаете?

2. Что характеризуют показатели оборачиваемости оборотных активов?

Перечислите известные вам показатели.

3. Какова методика проведения факторного анализа оборачиваемости оборотных активов предприятия?

4. По какой формуле определяется величина относительной экономии или перерасхода оборотных активов предприятия?

5. Каким образом определяется обеспеченность в материально-производственных запасах?

6. Раскройте методику определения величины избытка или недостатка в материально-производственных запасах.

7. Каким образом определяется процент недовыпуска продукции, вследствие нарушения графика поставок производственных запасов?

8. Каким образом определяется динамика изменения величины удельных затрат при выпуске разнородной продукции?

9. Какие показатели динамики применяются для оценки изменения общего расхода материалов на выпуск продукции?

10. Каким образом определяется величина экономии или перерасхода материальных запасов при использовании различных режимов выпуска продукции?

## ТЕМА 15. СТАТИСТИКА ЗАТРАТ И СЕБЕСТОИМОСТИ

Формирование себестоимости продукции (работ, услуг) происходит путем объединения различных расходов предприятия в группы. Себестоимость представляет собой совокупность затрат труда, сырья, материалов, энергии, а также других расходов, необходимых для ведения хозяйственной деятельности.

Информационной базой статистического анализа затрат и себестоимости выступают различные регистры аналитического учета, а также отчет «О финансовых результатах».

В статистической практике различают два основных вида себестоимости продукции:

1. *Производственная себестоимость*, включает в себя только те расходы, которые непосредственно связаны с процессом производства продукции, охватывающим запуск сырья и материалов в производства и передачей готовой продукции на склад.

2. *Полная себестоимость*, включает в себя производственную себестоимость и расходы, связанные с реализацией продукции на рынке товаров и услуг.

Производственные затраты состоят из следующих элементов:

- материальные затраты;
- затраты на оплату труда и социальное обеспечение работников;
- амортизация основных средств;
- прочие затраты.

Статистический анализ затрат начинается с изучения состава, структуры и динамики показателей по данным внутренней и внешней статистической отчетности.

Углубленный статистический анализ затрат и себестоимости предусматривает изучение удельных и общих затрат на выпуск и реализацию продукции.

В условиях выпуска однородной продукции, размер удельной себестоимости единицы продукции, определяется по формуле:

$$z = \frac{Z}{q}$$

где  $Z = z \cdot q$  – себестоимость всей выпущенной однородной продукции

Также определенный аналитический и интерес представляет себестоимость одного рубля товарной или реализованной продукции. Данный показатель представляет собой отношение совокупных затрат при выпуске всей продукции и величины товарной продукции в стоимостной оценке, или выручки от продаж. Формула для расчета имеет следующий вид:

$$z = \frac{\sum z \cdot q}{\sum p \cdot q}$$

Изменение величины затрат в динамике изучается с помощью следующей системы индексов:



1. Индивидуальный индекс изменения удельных затрат на выпуск однородной продукции:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0}$$

Величина экономии или перерасхода затрат на выпуск всей партии продукции данного вида в результате изменения удельных затрат:

$$\mathcal{E}(\Pi) = q_1 \cdot (z_1 - z_0)$$

Полученный результат со знаком «-» свидетельствует об экономии затрат, а со знаком «+» об их перерасходе.

2. Относительное изменение суммы затрат на выпуск разнородной продукции в результате изменения удельных затрат на выпуск единицы продукции:

а) индекс изменения совокупных затрат Ласпейреса

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_0}{\sum z_0 \cdot q_0}$$

б) индекс изменения совокупных затрат Пааше

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1}$$

в) изменение суммы затрат в результате изменения структуры выпускаемой продукции:

$$I_{z_{стр}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_1 \cdot q_0}{\sum z_0 \cdot q_0}$$

Вышеперечисленные показатели используются для изучения динамики величины затрат только в условиях выпуска сопоставимой продукции, то есть продукции, которая имеет место как в базисном (плановом уровне), так и отчетном (фактическом уровне) периоде.

Величина экономии или перерасхода суммы затрат от изменения удельных затрат при выпуске разнородной продукции определяется:

$$\mathcal{E}(\Pi) = \sum z_1 \cdot q_1 - \sum z_0 \cdot q_1$$

### Пример 1

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 15.1

Виды выпускаемой продукции	июнь		июль	
	Себестоимость выпуска единицы продукции, р.	Объем выпуска тыс. единиц	Себестоимость выпуска единицы продукции, р.	Объем выпуска тыс. единиц
А	350	2,6	360	2,8
Б	1000	1,8	1000	2,0
В	-	-	800	2,0
Г	500	3,2	490	3,5

*Определить:*

1. Относительное изменение удельной себестоимости каждого вида продукции;
2. Изменение совокупной себестоимости выпуска продукции, в том числе в результате влияния изменения удельной себестоимости и структуры продукции;
3. Величину экономии или перерасхода величины затрат в июле по сравнению с июнем.

Сформулировать вывод.

*Решение:*

1. Динамика изменения удельных затрат в июле против июня составила: по продукции «А»:

$$i_z = \frac{z_1}{z_0} = \frac{360}{350} = 1,029 (+ 2,9\%)$$

Перерасход затрат на выпуск продукции «А» в июле составил:

$$\mathcal{E}(П) = q_1 \cdot (z_1 - z_0) = 2,8 \cdot (360 - 350) = 28 \text{ тыс. руб.}$$

Результаты расчетов изменения динамики затрат по остальной продукции приведены в табл. 15.2.

Таким образом, удельная себестоимость выпуска единицы продукции «А», возросла в июле по сравнению с июнем на 10 р. , или 2,9 %, что привело к перерасходу размера затрат на выпуск всей продукции в размере 28 тыс. р.

Результаты расчетов по всем видам продукции запишем в следующей таблице:

Таблица 15.2

Виды выпускаемой продукции	Индивидуальный индекс изменения удельной себестоимости, $i_z$	Экономия (перерасход) в результате изменения удельной себестоимости, тыс. р. (+,-)
А	2,9	+28
Б	0	0
В	-	-
Г	-2	-35

Снижение себестоимости выпуска единицы продукции «Г», позволило сэкономить 35 тыс. р. затрат. Величина затрат на выпуск продукции «Б» осталась неизменной, а отсутствие выпуска продукции «В» в июне, не позволило провести сравнительный анализ затрат.

2. Для изучения изменения себестоимости выпуска всей продукции в июле по сравнению с июнем, рассчитаем следующие индексы:

а) индекс изменения совокупных затрат Ласпейреса

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_0}{\sum z_0 \cdot q_0} = \frac{360 \cdot 2,6 + 1000 \cdot 1,8 + 490 \cdot 3,2}{350 \cdot 2,6 + 1000 \cdot 1,8 + 500 \cdot 3,2} = \frac{4304}{4310} = 0,999 (-0,1\%)$$

б) индекс изменения совокупных затрат Пааше

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} = \frac{360 \cdot 2,8 + 1000 \cdot 2 + 490 \cdot 3,5}{350 \cdot 2,8 + 1000 \cdot 2 + 500 \cdot 3,5} = \frac{4723}{4730} = 0,998 (-0,2\%)$$

в) изменение суммы затрат в результате изменения структуры выпускаемой продукции:

$$I_{z_{cmp}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_1 \cdot q_0}{\sum z_0 \cdot q_0} = \frac{0,998}{0,999} = 0,999 (-0,1\%)$$

3. Величина экономии или перерасхода суммы затрат от изменения удельных затрат при выпуске разнородной продукции составила:

$$\mathcal{E}(\Pi) = \sum z_1 \cdot q_1 - \sum z_0 \cdot q_1 = 4723 - 4730 = -7 \text{ тыс. руб.}$$

Таким образом, изменение удельных затрат на выпуск всех видов продукции, позволило получить экономию в размере 7 тыс. р. Кроме того, изменение в структуре выпускаемой продукции привело к снижению совокупных затрат на 0,1 %. Следует иметь ввиду, что затраты на выпуск продукции «В» в расчете не участвовали, поскольку, отсутствовал его выпуск в июне.

В условиях выпуска однородной продукции несколькими подразделениями одного предприятия или несколькими предприятиями одной отрасли, важное аналитическое значение имеет изучение изменения средней себестоимости единицы продукции. Для этого используется система индексов переменного состава, фиксированного состава и влияния структурных сдвигов:

а) индекс переменного состава

$$I_{n.c.} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

б) индекс фиксированного состава

$$I_{\phi.c.} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_{ysl}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$$

в) индекс влияния структурных сдвигов

$$I_{n.c.} = \frac{\bar{z}_{ysl}}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

Величина экономии или перерасхода суммы затрат в результате изменения средних затрат при выпуске однородной продукции определяется:

$$\mathcal{E}(П) = \sum q_1 \cdot (\bar{z}_1 - \bar{z}_0)$$

## Пример 2

Тремя предприятиями одной отрасли выпускается однородная продукция.

Таблица 15.3

Предприятие	Средняя себестоимость производства единицы продукции, тыс. р.		Произведено продукции, тыс. единиц	
	III квартал	IV квартал	III квартал	IV квартал
1	1,23	1,25	2,35	2,12
2	1,18	1,21	4,6	4,6
3	1,2	1,18	1,27	1,3

*Определить:*

1. Изменение средней себестоимости производства единицы продукции по каждому предприятию;
2. Изменение средней себестоимости производства единицы продукции всеми предприятиями вместе, в том числе за счет изменения:
  - а) средней себестоимости выпуска на каждом предприятии;
  - б) структурных сдвигов в выпуске продукции.

Сформулировать вывод.

*Решение*

1. Изменение средней себестоимости по каждому предприятию:

Предприятие 1:  $i_z = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{1,25}{1,23} = 1,016(+1,6\%)$

Предприятие 2:  $i_z = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{0,56}{0,58} = 0,966(-3,4\%)$

Предприятие 3:  $i_z = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{2,19}{2,12} = 1,033(+3,3\%)$

2. Изменение средней себестоимости по трем предприятиям вместе:

- а) индекс переменного состава

$$I_{n.c.} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \frac{1,25 \cdot 2,12 + 1,21 \cdot 4,6 + 1,18 \cdot 1,3}{2,12 + 4,6 + 1,3} \div \frac{1,23 \cdot 2,35 + 1,18 \cdot 4,6 + 1,2 \cdot 1,27}{2,35 + 4,6 + 1,27} = 1,216 \div 1,197 = 1,015(+1,5\%)$$

Средняя себестоимость единицы продукции в IV квартале, выросла по сравнению с III кварталом на 1,5 %.

- б) индекс фиксированного состава

$$I_{\phi.c.} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_{\text{усл}}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1} = \frac{1,25 \cdot 2,12 + 1,21 \cdot 4,6 + 1,18 \cdot 1,3}{2,12 + 4,6 + 1,3} \div \frac{1,23 \cdot 2,12 + 1,18 \cdot 4,6 + 1,2 \cdot 1,3}{2,12 + 4,6 + 1,3} = 1,216 \div 1,196 = 1,016 (+1,6\%)$$

Изменение средней себестоимости на каждом предприятии привело к изменению общей средней себестоимости единицы продукции на 1,6 %.

в) индекс влияния структурных сдвигов

$$I_{n.c.} = \frac{\bar{z}_{\text{усл}}}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0} = \frac{1,23 \cdot 2,12 + 1,18 \cdot 4,6 + 1,2 \cdot 1,3}{2,12 + 4,6 + 1,3} \div \frac{1,23 \cdot 2,35 + 1,18 \cdot 4,6 + 1,2 \cdot 1,27}{2,35 + 4,6 + 1,27} = 1,196 \div 1,197 = 0,999 (-0,1\%)$$

Изменение в структуре выпускаемой продукции привело к снижению средней себестоимости производства единицы продукции трех предприятий на 0,1 %.

Рост средней себестоимости привел к перерасходу затрат в следующем размере:

$$\Pi = \sum q_1 \cdot (\bar{z}_1 - \bar{z}_0) = (2,12 + 4,6 + 1,3) \cdot (1,216 - 1,197) = 8,02 \cdot 0,019 = 0,1524 \text{ млн. руб.}$$

Для оценки полноты выполнения плана по себестоимости продукции исчисляются следующие показатели:

1. Индекс планового Задачи по величине затрат:

$$I_{z_{п.з.}} = \frac{\sum z_{пл} \cdot q_{пл}}{\sum z_0 \cdot q_{пл}}$$

2. Индекс выполнения плана по затратам:

$$I_{z_{в.п.}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_{пл} \cdot q_1}$$

3. Индекс фактического изменения суммы затрат:

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1}$$

### Пример 3

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 15.4

Вид продукции	2015 год		2016 год			
	Выпуск, тыс. т	Себестои- мость производ- ства 1 т, р.	по плану		фактически	
			Выпуск, тыс. т	Себестои- мость про- изводства 1 т, р.	Выпуск, тыс. т	Себестои- мость про- изводства 1 т, р.
А	23	8500	25	8500	25	8550
Б	5,5	15700	6	16000	5,8	16200
В	11	6200	10	6300	12	6280

Определить:

1. Индекс планового Задачи по себестоимости всей продукции;
2. Индекс выполнения плана по себестоимости всей продукции;
3. Индекс фактического изменения совокупной себестоимости.

Сформулировать выводы.

Решение

1. Индекс планового задания:

$$I_{z_{н.з.}} = \frac{\sum z_{нл} \cdot q_{нл}}{\sum z_0 \cdot q_{нл}} = \frac{8500 \cdot 25 + 16000 \cdot 6 + 6300 \cdot 10}{8500 \cdot 25 + 15700 \cdot 6 + 6200 \cdot 10} = \frac{371500}{368700} = 1,008 (+0,8\%)$$

Плановый уровень себестоимости на 2016 год, превысил фактический уровень 2015 года на 0,8 %, или на 2800 тыс. р.

2. Индекс выполнения плана по объему затрат:

$$I_{z_{в.п.}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_{нл} \cdot q_1} = \frac{8550 \cdot 25 + 16200 \cdot 5,8 + 6280 \cdot 12}{8500 \cdot 25 + 16000 \cdot 5,8 + 6300 \cdot 12} = \frac{383070}{380900} = 1,006 (+0,6\%)$$

Фактический уровень себестоимости превысил плановый на 0,6 % или на 2170 тыс. р.

3. Индекс изменения фактического уровня себестоимости:

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} = \frac{8550 \cdot 25 + 16200 \cdot 5,8 + 6280 \cdot 12}{8500 \cdot 25 + 15700 \cdot 5,8 + 6200 \cdot 12} = \frac{383070}{377960} = 1,014 (+1,4\%)$$

Уровень себестоимости выпуска продукции за 2016 год превысил аналогичный показатель 2015 года на 1,4 %, или на 5110 тыс. р.

Изменение себестоимости одного рубля выручки от продаж определяется с помощью следующей системы показателей:

- а) общее изменение себестоимости одного рубля выручки:

$$I_z = \frac{z_1}{z_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_1 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

- б) в том числе за счет изменения цены единицы реализованной продукции:

$$I_{z_p} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_1 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

в) за счет изменения себестоимости единицы продукции:

$$I_{z_z} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

г) за счет изменения количества выпущенной продукции:

$$I_{z_q} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

#### Пример 4

Известны данные о выпуске двух видов продукции промышленным предприятием:

Таблица 15.5

Вид продук- ции	Объем выпуска, тыс. единиц		Себестоимость еди- ницы продукции, тыс. р.		Оптовая цена еди- ницы продукции, тыс. р.	
	план	факт	план	факт	план	факт
А	5	5,1	1,8	1,9	2,1	2,2
Б	0,9	1,1	5,3	5,4	5,8	5,8

*Определить:*

1. Себестоимость одного рубля выручки по плану и фактически;
2. Выполнение плана по себестоимости рубля выручки в общем, в том

числе вследствие изменения:

- а) цены реализации продукции;
- б) себестоимости единицы продукции;
- в) объема выпуска продукции.

Сформулировать выводы.

*Решение:*

1. Для определения плановой и фактической себестоимости необходимо рассчитать показатели общей себестоимости и выручки, при выпуске двух видов продукции. Результаты представим в следующей таблице:

Таблица 15.6

Вид продукции	Полная себестоимость продукции, млн р.		Выручка от продаж, млн р.		Выручка при плановой цене и фактическом объеме выпуска, млн р.	Себестоимость при плановой удельной себестоимости и фактическом объеме продукции, млн р.
	план	факт	план	факт		
А	9	9,69	10,5	11,22	10,71	9,18
Б	4,77	5,94	5,22	6,38	6,38	5,83
Итого	13,77	15,63	15,72	17,6	17,09	15,01

2. Процент выполнения плана по себестоимости одного рубля выручки от реализации продукции:

а) общее выполнение:

$$I_z = \frac{z_1}{z_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_1 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{15,63}{17,6} \div \frac{13,77}{15,72} = \frac{0,888}{0,876} = 1,014 (+1,4\%)$$

План по себестоимости единицы продукции был в целом перевыполнен на 1,4 %.

б) вследствие изменения цены реализации единицы продукции:

$$I_{z_p} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_1 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = 0,888 \div \frac{15,63}{17,09} = \frac{0,888}{0,915} = 0,97 (-3\%)$$

Отклонения фактической себестоимости от плановой, привело к недовыполнения плана по себестоимости одного рубля выручки на 3 %, что может интерпретироваться как положительный факт, поскольку свидетельствует об экономии средств.

в) вследствие изменения себестоимости продукции:

$$I_{z_z} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = 0,915 \div \frac{15,01}{17,09} = \frac{0,915}{0,878} = 1,042 (+4,2\%)$$

Превышение фактической себестоимости над плановой, привели к превышению плана по себестоимости одного рубля выручки на 4,2 %.

г) в результате изменения объемов производства продукции:

$$I_{z_q} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{0,878}{0,876} = 1,002 (+0,2\%)$$

Отклонение фактического объема выпуска относительно планового, привело к росту себестоимости одного рубля выручки на 0,2 %.

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 15.1

По предприятию за два периода имеются следующие данные:



Таблица 15.7

Предпри- ятие	Вид про- дукции	2014 год		2015 год	
		Объем выпуска, тыс. шт.	Себестои- мость еди- ницы про- дукции, р.	Объем вы- пуска, тыс. шт.	Себестои- мость единицы продук- ции, р.
1	А	8	180	9	180
	Б	10	100	10	110
2	А	20	190	22	195
	Б	0	0	16	100
	В	5	300	6	305
3	Б	5	95	7	100
	Г	40	50	40	55

*Определить:*

1. Изменение себестоимости каждого вида продукции на каждом пред-  
приятии;
2. Изменение общей себестоимости продукции на каждом предприятии, в  
том числе за счет влияния отдельных факторов;
3. Изменение средней себестоимости однородной продукции по всем  
предприятиям, в том числе под влиянием изменения:
  - а) себестоимости единицы продукции на каждом предприятии;
  - б) структурных сдвигов в выпущенной продукции;
4. Сумму экономии или перерасхода себестоимости в 2012 году по сравне-  
нию с 2011.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.2**

Имеются следующие данные о выпуске и затратах на производство продукции по предприятию:

Таблица 15.8

Виды продукции	Выпуск продукции, ед.			Затраты на выпуск всей про- дукции, тыс. р.		
	февраль	март		февраль	март	
		по плану	фактиче- ски		по плану	фактиче- ски
А	250	260	260	3000	3100	3080
Б	50	50	52	4600	4620	4700
В	100	105	110	1800	1800	1840

*Определить:*

1. Индексы планового задания, выполнения плана и динамики себестоимо-  
сти продукции каждого вида и всей продукции;
2. Экономический эффект от снижения себестоимости в марте по сравне-  
нию с апрелем, в том числе в результате влияния:

- а) себестоимости единицы продукции;
  - б) изменения объема выпуска.
- Сформулировать выводы.

### Задача 15.3

Имеются следующие данные о размере производственных затрат по предприятию:

Таблица 15.9

Виды продукции	Общая сумма затрат на производство продукции, млн р.		Изменение себестоимости в 2013 г. по сравнению с 2012, % (+,-)
	2012 год	2013 год	
А	25,6	26,8	-2,6
Б	10,3	9,7	+1,1
В	41,4	45,9	+4,3
Г	8,3	10,8	0

Определить:

1. Общий индекс производственных затрат;
2. Агрегатный индекс себестоимости продукции;
3. Сумму экономии или перерасхода, полученную в 2013 году в результате изменения себестоимости продукции каждого вида.

Сформулировать выводы.

### Задача 15.4

Имеются следующие данные об объеме производства и себестоимости однородной продукции, производимой в двух филиалах фирмы:

Таблица 15.10

Филиал	I квартал		II квартал	
	Произведено единиц продукции	Общие затраты на производство, тыс. р.	Произведено единиц продукции	Общие затраты на производство, тыс. р.
№ 1	1500	36000	1600	38400
№ 2	4800	112300	5000	119000
№ 3	590	49000	400	49000

Определить:

1. Себестоимость единицы продукции по каждому филиалу и по двум филиалам вместе в I и II квартале;
2. Изменение удельной себестоимости продукции по каждому филиалу;
3. Изменение средней себестоимости продукции во II квартале по сравнению I с помощью: а) индекса переменного состава; б) индекса фиксированного состава; в) индекса влияния структурных сдвигов;

4. Величину экономии или перерасхода затрат в результате изменения средней себестоимости выпуска одной единицы продукции.

Сформулировать выводы.

### Задача 15.5

По двум предприятиям известны следующие данные:

Таблица 15.11

Предприятие	Вид продукции	Первое полугодие		Второе полугодие	
		Объем выпуска продукции, тыс. шт.	Себестоимость производства единицы продукции, р.	Объем выпуска продукции, тыс. шт.	Себестоимость производства единицы продукции, р.
1	А	9,6	350	10,1	360
	Б	25	200	-	-
	В	-	-	1,5	900
2	А	40	20	45	22
	Б	-	-	20	205
	В	0,9	890	1	910
	Г	2,2	740	2,2	750

Определить:

1. Себестоимость продукции (абсолютное и относительное) каждого вида на каждом предприятии;

2. Среднее изменение (абсолютное и относительное) себестоимости сравниваемой продукции по каждому предприятию;

3. Изменение средней себестоимости каждого вида продукции по двум предприятиям вместе;

4. Размер экономии или перерасхода в связи с изменением себестоимости выпущенной продукции.

Сформулировать выводы.

### Задача 15.6

По предприятию имеются данные за два года о величине затрат и выручки от продаж (тыс. р.):

Таблица 15.12

Показатели	Сумма, млн. р.
1. Совокупные затраты на выпуск реализованной продукции:	
- 2012 год	25300
- 2013 год	26100
- по себестоимости 2012 года и физическому объему продаж 2013 года	25980
2. Выручка от продаж:	

Показатели	Сумма, млн. р.
- 2012 год	31650
- 2013 год	33000
- по ценам 2012 года и физическому объему продаж 2013 года	32260

*Определить:*

1. Себестоимость одного рубля выручки в 2012 и 2013 гг.;
2. Изменение себестоимости одного рубля, в том числе в результате:
  - а) изменения цены единицы продукции;
  - б) изменения себестоимости производства единицы продукции;
  - в) изменения физического объема выпуска продукции;

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.7**

Имеются следующие данные о выпуске и затратах на производство продукции по предприятию:

Таблица 6.13

Виды продукции	Выпуск продукции, ед.			Затраты на единицу произведенной продукции, р.		
	базисный период	текущий период		базисный период	текущий период	
		по плану	фактически		по плану	фактически
А	1500	1600	1620	1630	1600	1650
Б	600	610	600	3800	3900	4000
В	700	730	800	3050	3100	3000

Определить по каждому виду продукции и в целом:

1. Индексы планового задания, выполнения плана и динамики себестоимости;
2. Сумму экономии или перерасхода от снижения и увеличения себестоимости продукции.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.8**

Известны следующие данные по предприятию:

Таблица 15.14

№ цеха	Вид продукции	Объем выпуска, ед.		Себестоимость производства одного изделия, тыс. р.	
		Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
1	А	500	550	4,2	4,0
	Б	150	151	10,0	11,0
2	А	290	300	4,0	4,1
	Б	59	70	11,2	12,1

№ цеха	Вид продукции	Объем выпуска, ед.		Себестоимость производства одного изделия, тыс. р.	
		Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
	С	-	800	-	1,5

*Определить:*

1. Изменение (абсолютное и относительное) себестоимости продукции каждого вида на каждом предприятии;
2. Общее изменение (абсолютное и относительное) себестоимости сопоставимой продукции на каждом предприятии;
3. Изменение средней себестоимости единицы однородной продукции (абсолютное и относительное) по двум предприятиям, в том числе за счет: а) изменения удельной себестоимости на каждом предприятии; б) изменения структуры произведенной продукции.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.9**

По предприятию за два периода известны следующие данные:

Таблица 15.15

	Базисный год		Отчетный год	
	Выпуск, тыс. т.	Себестоимость 1 т, р.	Выпуск, тыс. т.	Себестоимость 1 т, р.
А	2,4	1460	2,3	1500
Б	18,2	600	-	-
В	4,5	960	6,5	910
Г	-	-	10,5	450

*Определить:*

1. Изменение себестоимости каждого вида продукции;
2. Изменение себестоимости по всей произведенной продукции;
3. Влияние структурных сдвигов в ассортименте продукции на изменение себестоимости всей произведенной продукции.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.10**

Имеются следующие данные об объеме производства и себестоимости однородной продукции, производимой тремя предприятиями:

Таблица 15.16

Предприя- тие	Произведено единиц продукции, тыс. ед.		Себестоимость ед. продукции, р.	
	Первое полугодие	Второе полугодие	Первое полугодие	Второе полугодие
№ 1	250,2	270,0	100	110
№ 2	120,4	120,4	95	100
№ 3	500,9	520,1	98	104

*Определить:*

1. Изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии;
2. Изменение средней себестоимости единицы продукции в целом по трем предприятиям за каждый период;
3. Индексы себестоимости продукции: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) индекс влияния структурных сдвигов.
4. Абсолютное изменение средней себестоимости в текущем периоде по сравнению с базисным, в т.ч. под влиянием отдельных факторов.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.11**

Известны следующие данные (тыс. р.):

Таблица 15.17

Показатели	Август	Сентябрь	Условные цены и себестои- мость по уровню августа и объему реализации сентября
1. Полная себестоимость реализованной продук- ции	15490	16850	15900
2. Выручка от реализации продукции	18890	20830	19350

*Определить* общее изменение затрат на 1 р. выручки в сентябре по сравнению с августом, в том числе за счет: а) изменения цен на реализованную продукцию; б) изменения себестоимости продукции; в) изменения ассортимента реализованной продукции.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.12**

Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 15.18

Виды продукции	Сумма затрат на производство всей продукции, тыс. р.		Изменение себестоимости единицы продукции в текущем периоде по сравнению с базисным, %
	базисный период	текущий период	
А	59630	62150	-4,1
Б	125890	130400	+2,9
С	88900	90205	+1,9

*Определить:*

1. Общий индекс затрат на производство продукции;
2. Агрегатный индекс себестоимости продукции;
3. Сумму экономии или перерасхода полученную в результате изменения себестоимости единицы продукции.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.13**

По предприятию за два года известны следующие данные:

Таблица 15.19

Вид продукции	2013 год			2014 год		
	Цена ед. реализованной продукции, р	Себестоимость производства ед. продукции, р.	Объем реализации, тыс. ед.	Цена ед. реализованной продукции, р	Себестоимость производства ед. продукции, р.	Объем реализации, тыс. ед.
А	50	40	150	55	45	140
Б	850	740	7,8	830	720	8,5
В	160	120	62,5	164	130	60,8

*Определить:*

1. За каждый год себестоимость одного рубля выручки;
2. Изменение себестоимости одного рубля выручки в 2014 г.;
3. Изменение себестоимости одного рубля выручки в результате изменения: а) цен; б) себестоимости; в) физического объема производства.

Сформулировать выводы.

### **Задача 15.14**

По трем предприятиям за два периода известны следующие данные:

Таблица 15.20

Предприятие	Вид продукции	Объем выпуска, ед.		Себестоимость одного изделия, р.	
		Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
1	А	690	720	630	650
	В	50	55	2500	2650

Предприя- тие	Вид про- дукции	Объем выпуска, ед.		Себестоимость одного из- делия, р.	
		Базисный год	Отчетный год	Базисный год	Отчетный год
	С	200	170	1600	1500
2	А	500	520	670	700
	В	20	18	2600	2680
3	А	1000	1070	650	650
	В	30	33	2490	2570
	Д	130	120	300	320

*Определить:*

1. Изменение себестоимости (абсолютное и относительное) по каждому виду продукции на каждом предприятии;
  2. Общее изменение (абсолютное и относительное) себестоимости всей продукции по каждому предприятию в отдельности;
  3. Изменение (абсолютное и относительное) средней себестоимости каждого вида продукции по двум предприятиям вместе;
- Сформулировать выводы.

### **Задача 15.15**

По обувной фабрике известны данные о себестоимости и объеме производства продукции:

Таблица 15.21

Вид продукции	Себестоимость производ- ство одной пары обуви, р.		Произведено продук- ции, ед.	
	Базисный период	Отчётный период	Базисный период	Отчётный период
Ботинки мужские	2106	2132	560	580
Туфли женские	2859	3000	320	320
Ботинки детские	1630	1600	300	340

*Определить:*

1. Изменение удельной себестоимости производства единицы продукции;
  2. Общий индекс изменения себестоимости всей продукции;
  3. Общий индекс изменения физического объема и затрат на производство всей продукции.
- Сформулировать вывод.

### **Задача 15.16**

По промышленному предприятию известны следующие данные:



Таблица 15.22

Вид продукции	Прошлый год		Отчетный год			
	Выпуск, тыс. т	Себестоимость 1 т, р.	по плану		фактически	
			Выпуск, тыс. т	Себестоимость 1 т, р.	Выпуск, тыс. т	Себестоимость 1 т, р.
А	5	2000	6	1950	6,2	2000
Б	2	3000	2,5	3000	3	3100

Определить по всей продукции:

1. Процент изменения величины планового задания по себестоимости;
2. Процент выполнения плана по себестоимости;
3. Изменение фактической себестоимости отчетного периода против базисного.

Сформулировать вывод.

### **Задача 15.17**

Имеются следующие данные об объеме производства и себестоимости однородной продукции, производимой в двух филиалах фирмы:

Таблица 15.23

Филиал	I квартал		II квартал	
	Произведено единиц продукции, ед.	Затраты на производство одной единицы продукции, р.	Произведено единиц продукции, ед.	Затраты на производство одной единицы продукции, р.
№ 1	590	8903	612	8950
№ 2	129	9021	111	9106
№ 3	333	8963	335	9000

Определить:

1. Себестоимость единицы продукции по каждому филиалу и по двум филиалам вместе в I и II квартале;
2. Изменение удельной себестоимости продукции по каждому филиалу;
3. Изменение средней себестоимости продукции во II квартале по сравнению I с помощью: а) индекса переменного состава; б) индекса фиксированного состава; в) индекса влияния структурных сдвигов;
4. Величину экономии или перерасхода затрат в результате изменения средней себестоимости выпуска одной единицы продукции.

Сформулировать выводы.

### **Контрольные вопросы**

1. Как измеряется удельная себестоимость единицы продукции в условиях выпуска разнородной продукции?

2. Раскройте особенности расчета себестоимости одного рубля реализованной продукции.
3. Каким образом определяется относительное изменение удельной себестоимости при выпуске однородной продукции?
4. Как определяется изменение общей себестоимости выпуска и реализации разнородной продукции, в том числе под влиянием отдельных факторов?
5. Каким образом определяется влияние фактора изменения структуры выпуска и реализации на изменение общей себестоимости продукции?
6. Раскройте методику определения показателей планового Задачи и выполнения плана по себестоимости производства и реализации разнородной продукции.
7. Как определяется изменение во времени величины средней себестоимости однородной продукции, выпущенной несколькими предприятиями?
8. За счет каких факторов изменяется средняя себестоимость единицы однородной продукции? Запишите формулы.
9. Раскройте содержание факторного анализа изменения общей суммы затрат на выпуск и реализацию продукции.
10. Каким образом проводится факторный анализ изменения себестоимости одного рубля выручки?

## ТЕМА 16. СТАТИСТИКА ПРИБЫЛИ И РЕНТАБЕЛЬНОСТИ

Прибыль выступает важнейшим экономическим показателем эффективности хозяйственной деятельности предприятия. В настоящее время в статистической практике различают следующие виды прибыли:

1. *Валовая прибыль*, представляет собой разницу между выручкой от продаж товаров, продукции, работ и услуг и их себестоимостью.

2. *Прибыль от продаж* – это валовая прибыль, уменьшенная на величину коммерческих и управленческих расходов, то есть расходов, связанных с продвижением товаров на рынке.

3. *Прибыль до налогообложения*, представляет собой разницу между величиной прибыли от продаж и прочими доходами и расходами, такими как: проценты к получению и уплате, доходы от участия в других организациях и т.п.

4. *Чистая прибыль* – это прибыль до налогообложения, уменьшенная на величину налога на прибыль организации.

Для статистического анализа прибыли предприятия необходимо:

- дать оценку полноты выполнения плана финансовых результатов, как в целом по предприятию, так и по его отдельным структурным подразделениям и направлениям деятельности, с помощью показателей планового Задачи и выполнения плана;

- с помощью относительных величин динамики и структуры проанализировать основные показатели прибыли;

- с помощью системы экономических индексов, выявить и измерить влияние различных факторов на изменение величины прибыли.

С точки зрения статистики финансовых результатов, наибольшую аналитическую ценность имеют показатели прибыли от продаж и чистой прибыли.

Величина прибыли от продаж может быть рассчитана следующим образом:

$$\Pi = \sum pq - \sum zq$$

где  $\sum pq$  – выручка от продаж, уменьшенная на величину налога на добавленную стоимость;

$\sum zq$  – затраты, связанные с производством и реализацией товаров, продукции, работ и услуг.

Как видно и вышеуказанной формулы, изменение величины прибыли от продаж складывается под влиянием изменения следующих показателей:

- $p$  – цены единицы реализованной продукции;
- $z$  – себестоимости единицы реализованной продукции;
- $q$  – физического объема реализации продукции.

Общее изменение величины прибыли от продаж определяется:

$$\Delta \Pi = \Pi_1 - \Pi_0$$

При этом, абсолютное влияние каждого из вышеперечисленных показателей на изменение размера прибыли от продаж, оценивается следующим образом:

1. Влияние изменения цены единицы реализованной продукции, при неизменном уровне всех прочих показателей:

$$\Delta\Pi(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

2. Влияние изменения себестоимости реализованной продукции:

$$\Delta\Pi(z) = \sum z_0 q_1 - \sum z_1 q_1$$

3. Влияние изменения физического объема выпуска:

$$\Delta\Pi(q) = (I_q - 1) \cdot \Pi_0$$

где  $I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$  – агрегатный индекс физического объема реализации продукции.

4. Влияние изменения структуры реализованной продукции:

$$\Delta\Pi(стр) = \Delta\Pi - \Delta\Pi(p) - \Delta\Pi(z) - \Delta\Pi(q)$$

### Пример 1

По предприятию, выпускающему четыре вида продукции известны следующие данные за два периода:

Таблица 16.1

Вид продук- ции	Объем реализации, тыс. ед. (q)		Себестоимость, еди- ницы реализованной продукции, р. (z)		Цена реализации единицы продукции, тыс. р. (p)	
	первое полуго- дие	второе полуго- дие	первое полуго- дие	второе полуго- дие	первое полуго- дие	второе полуго- дие
А	2,5	2,6	800	820	1000	1100
Б	10	9	200	200	215	220
В	8,1	8,5	450	440	510	500
Г	0,6	0,6	2600	2700	3050	3150

*Определить:*

1. Динамику изменения величины прибыли от продаж, при реализации каждого вида продукции и всей продукции вместе;

2. Структуру прибыли от реализации каждого вида продукции в совокупной прибыли от продаж в первом и втором полугодии;

3. Изменение величины прибыли от продаж, в результате влияния следующих факторов:

- а) цены единицы реализованной продукции;
- б) себестоимости единицы реализованной продукции;
- в) физического объема реализации;
- г) структуры реализованной продукции.

Решение:

1. Динамику изменения показателей прибыли представим в табличной форме:

Таблица 16.2

Вид продукции	Общая себестоимость, тыс. р.		Выручка от продаж, тыс. р.		Прибыль от продаж, тыс. р.		Изменение прибыли от продаж, (+,-)	
	первое полугодие	второе полугодие	первое полугодие	второе полугодие	первое полугодие	второе полугодие	тыс. р.	%
А	2000	2132	2500	2860	500	728	228	45,6
Б	2000	1800	2150	1980	150	180	30	20,0
В	3645	3740	4131	4250	486	510	24	4,9
Г	1560	1620	1830	1890	270	270	0	0,0
Итого	9205	9292	10611	10980	1406	1688	282	20,1

Как видно из таблицы, общий размер прибыли от продаж во втором полугодии вырос по сравнению с первым на 282 тыс. р., или на 20,1 %. При этом, наибольший рост прибыли наблюдался при реализации продукции «А» и «Б» (на 45,6 % и 20 % соответственно). Финансовый результат от реализации продукции «В», показал умеренный рост прибыли (+24 тыс. р., или 4,9 %), а величина прибыли от продаж продукции «Г», во втором полугодии осталась неизменной.

2. Структуру совокупной прибыли от продаж представим в следующей таблице:

Таблица 16.3

Вид продукции	Прибыль от продаж, тыс. р.		Прибыль от продаж, % к итогу		Структурные сдвиги, % (+,-)
	первое полугодие	второе полугодие	первое полугодие	второе полугодие	
А	500	728	35,6	43,1	7,6
Б	150	180	10,7	10,7	0,0
В	486	510	34,6	30,2	-4,4
Г	270	270	19,2	16,0	-3,2
Итого	1406	1688	100	100	-

Из таблицы видно, что во втором полугодии в структуре прибыли от продаж, больше всего увеличился удельный вес продукции «А» (на 7,6 пункта), тогда как доля прибыли, приходящаяся на продукцию «В» и «Г», снизилась на 4,4 и 3,2 процентных пункта соответственно. Доля продукции «Б» осталась неизменной.

3. Общее изменение прибыли от продаж:

$$\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_0 = 1688 - 1406 = 282 \text{ тыс. руб.}$$

В том числе за счет изменения:

а) цены единицы продукции:

$$\Delta\Pi(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 10980 - 10700 = 280 \text{ тыс. руб.}$$

Для упрощения расчетов, заполним вспомогательную таблицу:

Таблица 16.4

Вид продукции	Общая себестоимость по затратам первого полугодия и объему продаж второго полугодия, тыс. р., $z_0 q_1$	Выручка от продаж по ценам первого полугодия и объему продаж второго полугодия, тыс. р., $p_0 q_1$
А	2080	2600
Б	1800	1935
В	3825	4335
Г	1560	1830
Итого	9265	10700

Изменение уровня цен привело к увеличению прибыли от продаж во втором полугодии на 280 тыс. р.

б) себестоимости единицы продукции:

$$\Delta\Pi(z) = \sum z_0 q_1 - \sum z_1 q_1 = 9265 - 9292 = -27 \text{ тыс. руб.}$$

Рост себестоимости продукции снизил величину прибыли на 27 тыс. р.

в) физического объема реализации:

$$\Delta\Pi(q) = (I_q - 1) \cdot \Pi_0 = (1,008 - 1) \cdot 1406 = 11,248 \text{ тыс. руб.}$$

где  $I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{10700}{10611} = 1,008 (+0,8\%)$  – физический объем реализации продукции возрос на 0,8 %.

Изменение объема продаж в физическом измерении, привел к росту величины прибыли от продаж на 11248 р.

г) структуры реализованной продукции:

$$\begin{aligned} \Delta\Pi(стр) &= \Delta\Pi - \Delta\Pi(p) - \Delta\Pi(z) - \Delta\Pi(q) = 282 - 280 - (-27) - 11,248 = \\ &= 17,752 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Изменения в структуре реализованной продукции, привели к росту прибыли от продаж на 17752 р.

Прибыль от продаж, представляющая собой финансовый результат от обычных видов деятельности, выступает основным источником чистой прибыли предприятия, то необходимо уделить особое внимание его статистическому анализу. Для этого факторы, оказывающие влияние на величину прибыли от продаж, могут быть ранжированы по соответствующим уровням: первого, второго и т.п.

К факторам, непосредственно влияющим на величину прибыли от продаж (факторам первого порядка) можно отнести, расходы по обычным видам деятельности.

Так, влияние на величину прибыли от продаж, расходов по обычным видам деятельности, сгруппированным по элементам затрат (материальных расходов, расходов на оплату труда и отчислений на социальные нужды, амортизации и прочих расходов), может быть определено с помощью следующей аддитивной модели:

$$\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_0$$

где  $\Pi$  – прибыль от продаж, которая может быть записана следующим образом:

$$\Pi = B - C = B - (M + V + A + S);$$

$C$  – затраты на производство и реализацию товаров, продукции, работ и услуг;

$B$  – выручка от продаж;

$M$  – материальные расходы;

$V$  – расходы на оплату труда и отчисления на социальные нужды;

$S$  – прочие расходы.

Таким образом, абсолютное изменение величины прибыли от продаж, может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_0 &= (B_1 - C_1) - (B_0 - C_0) = \\ &= (B_1 - (M_1 + V_1 + A_1 + S_1)) - (B_0 - (M_0 + V_0 + A_0 + S_0)) \end{aligned}$$

Используя метод цепных подстановок можно определить абсолютное влияние каждого фактора на изменение прибыли от продаж.

### Пример 2

По предприятию за два периода известны показатели, характеризующие величину прибыли от продаж и расходов, сгруппированных по экономическим элементам (тыс. р.):

Таблица 16.5

Показатели	2012 год	2013 год
1. Выручка от продаж	45660	47940
2. Материальные расходы	22230	24810
3. Расходы на оплату труда и отчисления на социальные нужды	9050	9560
4. Амортизация	680	690
5. Прочие расходы	5580	6400

Определить влияние изменения элементов затрат на изменение величины прибыли от продаж.

#### Решение

1. Величина прибыли от продаж в 2012 и 2013 гг. составила:

$$2012 \text{ год: } \Pi_0 = 45660 - (22230 + 9050 + 680 + 5580) = 8120 \text{ тыс. руб.}$$

$$2013 \text{ год: } \Pi_1 = 47940 - (24810 + 9560 + 690 + 6400) = 6480 \text{ тыс. руб.}$$

2. Общее изменение прибыли от продаж:

$$\Delta\Pi = \Pi_1 - \Pi_0 = 6480 - 8120 = -1640 \text{ тыс. руб.}$$

Прибыль от продаж по данным за 2013 год снизилась по сравнению 2012 годом на 1640 тыс. р. Это стало следствием влияния следующих факторов первого порядка:

а) изменения величины выручки от продаж:

$$\Delta\Pi(B) = (B_1 - C_1) - (B_0 - C_1) = (47940 - 41460) - (45660 - 41460) = 2280 \text{ тыс. руб.}$$

В результате увеличения выручки от продаж, прибыль возросла на 2280 тыс. р.

б) изменения величины материальных расходов:

$$\Delta\Pi(M) = (B_0 - C_1) - (B_0 - (M_0 + V_1 + A_1 + S_1)) = (45660 - 41460) - (45660 - (22230 + 9560 + 690 + 6400)) = 4200 - 6780 = -2580 \text{ тыс. руб.}$$

Рост величины материальных затрат привел к снижению прибыли от продаж на 2580 тыс. р.

в) изменения величины затрат на оплату труда и отчислений на социальные нужды:

$$\Delta\Pi(M) = (B_0 - (M_0 + V_1 + A_1 + S_1)) - (B_0 - (M_0 + V_0 + A_1 + S_1)) = 6780 - (45660 - (22230 + 9050 + 690 + 6400)) = 6780 - 7290 = -510 \text{ тыс. руб.}$$

Увеличение данного элемента расходов, привело к падению прибыли от продаж в 2013 году на 510 тыс. р.

г) изменения величины амортизации:

$$\Delta\Pi(M) = (B_0 - (M_0 + V_0 + A_1 + S_1)) - (B_0 - (M_0 + V_0 + A_0 + S_1)) = 7290 - (45660 - (22230 + 9050 + 680 + 6400)) = 7290 - 7300 = -10 \text{ тыс. руб.}$$

Рост амортизационных отчислений, привел к снижению прибыли от продаж на 10 тыс. р.

д) изменения размера прочих расходов:

$$\Delta\Pi(M) = (B_0 - (M_0 + V_0 + A_0 + S_1)) - (B_0 - (M_0 + V_0 + A_0 + S_0)) = 7300 - (45660 - (22230 + 9050 + 680 + 5580)) = 7300 - 8120 = -820 \text{ тыс. руб.}$$

Увеличение прочих расходов, привело к уменьшению прибыли от продаж на 820 тыс. р.

$$\begin{aligned} \Delta\Pi &= \Pi_1 - \Pi_0 = \Delta\Pi(B) + \Delta\Pi(M) + \Delta\Pi(V) + \Delta\Pi(A) + \Delta\Pi(S) = \\ &= 2280 + (-2580) + (-510) + (-10) + (-820) = -1640 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Аналогично можно определить влияние прочих факторов первого порядка, таких как производственная себестоимость, управленческие расходы и коммерческие расходы.

К факторам второго порядка относят структуру реализованной продукции, уровень цен, удельную себестоимость и прочие. Методику оценки их влияния мы уже рассмотрели в данном разделе.

В общем виде рентабельность характеризует отношение показателей при-



были к величине активов и капитала предприятия, а также себестоимости и выручки от продаж. Показатели рентабельности можно сгруппировать по видам следующим образом:

1. Экономическая рентабельность. Показывает отношение прибыли к величине совокупных активов (имущества) предприятия, или к их отдельным элементам;

2. Финансовая рентабельность. Характеризует отношение прибыли к величине пассивов (капитала) предприятия, или их структурным элементам;

3. Рентабельность производства и реализации продукции. Характеризует отношение прибыли к величине доходов и расходов организации. расчет данных показателей осуществляется следующим образом:

Рентабельность производства продукции:

$$p_{np-ва} = \frac{\Pi}{C}$$

где  $\Pi$  – прибыль от продаж;

$C$  – себестоимость производства и реализации продукции.

Рентабельность продаж

$$p_{np} = \frac{\Pi}{B}$$

где  $B$  – выручка от продаж

Каждый показатель рентабельности представляет собой двухфакторную кратную модель, которая может быть преобразована в мультипликативную, кратную или аддитивную модель.

Влияние отдельных факторов на изменение рентабельности продаж может быть определено на основе построения следующей аддитивной модели:

$$p_{np} = \frac{\Pi}{B} = \frac{B - (M + V + A + S)}{B} = 1 - \left( \frac{M}{B} + \frac{V}{B} + \frac{A}{B} + \frac{S}{B} \right) = 1 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

где  $x_1$  – материалоемкость производства;

$x_2$  – зарплатоемкость;

$x_3$  – амортизациоёмкость;

$x_4$  – прочая затратоемкость.

Используя метод цепных подстановок, имеется возможность оценить влияние каждого из перечисленных факторов на изменение рентабельности продаж.

Общее изменение рентабельности продаж определяется:

$$\Delta p_{np} = p_{np_1} - p_{np_0}$$

При этом общее изменение рентабельности продаж складывается под влиянием следующих факторов:

а) изменения материалоемкости производства:

$$\Delta p_{np}(M) = (1 - (x_{1_1} + x_{2_1} + x_{3_1} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_1} + x_{3_1} + x_{4_1}))$$

б) изменения зарплатоемкости производства и реализации продукции:

$$\Delta p_{np}(V) = (1 - (x_{1_0} + x_{2_1} + x_{3_1} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_1} + x_{4_1}))$$

в) изменения амортизационности производства:

$$\Delta p_{np}(A) = (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_1} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_0} + x_{4_1}))$$

г) изменения прочей затратноности:

$$\Delta p_{np}(S) = (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_0} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_0} + x_{4_0}))$$

Между вышеперечисленными показателями существует следующая взаимосвязь:

$$\Delta p_{np} = p_{np_1} - p_{np_0} = \Delta p_{np}(M) + \Delta p_{np}(V) + \Delta p_{np}(A) + \Delta p_{np}(S)$$

### Пример 3

Используя данные предыдущего примера рассчитать за каждый год показатели рентабельности продаж и влияние отдельных факторов на его изменение:

Таблица 16.6

Показатели	2015 год	2016 год	Абсолютное изменение, (+,-)
1. Выручка от продаж, тыс. р.	45660	47940	2280
2. Материальные расходы, тыс. р.	22230	24810	2580
3. Расходы на оплату труда и отчисления на социальные нужды, тыс. р.	9050	9560	510
4. Амортизация, тыс. р.	680	690	10
5. Прочие расходы, тыс. р.	5580	6400	820
6. Прибыль от продаж, тыс. р. (стр. 1-(стр. 2+стр. 3 + стр. 4 +стр. 5))	8120	6480	-1640
7. Рентабельность продаж (стр. 6 : стр. 1)	0,1778	0,1352	-0,0427
8. Материалоемкость (стр. 2 : стр. 1)	0,4869	0,5175	0,0307
9. Зарплатоемкость (стр. 3 : стр. 1)	0,1982	0,1994	0,0012
10. Амортизационность (стр. 4 : стр. 1)	0,0149	0,0144	-0,0005
11. Прочая затратноность (стр. 5 : стр. 1)	0,1222	0,1335	0,0113

Снижение показателя рентабельности продаж по данным за 2016 год составило 0,0427 пунктов. Это стало следствием влияния следующих факторов:

а) изменения материалоемкости производства:

$$\Delta p_{np}(M) = (1 - (x_{1_1} + x_{2_1} + x_{3_1} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_1} + x_{3_1} + x_{4_1})) = 0,1352 - (1 - (0,4869 + 0,1994 + 0,0144 + 0,1335)) = 0,1352 - 0,1658 = -0,0306$$

Рост материалоемкости производства продукции привел к снижению показателя рентабельности продаж на 0,0306 пункта.

б) изменения зарплатоемкости производства и реализации продукции:

$$\Delta p_{np}(V) = (1 - (x_{1_0} + x_{2_1} + x_{3_1} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_1} + x_{4_1})) = 0,1658 - \\ - (1 - (0,4869 + 0,1982 + 0,0144 + 0,1335)) = 0,1658 - 0,167 = -0,0012$$

Увеличение зарплатоемкости снизило показатель рентабельности продаж в 2013 году по сравнению с 2016 на 0,0012 пункта.

в) изменения амортизациоёмкости производства:

$$\Delta p_{np}(A) = (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_1} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_0} + x_{4_1})) = 0,167 - \\ - (1 - (0,4869 + 0,1982 + 0,0149 + 0,1335)) = 0,167 - 0,1665 = 0,0005$$

Снижение показателя амортизациоёмкости позволило увеличить рентабельность продаж на 0,0005 пункта.

г) изменения прочей затратоемкости:

$$\Delta p_{np}(S) = (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_0} + x_{4_1})) - (1 - (x_{1_0} + x_{2_0} + x_{3_0} + x_{4_0})) = \\ = 0,1665 - 0,1778 = -0,0113$$

Увеличение показателя прочей затратоемкости привело к снижению рентабельности продаж на 0,0113 пункта.

Проверка взаимосвязи:

$$\Delta p_{np} = p_{np_1} - p_{np_0} = \Delta p_{np}(M) + \Delta p_{np}(V) + \Delta p_{np}(A) + \Delta p_{np}(S) = \\ = (-0,0306) + (-0,0012) + 0,0005 + (-0,0113) = -0,0426$$

Изменение во времени показателя рентабельности производства продукции, работ и услуг, под влиянием отдельных факторов, может быть изучено следующим образом:

$$p_{\Pi} = \frac{\Pi}{C}$$

где  $\Pi = \sum pq - \sum zq$  – прибыль от продаж продукции, работ и услуг;

$C = \sum zq$  – себестоимость производства и реализации продукции, работ и услуг.

Таким образом, формула для расчета рентабельности производства может быть записана в следующем виде:

$$p_{\Pi} = \frac{\sum pq - \sum zq}{\sum zq}$$

Абсолютное изменение рентабельности производства в отчетном периоде по сравнению с базисным, или фактического уровня против планового, определяется следующим образом:

$$\Delta p_{\pi} = p_{\pi_1} - p_{\pi_0} = \frac{\sum p_1 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_0 - \sum z_0 q_0}{\sum z_0 q_0}$$

Исходя из данной формулы, изменение рентабельности производства складывается под влиянием следующих факторов:

а) в результате изменения цены реализации одной единицы продукции:

$$\Delta p_{\pi}(p) = \frac{\sum p_1 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1}$$

б) в результате изменения себестоимости производства и реализации единицы продукции:

$$\Delta p_{\pi}(z) = \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_1}$$

в) в результате изменения объема произведенной и реализованной продукции, работ, услуг:

$$\Delta p_{\pi}(q) = \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_1} - \frac{\sum p_0 q_0 - \sum z_0 q_0}{\sum z_0 q_0}$$

Между перечисленными показателями существует взаимосвязь:

$$\Delta p_{\pi} = p_{\pi_1} - p_{\pi_0} = \Delta p_{\pi}(p) + \Delta p_{\pi}(z) + \Delta p_{\pi}(q)$$

#### Пример 4

По предприятию известны данные о ценах, себестоимости и объеме реализации трех видов продукции:

Таблица 16.7

Вид продукции	Октябрь			Ноябрь		
	Объем реализации, ед.	Себестоимость производства одной единицы, тыс. р.	Цена реализации одной единицы, тыс. р.	Объем реализации, ед.	Себестоимость производства одной единицы, тыс. р.	Цена реализации одной единицы, тыс. р.
А	900	1,55	1,75	910	1,6	1,8
Б	1900	0,56	0,61	2000	0,57	0,62
В	54	10,6	11,85	50	11,0	12,0

Определить:

1. Прибыль от продаж и рентабельность производства продукции каждого вида и в целом всей продукции;
2. Динамику изменения показателей рентабельности производства;
3. Общее изменение рентабельности производства в результате влияния:
  - а) изменения цен;

- б) изменения удельной себестоимости;  
в) физического объема производства и реализации.  
Сформулировать выводы.

*Решение*

1. Величины прибыли от продаж и рентабельности производства оформить в табличной форме:

Таблица 16.8

Вид продукции	Общая себестоимость произведенной продукции, тыс. р. $zq$	Выручка от продаж, тыс. р. $pq$	Прибыль от продаж, тыс. р. $\Pi$	Рентабельность производства, $P_{\Pi}$
Октябрь				
А	1395	1575	180	0,129
Б	1064	1159	95	0,089
В	572,4	639,9	67,5	0,118
Итого	3031,4	3373,9	342,5	0,113
Ноябрь				
А	1456	1638	182	0,125
Б	1140	1240	100	0,088
В	550	600	50	0,091
Итого	3146	3478	332	0,106

2. Динамику изменения показателей рентабельности также представим в табличной форме:

Таблица 16.9

Вид продукции	Рентабельность продаж		Абсолютное изменение (+,-)
	Октябрь	Ноябрь	
А	0,129	0,125	-0,004
Б	0,089	0,088	-0,001
В	0,118	0,091	-0,027
Итого	0,113	0,106	-0,007

В ноябре можно наблюдать снижение рентабельности производства каждого без исключения вида продукции. Общее снижение рентабельности при выпуске и реализации всех видов продукции составило 0,007 пункта.

3. Снижение рентабельности сложилось под влиянием следующих факторов:

- а) фактора изменения цены единицы продукции:

$$\Delta p_{\pi}(p) = \frac{\sum p_1 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} = 0,106 - \frac{3405 - 3146}{3146} = 0,106 - 0,082 = 0,024$$

Изменение уровня цен на продукцию привело к росту рентабельности производства на 0,024 пункта.

б) фактора изменения себестоимости единицы продукции:

$$\Delta p_{\pi}(z) = \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_1} = 0,082 - \frac{3405 - 3060,5}{3060,5} = 0,082 - 0,113 = -0,031$$

Общее увеличение удельной себестоимости привело к снижению рентабельности на 0,031 пункта.

в) фактора изменения физического объема производства и реализации продукции:

$$\Delta p_{\pi}(q) = \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_1} - \frac{\sum p_0 q_0 - \sum z_0 q_0}{\sum z_0 q_0} = 0,113 - 0,113 = 0$$

Изменения, имевшие место в объемах реализации продукции, не повлекли за собой изменения уровня рентабельности продукции.

Таблица 16.10

Вспомогательная таблица

Вид продукции	$z_0 q_1$	$p_0 q_1$
А	1410,5	1592,5
Б	1120	1220
В	530	592,5
Итого	3060,5	3405

Проверка взаимосвязей:

$$\Delta p_{\pi} = p_{\pi_1} - p_{\pi_0} = \Delta p_{\pi}(p) + \Delta p_{\pi}(z) + \Delta p_{\pi}(q) = 0,106 - 0,113 = 0,024 + (-0,031) + 0 = -0,007$$

В статистической практике иногда приходится оценивать динамику изменения средней рентабельности производства нескольких видов продукции. Для этого применяют систему индексов, которая включает в себя, индекс переменного состава, индекс фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов. Расчет данных индексов осуществляется с помощью следующих формул:

1. Индекс переменного состава:

$$I_{п.с.} = \frac{\bar{p}_{\pi_1}}{\bar{p}_{\pi_0}} = \frac{\sum p_{\pi_1} \cdot d_1}{\sum p_{\pi_0} \cdot d_0}$$

где  $d$  – доля затрат на выпуск данного вида продукции в совокупных затратах на выпуск всей продукции.

2. Индекс фиксированного состава:

$$I_{\phi.c.} = \frac{\bar{p}_{\Pi_1}}{\bar{p}_{\Pi_{\text{усл}}}} = \frac{\sum p_{\Pi_1} \cdot d_1}{\sum p_{\Pi_0} \cdot d_1}$$

3. Индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{c.c.} = \frac{\bar{p}_{\Pi_{\text{усл}}}}{\bar{p}_{\Pi_0}} = \frac{\sum p_{\Pi_0} \cdot d_1}{\sum p_{\Pi_0} \cdot d_0}$$

### Пример 5

Известны следующие данные по промышленному предприятию:

Таблица 16.11

Вид продукции	Рентабельность производства, % ( $p_{\Pi}$ )		Общие затраты на выпуск всей продукции, млн р. ( $zq$ )	
	2012 год	2013 год	2012 год	2013 год
А	12,3	13,0	125,9	130,7
Б	8,6	8,4	65,2	65,0
Итого	-	-	191,1	195,7

Определить:

- Среднюю рентабельность выпускаемой продукции в 2012 и 2013 гг.;
- Общее изменение средней рентабельности всей продукции, в том числе

за счет:

- изменения рентабельности производства каждого вида продукции;
- изменения структуры общих затрат.

Сформулировать выводы.

Решение

- Средняя рентабельность производства составила:

$$2012 \text{ год: } \bar{p}_{\Pi_0} = \sum p_{\Pi_0} \cdot d_0 = 12,3 \cdot 0,659 + 8,6 \cdot 0,341 = 11,04\%$$

$$2013 \text{ год: } \bar{p}_{\Pi_1} = \sum p_{\Pi_1} \cdot d_1 = 13 \cdot 0,668 + 8,4 \cdot 0,332 = 11,47\%$$

где  $d = \frac{zq}{\sum zq}$ , например,  $d_0^A = \frac{z_0 q_0}{\sum z_0 q_0} = \frac{125,9}{191,1} = 0,659$ , а  $d_0^B = \frac{65,2}{191,1} = 0,341$  и т.д.

- Общее изменение средней рентабельности:

$$I_{\Pi.c.} = \frac{\bar{p}_{\Pi_1}}{\bar{p}_{\Pi_0}} = \frac{\sum p_{\Pi_1} \cdot d_1}{\sum p_{\Pi_0} \cdot d_0} = \frac{11,47}{11,04} = 1,039 (+3,9\%)$$

Средняя рентабельность производства выросла в 2013 году на 3,9 %. Такое изменение было обусловлено влиянием:

- изменения затрат на выпуск каждого вида продукции:

$$I_{\phi.c.} = \frac{\bar{p}_{\Pi_1}}{\bar{p}_{\Pi_{\text{усл}}}} = \frac{\sum p_{\Pi_1} \cdot d_1}{\sum p_{\Pi_0} \cdot d_1} = \frac{11,47}{12,3 \cdot 0,668 + 8,6 \cdot 0,332} = \frac{11,47}{11,07} = 1,036 (+3,6\%)$$

Изменение общей суммы затрат на выпуск каждого вида продукции позволило увеличить среднюю рентабельность производства на 3,6 %.

б) изменения структуры выпускаемой продукции:

$$I_{с.с.} = \frac{\bar{p}_{п_{усл}}}{\bar{p}_{п_0}} = \frac{\sum p_{п_0} \cdot d_1}{\sum p_{п_0} \cdot d_0} = \frac{11,07}{11,04} = 1,003 (+0,3\%)$$

Изменения в структуре выпускаемой продукции, привели к незначительному росту средней рентабельности производства всей продукции на 0,3 %.

Проверка наличия взаимосвязей между индексами:

$$I_{п.с.} = I_{ф.с.} \times I_{с.с.}$$

$$1,039 = 1,036 \times 1,003$$

### Задачи для самостоятельной работы

#### Задача 16.1

По предприятию известны следующие данные за два года:

Таблица 16.12

Вид продукции	Цена ед. реализованной продукции, р.		Себестоимость производства ед. продукции, р.		Объем реализации, тыс. ед.	
	2014	2015	2014	2015	2014	2015
А	200	205	170	176	12,5	13,0
Б	80	76	62	60	30,0	42,0
В	1500	1520	1210	1250	1,11	1,11

Определить:

1. Размер прибыли от продаж каждого вида продукции и в целом всей продукции;
2. Изменение размера прибыли в результате изменения цены и себестоимости единицы продукции, а также объема продаж.

Сформулировать выводы.

#### Задача 16.2

По данным статистической отчетности предприятия, известны следующие показатели, характеризующие финансовые результаты хозяйственной деятельности (тыс. р.):

Таблица 16.13

Показатели	Базисный год	Отчетный год
1. Себестоимость продукции, всего	193650	207110
в том числе по экономическим элементам расходов:		
- материальные расходы	102500	110850



Показатели	Базисный год	Отчетный год
- расходы на оплату труда и социальное обеспечение	52120	54190
- амортизация	9530	10070
- прочие расходы	29500	32000
2. Выручка от продаж продукции	356100	420080

*Определить:*

1. За каждый год:

а) размер прибыли от продаж;

б) показатели рентабельности продукции и рентабельности продаж;

2. Изменение в отчетном году по сравнению с базисным:

а) прибыли от продаж, в том числе за счет влияния отдельных факторов;

б) рентабельности продаж, в том числе за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

### **Задача 16.3**

По предприятию известны данные о выпуске трех видов продукции:

Таблица 16.14

	2014 год		2015 год	
	Рентабельность продукции, %	Себестоимость производства всего объема продукции, тыс. р.	Рентабельность продукции, %	Себестоимость производства всего объема продукции, тыс. р.
А	12,5	2500	12,6	2600
Б	15,2	3100	14,9	3000
В	14,0	10890	15,0	12110

*Определить* динамику изменения средней рентабельности производства продукции «А», «Б» и «В» вместе:

а) в результате изменения рентабельности и себестоимости каждого вида продукции;

б) в результате изменения рентабельности;

в) в результате изменения себестоимости каждого вида продукции.

Сформулировать вывод.

### **Задача 16.4**

Известны следующие данные по предприятию за два периода (тыс. р.):

Таблица 16.15

Показатель	По плану	По плановой цене и себестоимости единицы продукции и фактическому объему выпуска	Фактически
Выручка от реализации	45356	45152	44087
Полная себестоимость продукции	39519	39977	40123

Определить уровень выполнения плана по размеру прибыли от продаж, в том числе за счет влияния следующих факторов:

1. Изменения цен за единицу реализованной продукции;
2. Изменения себестоимости единицы реализованной продукции;
3. Изменения физического объема реализации;
4. Изменения структуры реализованной продукции.

Сформулировать вывод.

### Задача 16.5

Известны следующие данные за два месяца:

Таблица 16.16

Вид продукции	Рентабельность продукции, %		Себестоимость производства всего объема продукции, тыс. р.	
	январь	февраль	январь	февраль
А	10,6	11,2	10500	11000
Б	12,9	12,0	5600	5600
В	8,5	9,5	25880	30420
Г	15,1	13,9	14390	15700

Определить динамику изменения средней рентабельности продукции «А», «Б», «В» и «Г» вместе:

а) в результате изменения рентабельности и себестоимости каждого вида продукции;

б) в результате изменения рентабельности;

в) в результате изменения себестоимости каждого вида продукции. Сформулировать вывод.

### Задача 16.6

Имеются следующие данные по предприятию за два года:

Таблица 16.17

Показатели	Сумма, тыс. р.
1. Затраты на выпуск всей продукции	
а) прошлый год	68710
б) отчетный год	72070

Показатели	Сумма, тыс. р.
в) в объеме отчетного года по прошлогоднему уровню себестоимости	68990
2. Выручка от продаж	
а) прошлый год	73190
б) отчетный год	75940
в) в объеме отчетного года по прошлогоднему уровню цен	74380

*Определить:*

1. По данным за каждый год:

а) прибыль от продаж;

б) рентабельность производства и продаж;

2. Изменение в отчетном году по сравнению с прошлым:

а) прибыли от продаж, в том числе за счет влияния отдельных факторов;

б) рентабельности производства, в том числе за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать выводы.

### **Задача 16.7**

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 16.18

Вид продукции	2015 год			2016 год		
	Цена ед. реализованной продукции, р.	Себестоимость производства ед. продукции, р.	Объем реализации, тыс. ед.	Цена ед. реализованной продукции, р.	Себестоимость производства ед. продукции, р.	Объем реализации, тыс. ед.
А	50	40	150	55	45	140
Б	850	740	7,8	830	720	8,5
В	2550	2150	0,6	2600	2150	0,65
Г	210	170	26,1	212	175	28,0

*Определить:*

1. Рентабельность производства продукции каждого вида;

2. Изменение рентабельности в 2016 по сравнению с 2015 гг., в том числе за счет:

а) изменения цены продукции;

б) изменения уровня себестоимости продукции;

в) изменения физического объема реализации продукции.

Сформулировать выводы.

### **Задача 16.8**

По предприятию известны данные за два квартала (тыс. р.):

Таблица 16.19

Показатель	I квартал	II квартал
1. Выручка от продаж	36720	41030
2. Производственная себестоимость	24960	25180
3. Коммерческие расходы	4840	5870
4. Управленческие расходы	3050	4600

*Определить:*

1. По данным за I и II квартал: а) прибыль от продаж; б) рентабельность продаж; в) рентабельность производства;

2. Изменение прибыли в результате изменения во II квартале по сравнению с I кварталом: а) выручки; б) производственной себестоимости; в) коммерческих расходов; г) управленческих расходов;

3. Изменение рентабельности продаж во II квартале по сравнению с I кварталом, за счет изменения: а) показателя емкости производственных затрат; б) показателя емкости коммерческих расходов; г) показателя емкости управленческих расходов;

Сформулировать вывод.

### **Задача 16.9**

По предприятию известны следующие плановые и фактические показатели:

Таблица 16.20

Вид продукции	Цена ед. реализованной продукции, тыс. р.		Себестоимость производства ед. продукции, тыс. р.		Объем реализации, шт.	
	план	факт	план	факт	план	факт
А	3,5	3,6	3,1	3,1	2000	2100
Б	1,2	1,2	0,75	0,8	18000	20000

*Определить:*

1. Среднюю рентабельность производства всей продукции по плану и фактически;

2. Процент выполнения плана по средней рентабельности производства с помощью:

а) индекса переменного состава;

б) индекса фиксированного состава;

в) индекса влияния структурных сдвигов.

Сформулировать выводы.

### **Задача 16.10**

По предприятию известны следующие данные:

Таблица 16.21

Показатель	По плану, млн р.	Фактически	
		В том числе по плановой себесто- имости и цене, млн р.	млн р.
Выручка от реализации	16,30	16,62	16,74
Полная себестоимость продукции	14,50	14,59	14,95
Прибыль от продаж	1,8	2,03	1,7

Определить уровень выполнения плана по размеру прибыли от продаж, в том числе за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

### Задача 16.11

Имеются данные по предприятию:

Таблица 16.22

Вид продук- ции	Выпущено про- дукции, тыс. шт.		Себестоимость единицы продук- ции, тыс. р.		Оптовая цена еди- ницы продукции, тыс. р.	
	план	факт	план	факт	план	факт
А	5	5,5	1,7	1,8	2,1	2,2
Б	0,9	1,1	5,2	5,4	5,8	5,8

Определить:

1. Величины выручки, общей себестоимости и прибыли от продаж;
2. Изменение величины прибыли, в том числе:

- а) за счет изменения удельных затрат;
- б) за счет изменения физического объема выпуска продукции;
- в) за счет изменения ассортимента выпускаемой продукции.

Сформулировать вывод.

### Задача 16.12

Имеются следующие данные по предприятию:

Таблица 16.23

	2015 год		2016 год	
	Рентабель- ность про- дукции, %	Себестоимость производства про- дукции, тыс. р.	Рентабель- ность продук- ции, %	Себестоимость производства про- дукции, тыс. р.
А	8,4	14322	9,0	16025
Б	11,6	8751	11,9	8099
В	13,0	29144	12,7	30222
Г	12,9	10455	12,9	10963

*Определить* динамику изменения средней рентабельности производства всей продукции:

1. В результате изменения рентабельности и себестоимости каждого вида продукции;

2. В результате изменения рентабельности;

3. В результате изменения себестоимости каждого вида продукции.

Сформулировать вывод.

### **Контрольные вопросы**

1. Какие виды прибыли вы знаете? Как они определяются?

2. Чем прибыль от продаж отличается от чистой прибыли организации?

3. Раскройте методику проведения факторного анализа изменения размера прибыли от продаж, в результате изменения цены и себестоимости единицы реализованной продукции и объема реализации.

4. Каким образом проводится факторный анализ изменения прибыли от продаж в результате влияния изменения экономических элементов расходов?

5. Каким образом классифицируются показатели рентабельности? Поясните.

6. Раскройте особенности расчета рентабельности продаж и рентабельности производства продукции.

7. Раскройте методику проведения факторного анализа изменения рентабельности продаж, за счет влияния экономических факторов первого порядка.

8. Каковы особенности проведения факторного анализа изменения рентабельности производства за счет изменения цены и себестоимости единицы продукции, а также изменения физического объема реализации?

9. Как определяется средняя рентабельность производства разнородной продукции?

10. Под влиянием каких факторов изменяется уровень средней рентабельности производства? Запишите.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бабурин В.Т. Общая теория статистики. Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности : учеб. для вузов / В.Т. Бабурин., И.А. Ионсен, М.П. Федоров, О.Э. Башина, А.А. Спирин. – М. : Финансы и статистика. – 2007. – 440 с.
2. Бабурин В.Т., Ионсен И.А., Федоров М.П., Башина О.Э., Спирин А.А. Общая теория статистики. Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности : учеб. для вузов. – М. : Финансы и статистика. – 2007. – 440 с.
3. Бурцева С.А. Статистика финансов : учеб. для вузов. Рек. УМО по образованию в обл. финансов, учета и мировой экономики / С.А. Бурцева. – М. : Финансы и статистика, – 2004. – 287 с.
4. Гинзбург А.И. Статистика : учеб. пособие / А.И. Гинзбург. – СПб. : Питер. – 2007. – 125 с.
5. Громыко Г.Л. Теория статистики : практикум / Г.Л. Громыко. – М. : ИНФРА-М. – 2006. – 204 с.
6. Егорова И.И. Статистика : учеб. для вузов / И.И. Егорова, С.В. Курышева, О.Н. Никифоров, И.И. Елисеева – М. : Проспект : Велби. – 2005 – 444 с.
7. Елисеева И.И. Общая теория статистики : учеб. для вузов / И.И. Елисеева, М.М. Юзбашев. – М. : Финансы и статистика. – 2006. – 655 с.
8. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики : учеб. для вузов. – М. : Финансы и статистика. – 2006. – 655 с.
9. Ефимова М.Р. Общая теория статистики : учеб. для вузов / Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. – М. : ИНФРА-М. – 2007. – 413 с.
10. Ефимова М.Р. Практикум по общей теории статистики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ефимова М.Р. – Электрон. Текстовые дан. – М. : Финансы и статистика, 2011. – 369 с. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/book/85079/>.
11. Ефимова М.Р., Ефимова М.Р. Общая теория статистики : учеб. для вузов / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : ИНФРА-М, 2007. – 413 с.
12. Курс социально-экономической статистики / под ред. проф. М.Г. Назарова. – учебник. 8-е издание. М. : Омега-Л, 2010 – 1016 с.;
13. Лялин В.С. Статистика: теория и практика в Excel : учеб. пособие для вузов / В.С. Лялин, И.Г. Зверева, Н.Г. Никифорова. – М. : Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2010. – 448 с.
14. Малых Н.И. Статистика. В 2 т. Том 2. Социально-экономическая статистика: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н.И. Малых. – М. : Издательство Юрайт, 2018. – 473 с.
15. Минашкин В.Г. Теория статистики : учеб. для вузов / В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова, Р.А. Шмойлова, Е.Б. Шувалова. – М. : Финансы и статистика. – 2006. – 655 с.

16. Назаров М.Г. Курс социально-экономической статистики / под ред. М.Г. Назарова. – М. : Издательство Омега-Л, 2010. – 1013 с.
17. Общая теория статистики : учеб. для вузов: рек. м-вом образования и науки РФ / М.Г. Назаров [и др.]; под ред. М.Г. Назарова – 2-е изд. стер. – М. : Омега-Л, 2011. – 410 с.
18. Общая теория статистики : практикум / М.Р. Ефимова [и др.]. Под ред. М.Р. Ефимовой – 4-е изд., пер. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2016 – 355 с.
19. Салин В.Н., Шпаковская Е.П. Социально-экономическая статистика: Практикум : учеб. пособие / под ред. В.Н. Салина, Е.П. Шпаковской. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 192 с.
20. Слуцкий Е.Е. Экономические и статистические произведения – Selected Works in Economics and Statistics : избранное / Е.Е. Слуцкий ; пер. с англ. . нем., фр., итал., науч. ред. и отв. сост. тома П.Н. Клюкин ; ред. совет тома: Автономов В.С. [и др.]. – М. : Эксмо, 2010. – 1151 с.
21. Социально-экономическая статистика. Практикум / Н.М. Гореева, Л.Н. Демидова, Л.М. Клизогуб, С.А. Орехов; под ред. д-ра экон. наук, проф. С.А. Орехова. – М. : Эксмо, 2007. – 384 с.
22. Статистика: учебник для прикладного бакалавриата / под ред. И.И. Елисеевой. – М. : Издательство Юрайт, 2018. – 361 с.
23. Статистика : учеб.-практ. пособие / под ред. М.Г. Назарова. 2-е изд., стер. – М. : КНОРУС, 2006. – 110 с.
24. Хамуева И.Ф. Статистика-2 : практикум / сост. И.Ф. Хамуева. – Иркутск : Изд-во БГУЭП, 2003. – 199 с.
25. Шмойлова Р.А., Минашкин В.Г., Садовникова Н.А., Шувалова Е.Б. Теория статистики : учебник. – М. : Финансы и статистика, 2014. – 656 с.



Учебное издание

**Багайников** Михаил Логинович

# **СТАТИСТИКА**

Учебное пособие

Издается в авторской редакции

ИД № 06318 от 26.11.01.  
Подписано в пользование 17.04.18.

Издательство Байкальского государственного университета.  
664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11.

<http://bgu.ru>.