

М.Л. Багайников

СТАТИСТИКА

Практикум

В двух частях

Часть 1

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Байкальский государственный университет

М.Л. Багайников

СТАТИСТИКА

Практикум

В двух частях

Часть 1

Иркутск
Научное издательство БГУ
2020

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73
Б14

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Байкальского государственного университета

Рецензенты: канд. экон. наук, доц. Б.Ж. Тагаров
канд. экон. наук, доц. С.А. Малютина

Багайников М.Л.

Б14 Статистика : практикум. В 2 ч. Ч. 1 / М.Л. Багайников. – Иркутск :
Науч. изд-во БГУ, 2020. – 174 с. – URL: <http://lib-catalog.bgu.ru>.

Включает в себя теоретические основы дисциплины «Статистика» в ее общей теоретической части, задачи, методические указания по ее освоению, решение типовых задач и тесты, вопросы для самоконтроля. Содержание заданий основано на данных официальной статистики, материалах исследований и условных данных.

Для обучающихся по экономическим специальностям.

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73

© Багайников М.Л., 2020
© Научное издательство БГУ, 2020

Оглавление

Предисловие.....	4
Тема 1. Статистическое наблюдение.....	5
Задания для самостоятельной работы	6
Тема 2. Сводка и группировка данных статистического наблюдения	11
Задания для самостоятельной работы	17
Тема 3. Статистические таблицы.....	30
Задания для самостоятельной работы	32
Тема 4. Абсолютные и относительные статистические величины	34
Задания для самостоятельной работы	39
Тема 5. Средние величины	53
Задания для самостоятельной работы	60
Тема 6. Показатели вариации.....	73
Задания для самостоятельной работы	80
Тема 7. Выборочное наблюдение	95
Задания для самостоятельной работы	104
Тема 8. Статистический анализ рядов динамики.....	119
Задания для самостоятельной работы	133
Тема 9. Экономические индексы	148
Задания для самостоятельной работы	157
Список рекомендуемой литературы.....	173

Предисловие

Статистика представляет собой научную дисциплину, исследующую количественную характеристику массовых социальных и экономических явлений и процессов с целью выявления в них качественных характеристик и закономерностей.

В общем смысле экономическая статистика включает общую теорию статистики, разрабатывающую методологию, методы, приемы и способы сбора, обработки, анализа и интерпретации статистических данных, экономическую статистику, в которой основное внимание уделяется количественной оценке экономического развития, состояния и развития экономики предприятий, регионов и экономики в целом, и социальную статистику, дающую количественную характеристику демографического уровня развития страны и регионов, уровня жизни населения, состояния и развития социальной сферы, и отраслевую статистику, изучающую экономические процессы, протекающие в каждой конкретной отрасли.

Целью изучения данной учебной дисциплины является раскрытие системы основных статистических показателей, отражающих состояние и развитие социально-экономических явлений и процессов в обществе.

Практикум подготовлен в соответствии с программой курса, разработанной по требованию государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования.

В практикуме представлены основные темы курса «Статистика-1»: статистическое наблюдение, сводка и группировка статистических данных и построение рядов распределения, относительные и средние величины, показатели вариации, выборочное наблюдение, ряды динамики, индексный анализ.

При рассмотрении каждой темы сначала дается краткое пояснение к используемой системе показателей и демонстрируется методика решения типовых задач соответствующих разделов, а затем проводится интерпретация полученных в ходе расчетов результатов. Также в работе содержатся контрольные вопросы для самопроверки и задачи для самостоятельного решения по каждой теме.

В задачах используются как условные цифровые значения, так и значения, которые основаны на реальных данных официальных статистических сборников РФ и ее регионов.

Тема 1. Статистическое наблюдение

Статистическое наблюдение – это первый этап любого статистического исследования, представляющий собой научно организованный по единой программе учет и сбор фактов, характеризующих явления и процессы общественной жизни.

Процесс проведения статистического наблюдения включает следующие этапы:

- подготовка наблюдения; проведение массового сбора данных;
- подготовка данных к автоматизированной обработке;
- контроль качества получаемых данных;
- разработка предложений по совершенствованию данного исследования.

Цель статистического наблюдения – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов. Цель и задачи наблюдения определяют его программу и формы организации.

Объект статистического наблюдения – статистическая совокупность, в которой протекают исследуемые социально-экономические явления и процессы.

Единица наблюдения – составной элемент объекта, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации.

Программа наблюдения – это перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения. К программе статистического наблюдения предъявляются следующие требования: она должна содержать существенные признаки, непосредственно характеризующие изучаемое явление, его тип, основные черты и свойства.

Критический момент (дата) или момент счета – это конкретный день года, час дня, по состоянию на который должна быть проведена регистрация признаков по каждой единице исследуемой совокупности. Так, моментом счета населения во Всероссийской переписи населения 2020 г. будет следующая дата: 0 часов 31 октября 2020 г.

Период наблюдения – это время, в течение которого происходит заполнение статистических формуляров, т.е. время, необходимое для проведения массового сбора данных. Он определяется исходя из объема работы и численности персонала, занятого сбором информации. Период наблюдения не должен далеко отстоять от критического момента во избежание снижения достоверности получаемых данных.

Различают следующие организационные формы статистического наблюдения:

1. Статистическая отчетность (предприятий, организаций, учреждений и т.п.). Статистическая отчетность делится на типовую и специализированную.
2. Специально организованное статистическое наблюдение (переписи, единовременные учеты и обследования). Данный вид наблюдения проводится для получения сведений, отсутствующих в отчетности, или для проверки ее данных.

Виды статистического наблюдения классифицируются по следующим признакам:

1. Времени регистрации фактов. По данному признаку наблюдение бывает непрерывным (текущим), периодическим и единовременным.

2. Охвату единиц совокупности. В данном случае выделяют сплошное и не сплошное наблюдение. При сплошном наблюдении информация собирается обо всех единицах исследуемой совокупности. В случае не сплошного наблюдения сведения собирают не обо всех единицах совокупности, а лишь некоторой их части, отобранной определенным образом.

К не сплошному наблюдению относят следующее. Способ основного массива как один из видов не сплошного наблюдения характеризуется тем, что отбирают наиболее крупные единицы наблюдения, в которых сосредоточена значительная доля всех подлежащих изучению фактов (например, обследование конъюнктуры торговых оборотов и цен на городских рынках).

Выборочным наблюдением является такое, при котором характеристика всей совокупности дается по некоторой ее части, отобранной в случайном порядке. Случайность отбора единиц гарантируется независимостью результатов выборки от воли лиц, ее производящих. Таким образом, результат выборки освобождается от тенденциозных ошибок. Возникающие же случайные ошибки выборки можно определить с помощью теорем закона больших чисел и надлежащей организацией наблюдения свести их к допустимому минимуму.

Монографические описание применяют для подробного изучения единичных, но типичных объектов, например отдельных предприятий.

К способам статистического наблюдения относят непосредственное наблюдение, документальный учет фактов и опрос.

После получения статистических формуляров следует провести проверку полноты и качества собранных данных, т.е. того, насколько полно объект охвачен наблюдением (иначе говоря, обо всех ли единицах исследования собраны сведения). Контроль качества материала осуществляется с помощью логического и арифметического контроля.

Задания для самостоятельной работы

Задача 1.1

Составьте перечень наиболее существенных признаков следующих единиц статистического наблюдения:

- 1) фермерских хозяйств (исследование предприятий сельского хозяйства в отдельной области);
- 2) жилых домов (исследование жилищного фонда в городе);
- 3) высших учебных заведений города.

Задача 1.2

Сформулируйте определение цели, объекта и единицы наблюдения и разработайте программу обследования:

- 1) почтовых отделений связи;
- 2) торговых предприятий;
- 3) учреждений здравоохранения;
- 4) автозаправочных станций.

Задача 1.3

С целью разработки региональной программы занятости населения и создания новых рабочих мест в населенных пунктах региона (Иркутской области) необходимо провести специальное обследование. Для этого требуется определить:

- 1) объект и единицу наблюдения;
- 2) признаки и перечень показателей, подлежащие регистрации;
- 3) вид и способ наблюдения;
- 4) разработать макет формуляра и инструкцию к его заполнению;
- 5) составить организационный план обследования;
- 6) смоделировать наблюдение и результаты его представить в виде таблиц.

Задача 1.4

Составьте программно-методологические вопросы статистического наблюдения предприятий малого бизнеса региона с целью разработки органами государственной власти на местном уровне программы по развитию малого предпринимательства.

Задача 1.5

Составьте бланк анкетного опроса покупателей магазинов бытовой техники с целью изучения спроса и конъюнктуры на этом рынке.

Задача 1.6

Приведите перечень показателей, которыми можно охарактеризовать при статистическом обследовании:

- 1) население;
- 2) рынок труда;
- 3) рынок товаров и услуг;
- 4) финансовые рынки.

Тесты для самоконтроля

1. Объект статистического наблюдения – это:

- а) единица наблюдения;
- б) статистическая совокупность;
- в) единица статистической совокупности;
- г) отчетная единица.

2. Субъект, от которого поступают данные в ходе статистического наблюдения, называется:

- а) единицей наблюдения;
- б) единицей статистической совокупности;
- в) отчетной единицей.

3. Перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения, называется:

- а) статистическим формуляром;
- б) программой наблюдения;
- в) инструментарием наблюдения.

4. Статистическая отчетность – это:

- а) вид статистического наблюдения;
- б) способ статистического наблюдения;
- в) форма статистического наблюдения.

5. Расхождение между расчетными значениями и действительным значением изучаемых величин называется:

- а) ошибкой наблюдения;
- б) ошибкой регистрации;
- в) ошибкой репрезентативности.

6. Видом не сплошного наблюдения не является:

- а) монографическое;
- б) основного массива;
- в) корреспондентский.

7. К способу формирования выборочной совокупности не относится:

- а) технический;
- б) механический;
- в) случайный.

8. Под объектом статистического наблюдения понимается:

- а) перечень вопросов и признаков, по которым собираются сведения;
- б) социально-экономические процессы и явления в обществе;
- в) набор анкет, формуляров, бланков, подлежащих заполнению.

9. Организационные вопросы статистического наблюдения включают определение:

- а) места, времени, формы, вида, способа наблюдения;
- б) цели, объекта, единицы и программы наблюдения.

10. Программа статистического наблюдения – это:

- а) план статистического наблюдения;
- б) перечень вопросов, на которые необходимо получить ответы в процессе проведения наблюдения;
- в) совокупность работ, которые необходимо провести в процессе наблюдения;
- г) перечень ответов, получаемых в результате статистического наблюдения.

11. Единица наблюдения может быть одновременно и единицей совокупности:

- а) да;
- б) нет;

12. По времени регистрации фактов различают статистическое наблюдение:

- а) прерывное;
- б) непрерывное;
- в) сплошное.

13. По полноте охвата единиц совокупности различают наблюдение:

- а) не сплошное;
- б) периодическое;
- в) сплошное;
- г) единовременное.

14. К видам не сплошного наблюдения относятся:

- а) выборочное;
- б) основного массива;
- в) монографическое;
- г) документальное.

15. По степени охвата единиц совокупности перепись населения страны является наблюдением:

- а) сплошным;
- б) выборочным;
- в) монографическим;
- г) основного массива.

16. По учету фактов во времени перепись населения является наблюдением:

- а) единовременным;
- б) периодическим;
- в) текущим.

17. Организационной формой наблюдения естественного движения населения (рождаемости и смертности) является:

- а) специально организованное наблюдение;
- б) статистическая отчетность;
- в) непосредственное наблюдение.

18. Опрос как способ статистического наблюдения может быть:

- а) экспедиционным;
- б) корреспондентским;
- в) анкетным;
- г) саморегистрации;
- д) монографическим.

19. Единицей совокупности при проведении переписи предприятий сферы услуг региона является:

- а) предприятие сферы услуг;
- б) основные фонды предприятий сферы услуг региона;
- в) численность работников на предприятиях сферы услуг региона.

20. Организационные вопросы статистического наблюдения включают определение:

- а) места, времени, формы, вида, способа наблюдения;
- б) цели, объекта, единицы и программы наблюдения.

Контрольные вопросы

1. Что такое статистическое наблюдение и каковы этапы его проведения?
2. Охарактеризуйте программно-методологические вопросы статистического наблюдения.
3. Какие характерные черты присущи статистическому наблюдению?
4. Что является целью статистического наблюдения и как определяется объект наблюдения?
5. В каких формах осуществляется наблюдение?
6. На какие виды подразделяется наблюдение по времени регистрации и по степени охвата единиц наблюдения?
7. Какие способы наблюдения используются при сборе данных?
8. Какими причинами могут быть вызваны ошибки статистического наблюдения?
9. В чем состоят организационные вопросы статистического наблюдения?
10. Что означает точность наблюдения?

Тема 2. Сводка и группировка данных статистического наблюдения

Собранный в процессе статистического наблюдения материал нуждается в обработке и систематизации, т.е. сведениях разрозненных данных воедино.

Сводка – второй этап статистического исследования. Представляет собой научно организованную обработку материалов наблюдения, их систематизацию и группировку, составление таблиц, получение производных (относительных и средних величин) и итоговых показателей.

Сводка бывает простой и сложной. Простая сводка – это подсчет общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Проведение сложной сводки осуществляется следующим образом:

- выбор группировочного признака;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

Статистическая сводка осуществляется по программе, которая разрабатывается до сбора статистической информации. Программа сводки в первую очередь включает определение групп и подгрупп, таким образом, статистическая сводка осуществляется методом группировки.

Группировка – метод обработки и анализа статистических данных, при котором статистическая совокупность явлений расчленяется на однородные по отдельным признакам группы и подгруппы.

С помощью группировки изучается состав и структура совокупности и взаимосвязь между явлениями и процессами.

Основными задачами метода группировок является выбор группировочного признака, определение интервала группировки и расчет числа групп. Под группировочным признаком понимают признак, по которому происходит объединение отдельных единиц совокупности в однородные группы.

В зависимости от количества положенных в основу группировки признаков, различают простую группировку, когда в основе лежит только один группировочный признак и многомерную группировку, когда в основе лежат два и более группировочных признаков.

Построение группировки начинается с определения одного или нескольких группировочных признаков. Группировочным признаком могут быть как качественные, так и количественные признаки. Первые отражают состояние единицы совокупности (пол человека, семейное положение, форма собственности или организационно-правовая форма предприятия и т.д.), вторые имеют числовые характеристики (возраст человека, доход семьи, объем производства и т.д.).

После определения основания группировки следует решить вопрос о количестве групп, которое зависит от задачи исследования и вида признака, по-

ложенного в основание группировки, численности совокупности, степени вариации признака.

После выявления числа групп следует определить интервал группировки. Его величина представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервал очерчивает количественные границы групп. Чаще всего он представляет собой промежуток между максимальными и минимальными значениями признака в группе.

Для выбора оптимальной величины интервала в больших совокупностях применяют формулу Стерджесса:

1. Если количество групп (интервалов) известно, то используется

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k},$$

где x_{\max} , x_{\min} – наибольшее и наименьшее значения признака; k – число групп (интервалов).

2. Если количество групп не определено, то применяется

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg N},$$

где N – число единиц (объем) совокупности.

Либо применяется

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2 \ln N}.$$

Число групп зависит от уровня колеблемости группировочного признака, т.е. чем значительнее вариация (колеблемость) признака, тем больше должно быть групп.

Рассмотрим примеры группировки путем построения ряда распределения (вариационного ряда).

Пример 1

Имеются данные об успеваемости 40 студентов по результатам экзамена (табл. 2.1).

Таблица 2.1

3	2	4	4	3	5	4	3
5	4	4	3	2	4	3	3
3	4	4	5	5	2	3	4
4	4	5	3	4	4	3	3
3	3	4	5	2	3	4	4

Задание: построить дискретный вариационный ряд.

Для того чтобы построить вариационный ряд, необходимо выписать все значения признака по возрастанию, а затем определить, сколько студентов относится к той или иной группе (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Экзаменационные оценки, x_i	Численность студентов, f_i
2	4
3	14
4	16
5	6
Всего	40

Таким образом, мы построили дискретный (прерывистый) вариационный ряд, у которого вариантами выступают экзаменационные оценки, а частотами – численность студентов.

Теперь рассмотрим проведение группировки, путем построения интервального вариационного ряда с помощью формулы Стерджесса.

Пример 2

Имеются данные о численности персонала 45 предприятий малого и среднего бизнеса региона (табл. 2.3).

Таблица 2.3

15	48	23	10	70	56	12	33	36
37	18	65	33	39	30	46	51	29
40	58	37	24	21	49	41	54	53
18	38	29	44	56	21	37	47	69
46	54	45	39	49	32	50	40	35

Задание:

1. Построить интервальный вариационный ряд, разбив статистическую совокупность на четыре равновеликие группы (интервалы).

2. Построить интервальный вариационный ряд, если количество групп неизвестно.

Решение:

1. Для определения величины групп используем формулу

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{70 - 10}{4} = 15 \text{ чел.}$$

Построим ряд распределения (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Численность персонала, x_i	Количество предприятий, f_i
10–25	9
25–40	16
40–55	15
55–70	5
Всего	45

Таким образом, мы получили четыре равных по численности персонала интервала (группы) с разными частотами (количество предприятий).

2. Определение оптимальной величины групп осуществляется следующим образом:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \cdot \lg N} = \frac{70 - 10}{1 + 3,322 \cdot \lg 45} \approx 10 \text{ чел.}$$

Построим ряд распределения (табл. 2.5).

Таблица 2.5

Численность персонала, x_i	Количество предприятий, f_i	Кумулятивный итог, S_i
10–20	5	5
20–30	7	12
30–40	13	25
40–50	10	35
50–60	7	42
60–70	3	45
Всего	45	–

В результате применения данной формулы мы получили оптимальное количество групп предприятий по численности персонала, равное шести.

Ряды распределения также можно изобразить с помощью графика. Для этого можно использовать полигон – по дискретным рядам, и гистограмму – по интервальным рядам (рис. 2.1 и 2.2).

Полигон и гистограмма строятся по двумерной системе координат, по оси абсцисс которой отражаются значения вариантов, а по оси ординат – значения частот.

На рис. 2.1 представлен полигон распределения 40 студентов по полученным экзаменационным баллам.

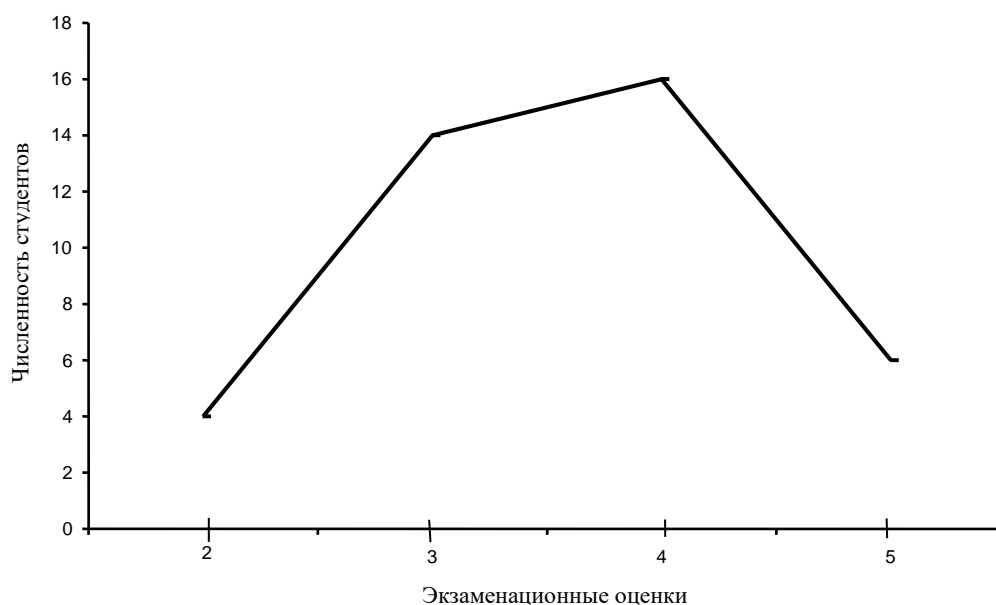


Рис. 2.1. Полигон распределения численности студентов

По интервальному вариационному ряду можно построить гистограмму распределения (рис. 2.2).

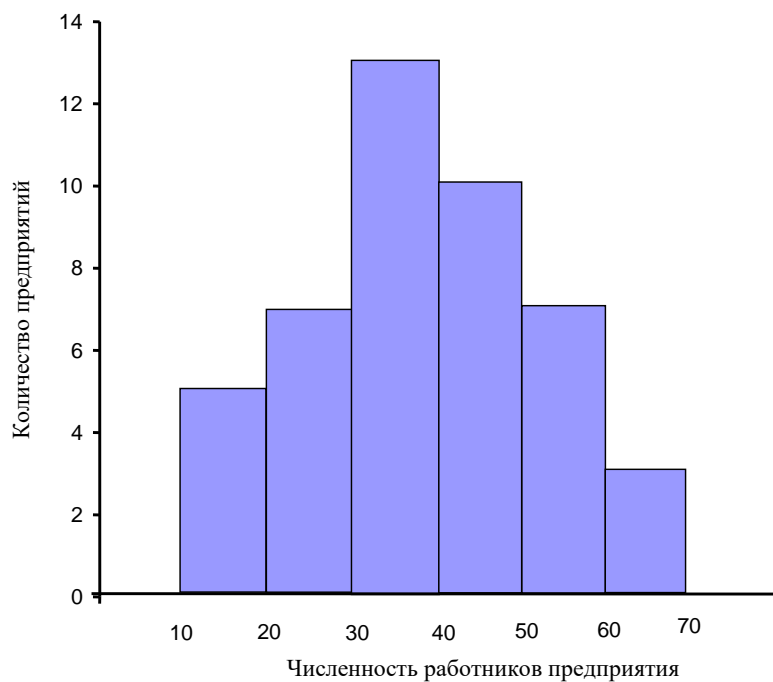


Рис. 2.2. Гистограмма распределения количества предприятий по численности персонала

По накопленным частотам (кумулятивным итогам) строится кумулята распределения. Кумулята показывает степень интенсивности нарастания частот (частостей) из группы в группу. Для построения кумуляты необходимо определить сумму накопленных частот и отразить их на оси ординат (рис. 2.3).

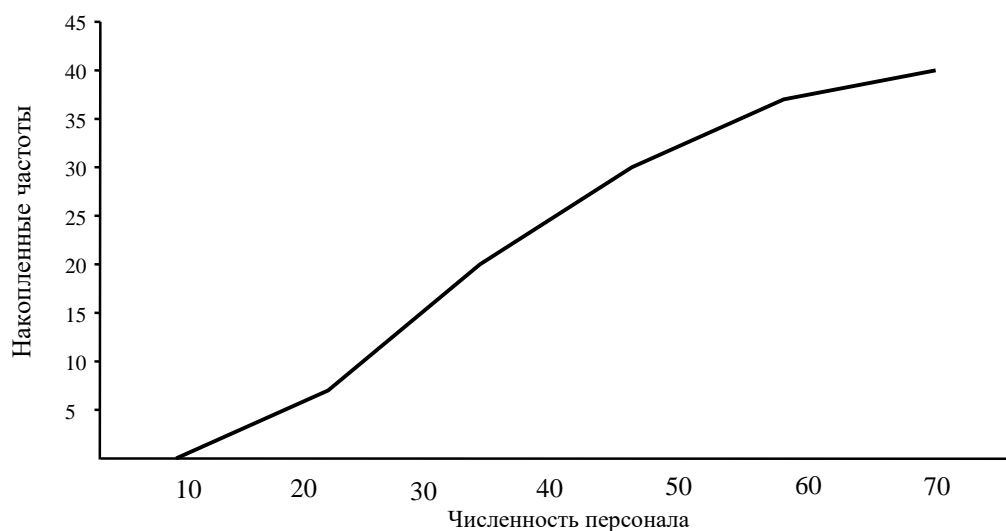


Рис. 2.3. Кумулята распределения количества предприятий по численности персонала

Кроме того, по рядам распределения можно оценить степень неравномерности распределения суммарного (кумулятивного) показателя между единицами групп. Для этого используется кривая концентрации Лоренца.

Для построения кривой концентрации Лоренца необходимо, чтобы распределение единиц совокупности и распределение суммарного показателя были представлены в единых относительных величинах, т.е. в долях или процентах. После этого следует рассчитать накопленные (кумулятивные) итоги.

Для непосредственного построения данной кривой на двумерной координатной оси строится квадрат 100×100 , если измерять в процентах, и 1×1 , если в долях. На оси абсцисс откладываем значения единиц совокупности, а на оси ординат – значения суммарного показателя. Для каждой пары значений накопленных сумм находим точку пересечения перпендикуляров, а затем по этим точкам вычерчиваем кривую Лоренца.

Пример 3

Имеются данные о распределении общего объема денежных доходов населения страны между 20%-ными группами населения по уровню дохода (табл. 2.6).

Таблица 2.6

Группа населения по уровню доходов	Численность населения, % к итогу	Доля общего объема доходов по группам, % к итогу	Кумулятивные итоги	
			доли численности населения	доли общего объема доходов
1	2	3	4	5
I	20	5,3	20	5,3
II	20	9,8	40	15,1
III	20	13,2	60	28,3
IV	20	24,6	80	52,9
V	20	47,1	100	100,0
Итого	100	100,0	—	—

Задание: построить кривую концентрации Лоренца.

Решение.

В гр. 4 и 5 рассчитаем кумулятивные итоги численности населения и доли общего дохода по группам. Затем на координатной оси построим квадрат 100×100 , по горизонтали которого разместим значения накопленных сумм численности населения, а по вертикали – значения накопленных сумм доли общего объема доходов.

По точкам пересечения отдельных значений накопленного итога доли численности населения и накопленного итога доли общего объема доходов плавно проведем линию (пунктирная линия на рис. 2.4) и получим кривую концентрации доходов.

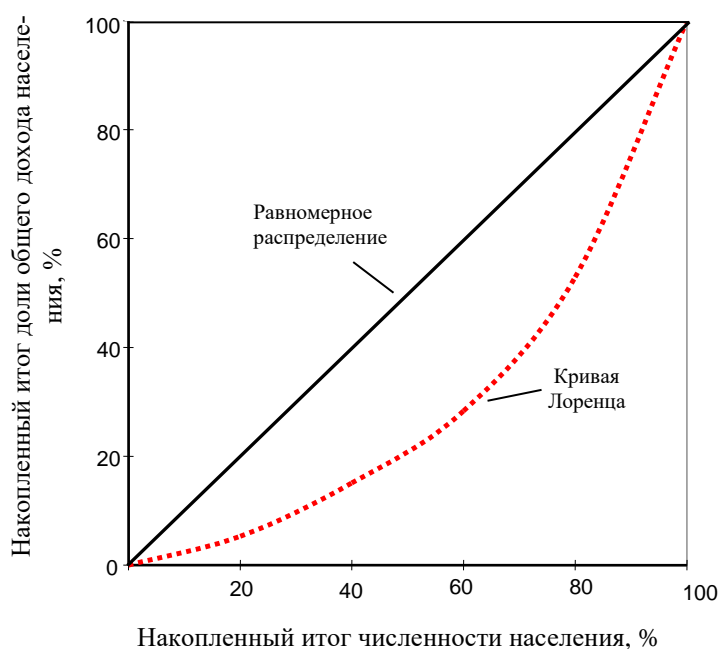


Рис. 2.4. Кривая Лоренца для отражения распределения совокупных доходов между группами населения

Задания для самостоятельной работы

Задача 2.1

В результате выборочного обследования 50 домохозяйств с целью выявления количества членов семьи были получены следующие данные (табл. 2.7).

Таблица 2.7

2	5	3	7	2	3	4	4	6	6
3	4	5	5	2	6	3	5	4	2
4	3	5	6	3	4	5	2	5	5
6	4	3	3	3	2	5	4	6	4
3	5	4	6	2	3	4	4	5	2

По данным табл. 2.7 требуется:

1. Построить дискретный вариационный ряд – распределение 50 домохозяйств по численности членов семьи.
2. Полученный ряд распределения изобразить графически с помощью полигона распределения, а по накопленным частотам с помощью кумуляты распределения.

Задача 2.2

По предприятиям малого и среднего бизнеса региона имеются данные за первое полугодие текущего года (табл. 2.8).

Таблица 2.8

Порядковый номер предприятия	Объем произведенной продукции, млн р.	Средняя за полугодие численность персонала предприятия, чел.
1	23,1	26
2	44,0	32
3	18,9	16
4	19,3	20
5	27,2	22
6	33,3	18
7	39,1	31
8	47,4	40
9	50,5	29
10	22,7	14
11	45,2	36
12	29,0	13
13	36,8	26
14	20,2	11
15	19,9	14
16	21,2	10
17	37,7	25
18	32,2	23
19	24,8	20
20	27,1	26

По данным табл. 2.8 требуется:

1. Провести группировку предприятий (путем построения ряда распределения) по объему произведенной продукции, выделив четыре группы с равными интервалами.

2. По каждой полученной группе и в целом определить: 1) число предприятий; 2) суммарную и среднюю численность персонала (в среднем на одно предприятие); 3) суммарный и средний объем продукции; 4) объем произведенной продукции в среднем на одного работника.

Результаты оформить в виде статистической таблицы и сформулировать вывод.

Задача 2.3

По данным табл. 2.8 произвести группировку предприятий по численности персонала, разбив совокупность на три равновеликие группы. По каждой группе и в целом определить: 1) численность предприятий; 2) суммарный и средний объем произведенной продукции; 3) суммарную и среднюю численность персонала; 4) объем продукции в среднем на одного работника.

Результаты оформить в виде статистической таблицы и сформулировать вывод.

Задача 2.4

Имеются данные о величине месячной заработной платы (тыс. р.) 40 рабочих одного из промышленных предприятий региона (табл. 2.9).

Таблица 2.9

14,6	12,9	18,0	10,5	15,7	15,2	16,8	17,4
14,1	14,7	13,0	16,0	17,8	17,6	18,9	12,0
11,3	15,5	16,0	16,3	14,0	13,8	15,8	18,8
16,2	13,3	12,5	18,1	15,7	14,6	13,1	12,2
10,0	15,8	17,3	12,9	13,1	11,0	15,4	13,0

По данным табл. 2.9 требуется:

1. Построить интервальный вариационный ряд с равными интервалами. Размер интервала по величине заработной платы определить с помощью формулы Стреджесса.

2. Изобразить полученный вариационный ряд графически с помощью гистограммы распределения.

3. По накопленным частотам (численность работников) построить кумуляту распределения 40 работников по величине заработной платы.

Задача 2.5

Имеется распределение регионов Российской Федерации по объему валового регионального продукта (табл. 2.10).

Таблица 2.10

Группа регионов, ранжированных по объему валового регионального продукта	Число регионов	Общий объем валового регионального продукта по группам, % к итогу
Первая (с наибольшими объемами)	10	45,99
Вторая	10	19,61
Третья	10	11,55
Четвертая	10	8,29
Пятая	10	6,16
Шестая	10	4,40
Седьмая (с наименьшими объемами)	19	4,00
Итого	79	100,0

Построить кривую концентрации объема ВРП Лоренца.

Задача 2.6

Имеются данные об основных экономических показателях деятельности 20 предприятий одной из отраслей (табл. 2.11).

По данным задачи требуется:

1. Произвести группировку предприятий по стоимости основных фондов, выделив четыре равновеликие группы.

2. По каждой группе и в целом по всем предприятиям определить: 1) число предприятий; 2) суммарную и среднюю стоимость основных фондов; 3) суммарную и среднюю численность персонала; 4) суммарную и среднюю выручку от реализации продукции; 5) размер выручки в млн р. в расчете на 1 млн р. основных фондов; 6) размер прибыли в млн р. в расчете на 1 млн р. основных фондов.

Таблица 2.11

Номер предприятия	Средняя за отчетный период стоимость основных фондов, млн р.	Среднесписочная численность персонала, чел.	Выручка от реализации продукции, млн р.	Прибыль от основной деятельности, млн р.
1	35,2	116	227,5	28,6
2	64,8	195	371,3	59,1
3	53,3	150	277,1	47,1
4	38,7	122	185,8	33,9
5	75,2	189	494,0	61,5
6	67,6	148	473,9	52,8
7	42,2	110	227,9	24,8
8	58,7	208	406,0	61,2
9	85,7	190	514,2	97,2
10	32,2	95	241,5	34,0
11	56,6	162	345,3	55,2
12	78,2	200	391,0	70,4
13	54,3	155	380,1	49,4
14	45,8	131	306,9	46,0
15	80,0	220	496,0	84,3
16	46,3	140	324,1	58,7
17	62,9	167	440,3	82,4
18	48,8	129	287,9	48,9
19	56,1	144	308,6	61,7
20	76,2	187	472,4	75,6

Результаты оформить в виде статистической таблицы и сформулировать вывод.

Задача 2.7

По данным задачи 2.5 требуется:

1. Провести группировку по численности персонала, выделив три равно-великие группы.

2. По каждой полученной группе и в целом по всем предприятиям определить: 1) численность предприятий; 2) суммарную и среднюю величину выручки от реализации и прибыли; 3) размер среднегодовой стоимости основных фондов в расчете на одного среднесписочного работника; 4) размер выручки в расчете на одного среднесписочного работника; 5) размер прибыли в расчете на одного среднесписочного работника.

Задача 2.8

Имеется распределение объема денежных доходов по 20%-ным группам населения РФ в 2015 г. (табл. 2.12).

Таблица 2.12

Группа населения	Численность населения, %	Доля в общем объеме денежных доходов, %
Первая (с наименьшими доходами)	20	5,6
Вторая	20	10,4
Третья	20	15,4
Четвертая	20	22,8
Пятая (с наивысшими доходами)	20	45,6
Итого	100	100,0

По представленным данным построить кривую Лоренца и сформулировать вывод.

Задача 2.9

Имеется ряд распределения семей по размеру среднедушевого денежного дохода (табл. 2.13).

Таблица 2.13

Месячный душевой доход, р.	Число семей, % к итогу
До 5 000	0,2
5 000–7 000	5,6
7 000–10 000	10,8
10 000–15 000	14,0
15 000–20 000	15,2
20 000–25 000	14,6
25 000–30 000	12,4
30 000–35 000	10,2
35 000–40 000	8,2
Свыше 40 000	8,8

Постройте кривую распределения Лоренца.

Задача 2.10

Имеются данные по регионам России, характеризующие состояние лесных ресурсов (табл. 2.14).

Таблица 2.14

Регион	Площадь лесного фонда, покрытая лесом, тыс. га	Общий запас древесины на корню, млн м ³
Республика Алтай	2 340	472
Алтайский край	2 709	395
Кемеровская область	4 262	538
Новосибирская область	2 606	278
Омская область	2 574	357
Томская область	16 763	2 562
Тюменская область	42 618	4 917
Республика Бурятия	20 021	1 919
Республика Тыва	7 865	1 091
Республика Хакасия	2 739	436
Красноярский край	85 191	11 304
Иркутская область	57 588	8 880
Читинская область	27 216	2 486
Республика Саха (Якутия)	134 269	9 229
Еврейская АО	1 553	174
Чукотский АО	5 063	90
Приморский край	11 232	1 769
Хабаровский край	43 596	4 994
Амурская область	21 853	1 954
Камчатская область	8 890	1 194
Магаданская область	16 848	423
Сахалинская область	4 852	623

Произвести группировку регионов:

1. По площади лесного фонда.
2. По размеру запасов древесины.

Результаты представить в виде сводной таблицы.

Для нахождения интервала группировки можно воспользоваться формулой Стерджесса.

Сформулировать вывод.

Задача 2.11

Имеются данные о заработной плате за месяц рабочих предприятия (табл. 2.15).

Таблица 2.15

Табельный номер рабочего	1	2	3	4	5	6	7	8
Процент выполнения норм выработки	110,8	102,0	111,0	107,8	106,4	109,0	100,0	105,0
Заработная плата за месяц, р.	28 820	21 560	29 020	27 235	26 580	28 760	22 500	25 970

Для выявления зависимости заработной платы рабочих от процента выполнения норм выработки произвести аналитическую группировку рабочих бригады по проценту выполнения норм выработки, выделив три группы: 1) рабочие, выполняющие норму до 104 %; 2) рабочие, выполняющие норму от 105 до 109 %; 3) рабочие, выполняющие норму на 109 % и более.

На основе выполненной группировки построить групповую таблицу.

Сформулировать вывод.

Задача 2.12

Известны следующие данные (в млн р.) по основным показателям деятельности крупнейших банков одного из регионов Российской Федерации (табл. 2.16).

Таблица 2.16

№ п/п	Сумма активов	Собственный капитал	Привлеченные ресурсы
1	645,6	12,0	27,1
2	636,9	70,4	56,3
3	629,0	41,0	95,7
4	619,6	120,8	44,8
5	616,4	49,4	108,7
6	614,4	50,3	108,1
7	608,6	70,0	76,1
8	601,1	52,4	26,3
9	600,2	42,0	46,0
10	600,0	27,3	24,4
11	592,9	72,0	65,5
12	591,7	22,4	76,0

№ п/п	Сумма активов	Собственный капитал	Привлеченные ресурсы
13	585,5	39,3	106,9
14	578,6	70,0	89,5
15	577,5	22,9	84,0
16	553,7	119,3	89,4
17	543,6	49,6	93,8
18	542,0	88,6	26,7
19	517,0	43,7	108,1
20	516,7	90,5	25,2

Проведите группировку коммерческих банков по величине собственного капитала, выделив четыре группы с равными открытыми интервалами. Рассчитайте по каждой группе сумму активов, собственный капитал, привлеченные ресурсы. Результаты группировки представить в табличной форме.

Задача 2.13

Известны данные, характеризующие уровень безработицы в двух регионах (табл. 2.17).

Таблица 2.17

Регион I				Регион II			
Группы безработных, лет	Всего	В том числе		Группы безработных, лет	Всего	В том числе	
		мужчин	женщин			мужчин	женщин
15–20	11,8	14,2	9,5	До 20	12,0	13,7	10,2
20–25	16,2	15,2	17,2	20–30	35,5	37,2	39,7
25–30	11,3	10,9	11,8	30–40	26,2	24,5	24,6
30–50	48,5	48,1	48,8	40–50	14,0	14,6	15,5
50–55	5,2	5,3	5,0	50 и старше	12,3	10,0	10,0
55–60	4,9	4,2	5,5				
60 и старше	2,1	2,1	2,2				
Итого	100	100	100	Итого	100	100	100

Провести группировку численности безработных двух регионов по полу и возрасту (% к итогу) с целью приведения их к сопоставимому виду. Сделать сравнительный анализ результатов.

Задача 2.14

Известны некоторые социально-экономические показатели развития регионов Российской Федерации (табл. 2.18).

Требуется:

1. Провести группировку субъектов РФ, по численности населения, выделив пять равновеликих групп.

2. По каждой полученной группе определить: 1) общую площадь территории; 2) суммарный и средний по группе размер валового регионального

продукта; 3) средний размер (в млн р.) основных фондов, в расчете на одного жителя.

Таблица 2.18

Регион	Площадь территории, тыс. км ²	Численность населения на 1 января 2016 г., тыс. чел.	Валовой региональный продукт в 2015 г., млн р.	Основные фонды в экономике (по полной учетной стоимости; на конец 2015 г.), млн р.
Республика Башкортостан	142,9	4 071,9	645 526,3	1 604 725
Республика Марий Эл	23,4	695,4	68 768,0	225 000
Республика Мордовия	26,1	833,3	92 855,1	353 809
Республика Татарстан	67,8	3 787,4	884 232,9	2 526 863
Удмуртская Республика	42,1	1 521,7	229 369,1	650 857
Чувашская Республика	18,3	1 250,5	139 481,8	493 286
Пермский край	160,2	2 634,1	544 541,3	1 837 184
Кировская область	120,4	1 338,7	144 989,1	541 725
Нижегородская область	76,6	3 307,6	545 940,1	1 578 659
Оренбургская область	123,7	2 031,3	414 537,2	1 047 515
Пензенская область	43,4	1 384,0	150 851,0	579 673
Самарская область	53,6	3 215,5	579 023,2	1 775 376
Саратовская область	101,2	2 519,1	327 181,1	1 108 845
Ульяновская область	37,2	1 289,9	152 627,4	469 472
Курганская область	71,5	908,8	108 489,2	474 482
Свердловская область	194,3	4 297,5	823 833,0	2 561 776
Тюменская область	1 464,2	3 404,7	2 899 567,1	12 115 952
Челябинская область	88,5	3 478,1	564 671,0	1 687 909
Республика Алтай	92,9	206,6	19 858,5	49 786
Республика Бурятия	351,3	972,2	124 610,3	402 856
Республика Тыва	168,6	308,1	26 918,9	39 154
Республика Хакасия	61,6	532,2	83 839,0	246 369
Алтайский край	168,0	2 417,0	267 535,0	712 242
Забайкальский край	431,9	1 105,7	148 381,8	592 903
Красноярский край	2 366,8	2 829,1	748 512,1	1 628 414
Иркутская область	774,8	2 427,9	455 529,2	1 641 443
Кемеровская область	95,7	2 761,6	512 421,6	1 259 707
Новосибирская область	177,8	2 666,4	423 945,5	1 172 183
Омская область	141,1	1 976,3	336 191,2	652 835
Томская область	314,4	1 046,7	242 481,2	673 404
Республика Саха (Якутия)	3083,5	958,0	329 679,6	776 760
Камчатский край	464,3	321,3	95 591,0	194 506
Приморский край	164,7	1 953,5	367 698,3	912 847
Хабаровский край	787,6	1 343,3	274 983,5	809 105
Амурская область	361,9	827,8	151 750,4	562 364
Магаданская область	462,5	156,5	48 128,4	144 914
Сахалинская область	87,1	496,6	392 311,7	1 091 696

Регион	Площадь территории, тыс. км ²	Численность населения на 1 января 2016 г., тыс. чел.	Валовой региональный продукт в 2015 г., млн р.	Основные фонды в экономике (по полной учетной стоимости; на конец 2015 г.), млн р.
Еврейская автономная область	36,3	176,3	25 345,1	107 363
Чукотский автономный округ	721,5	50,4	45 397,0	76 388

Задача 2.15

Известны данные выборочного наблюдения работников одной из отраслей экономики (табл. 2.19).

Таблица 2.19

№ п/п	Заработная плата, р./мес.	Стаж работы, лет	Образование	Категория работника	№ п/п	Заработная плата, р./мес.	Стаж работы, лет	Образование	Категория работника
1	43 700	6	Среднее	Служащий	16	21 600	1	Среднее	Рабочий
2	58 200	11	Среднее	Рабочий	17	42 300	9	Высшее	Служащий
3	40 050	10	Высшее	Служащий	18	47 270	5	Среднее	Рабочий
4	47 100	8	Среднее	Рабочий	19	23 850	3	Среднее	Рабочий
5	33 080	4	Высшее	Рабочий	20	56 100	9	Среднее	Рабочий
6	25 120	7	Среднее	Рабочий	21	43 060	15	Высшее	Рабочий
7	39 250	15	Среднее	Рабочий	22	47 820	7	Среднее	Рабочий
8	36 900	12	Среднее	Рабочий	23	32 220	3	Высшее	Служащий
9	22 840	3	Высшее	Служащий	24	25 160	5	Среднее	Рабочий
10	41 150	9	Среднее	Рабочий	25	48 830	5	Среднее	Рабочий
11	34 440	2	Высшее	Рабочий	26	23 120	4	Среднее	Рабочий
12	48 300	5	Среднее	Рабочий	27	36 390	8	Среднее	Рабочий
13	46 710	8	Среднее	Служащий	28	64 000	4	Среднее	Рабочий
14	46 000	7	Среднее	Рабочий	29	59 480	11	Высшее	Служащий
15	28 140	13	Среднее	Рабочий	30	35 500	5	Среднее	Рабочий

Требуется:

1. Провести группировку работников по размеру месячной заработной платы, выделив пять равновеликих интервалов.

2. По каждой группе и по всей совокупности работников в целом определить: 1) численность работников; 2) долю работников, имеющих среднее образование; 3) долю рабочих в общей численности работников; 4) среднюю заработную плату работников; 5) средний стаж работы работников.

Сформулировать вывод.

Тесты для самоконтроля

1. Статистическая сводка – это:

а) социально-экономический объект, характеризующийся набором статистических показателей;

- б) систематизация и группировка цифровых данных, позволяющая охарактеризовать образованные группы некоторой системой показателей;
- в) этап сбора статистической информации.

2. Основанием группировки может быть:

- а) количественный признак;
- б) качественный признак;
- в) как количественный, так и качественный признак.

3. Для анализа состава совокупности и изучения соотношения ее отдельных частей используются следующий вид статистических группировок:

- а) типологическая группировка;
- б) структурная группировка;
- в) аналитическая группировка.

4. По способу построения статистические ряды распределения могут быть интервальными, если в основу группировки положен:

- а) атрибутивный признак;
- б) вариационный признак;
- в) дискретный признак.

5. Ряды распределения называются вариационными:

- а) построенные по количественному признаку;
- б) построенные по атрибутивному признаку;
- в) построенные в порядке убывания.

6. Определение числа групп можно осуществить с помощью:

- а) среднего квадратического отклонения;
- б) формулы Стерджесса;
- в) коэффициента вариации.

7. К атрибутивным группировочным признакам относятся:

- а) пол человека;
- б) возраст человека;
- в) семейное положение;
- г) среднедушевой доход семьи.

8. В зависимости от задач статистического исследования применяют группировки:

- а) простые, комбинированные;
- б) первичные, вторичные;
- в) типологические, аналитические, структурные;
- г) атрибутивные, количественные.

9. Расчленение однородной совокупности по величине варьирующего признака производится при помощи группировок:

- а) типологических;
- б) структурных;
- в) аналитических.

10. Группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми признаками, называется:

- а) типологической;
- б) аналитической;
- в) структурной.

11. Группировочный признак – это признак:

- а) воздействующий на другие признаки;
- б) испытывающий на себе влияние других;
- в) положенный в основание группировки.

12. По количеству группировочных признаков различают группировки:

- а) атрибутивные;
- б) простые;
- в) комбинированные.

13. При проведении группировки под величиной интервала понимают:

а) разность между максимальным и минимальным значениями признака из имеющихся в изучаемой совокупности значений:

б) разность между максимальным и минимальным значениями признака в каждой группе;

в) разность между индивидуальными значениями признака и его средней величиной;

г) разность между верхними и нижними границами значений признака в смежных группах.

14. При группировке используются интервалы:

- а) открытые, закрытые;
- б) первичные, вторичные;
- в) равные, неравные.

15. В зависимости от характера распределения единиц совокупности по непрерывному признаку интервалы по своей величине бывают:

- а) равными;
- б) неравными.

16. Ряд распределения характеризует:

а) изменение объемов изучаемых совокупностей в динамике;

б) упорядоченное распределение единиц изучаемых совокупностей по тем или иным варьирующим признакам в статике;

в) изучаемые совокупности в целом и отдельные их части с помощью системы взаимосвязанных показателей.

17. Ряды распределения бывают:

- а) вариационные;
- б) атрибутивные;
- в) интервальные;
- г) моментные.

18. Ряды распределения состоят из двух элементов:

- а) уровня ряда и периода времени;
- б) уровня ряда и частоты;
- в) варианта и частоты.

19. Вариантами называются:

- а) отдельные значения варьирующего признака;
- б) величины, показывающие сколько раз повторяется данное значение признака в ряду распределения;
- в) численности отдельных значений признака, выраженные в процентах к итогу.

20. Вариационные ряды бывают:

- а) интервальные и дискретные;
- б) интервальные и моментные;
- в) прерывные и непрерывные.

21. Атрибутивными рядами распределения являются:

- а) распределение населения по уровню образования;
- б) распределение населения по среднему душевому денежному доходу;
- в) распределение населения по национальному составу.

22. Гистограмма применяется для графического изображения

- а) дискретных рядов распределения;
- б) интервальных рядов распределения;
- в) ряда накопленных частот.

23. Кумулята применяется для графического изображения:

- а) дискретных рядов распределения;
- б) интервальных рядов распределения;
- в) ряда накопленных частот.

24. Полигоном распределения изображается:

- а) интервальный ряд;
- б) кумулятивный ряд;
- в) дискретный ряд.

25. Частотами называются:

- а) отдельные значения варьирующего признака;
- б) величины, показывающие сколько раз повторяется данное значение признака в ряду распределения;
- в) численности отдельных значений признака, выраженные в процентах к итогу.

26. Сводка, в которой применяется статистическая группировка, является:

- а) простой;
- б) сложной;
- в) комбинированной.

27. Вторичная группировка – это:

- а) группировка по атрибутивным признакам;

- б) расчленение совокупности на группы по существенным признакам;
- в) группировка по непрерывным признакам;
- г) образование новых групп на основании уже имеющейся группировки.

28. Наибольшее и наименьшее значения в изучаемой совокупности составляют соответственно 100 и 40. Определить размер интервала для проведения группировки с выделением пяти равновеликих интервалов:

- а) 10;
- б) 12;
- в) 15;
- г) 18;
- д) 20.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой статистическая группировка?
2. В чем заключаются особенности выбора группировочного признака и как это связано с выбором числа групп?
3. Какие задачи решает статистика при помощи метода группировок?
4. Какие виды группировок вы знаете и в чем заключается их основное различие?
5. Что представляют собой статистические ряды распределения и по каким признакам они могут быть образованы?
6. Из каких элементов состоит вариационный ряд распределения?
7. Какие виды статистических графиков используются для иллюстрации результатов сводки и группировки?
8. Как строятся вариационные ряды по дискретному и непрерывному признакам?
9. Что такое полигон и гистограмма?
10. Что представляет собой кривая Лоренца и каково ее значение в анализе?

Тема 3. Статистические таблицы

Результаты обработки и сводки статистических данных, как правило, оформляются в статистические таблицы. Статистическая таблица – это таблица, которая содержит сводную числовую характеристику исследуемой совокупности по одному или нескольким существенным признакам, взаимосвязанным логикой экономического анализа.

Составленную таблицу, но не заполненную цифрами, принято называть макетом таблицы. Статистическая таблица имеет свое подлежащее и сказуемое. Подлежащее показывает, о каком явлении идет речь в таблице, и представляет собой группы и подгруппы, которые характеризуются рядом показателей. Сказуемым таблицы называются показатели, с помощью которых изучается объект, т.е. подлежащее таблицы.

В зависимости от структуры подлежащего различают статистические таблицы простые, в подлежащем которых дается простой перечень единиц совокупности (перечневые) или только одна из таких единиц, выделенная по определенному признаку (монографические), и сложные, подлежащее которых содержит группы единиц совокупности по одному или нескольким количественным или атрибутивным признакам.

В зависимости от структуры сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой. При простой разработке сказуемого определяющий его показатель получается путем суммирования значений по каждому признаку отдельно, независимо друг от друга. Сложная разработка сказуемого предполагает деление формирующего его признака на группы, при этом показатели в сказуемом связаны между собой, даны в комбинации друг с другом.

Приведем примеры основных видов статистических таблиц по характеру разработки подлежащего.

Рассмотрим примеры, раскрывающие тот или иной вид статистических таблиц.

Пример 1

Простая перечневая таблица, составленная по временному принципу (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Численность населения Российской Федерации на начало года, тыс. чел.

Год	Городское	Сельское
1960	63 739,8	55 923,2
1970	80 631,4	49 309,8
1980	96 154,9	41 971,7
1990	108 736,2	38 928,9
2000	107 419,5	39 470,6
2010	105 061,4	37 542,8
2015	146 267,3	37 985,1
2019	146 780,7	37 327,2

Подлежащее в данной таблице – годы.

Пример 2

Сложная комбинационная таблица (табл. 3.2).

Таблица 3.2

Группировка коммерческих банков региона России по величине уставного капитала и численности занятых на 1 января (данные условные)

Группы банков по величине уставного капитала, млрд р.	Подгруппы банков по численности занятых, чел.	Число банков, ед.
2,5–7,5	До 50	7
	50–100	4
	100 и более	–
	Итого по группе	11
7,5–12,5	До 50	3
	50–100	6
	100 и более	6
	Итого по группе	15
12,5–17,5	До 50	–
	50–100	1
	100 и более	3
	Итого по группе	4
Итого	До 50	10
	50–100	11
	100 и более	9
	Всего	30

Подлежащее данной статистической таблицы – группы банков по величине уставного капитала и численности занятых работников.

Пример 3

Макет статистической таблицы со сложной разработкой сказуемого (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Распределение страховых организаций регионов Российской Федерации по размеру страховых взносов и формам собственности в отчетном году

Регион	Число страховых организаций	Группы страховых организаций по размеру страховых взносов, млн р.					
		До 200		200–400		Свыше 400	
		Государственная собственность	Частная собственность	Государственная собственность	Частная собственность	Государственная собственность	Частная собственность

Данная таблица со сложной комбинированной разработкой сказуемого, содержащего два взаимосвязанных признака: количественный – размер страховых взносов и качественный – форма собственности.

Задания для самостоятельной работы

Задача 3.1

Разработайте макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов вашей группы от посещаемости учебных занятий и времени самостоятельной внеаудиторной работы. Укажите:

- 1) к какому виду таблицы относится макет;
- 2) название и вид разработки подлежащего и сказуемого;
- 3) группировочные признаки.

Задача 3.2

Разработайте макеты таблиц для статистической характеристики населения Российской Федерации:

- 1) по полу и возрасту;
- 2) семейному положению;
- 3) образованию;
- 4) источникам доходов.

Задача 3.3

Разработайте макеты таблиц для статистической характеристики:

- 1) деятельности коммерческих банков;
- 2) деятельности страховых компаний;
- 3) рынка ценных бумаг.

Задача 3.4

Из статистических ежегодников и периодической печати подберите данные и заполните разработанные макеты таблиц. Проанализируйте данные статистических таблиц, сделайте выводы.

Тесты для самоконтроля

1. Подлежащее статистической таблицы – это:
 - а) объект исследования;
 - б) система показателей, характеризующих объект исследования;
 - в) сводная числовая характеристика совокупности.
2. По характеру разработки сказуемого различают статистические таблицы:
 - а) простые;
 - б) сложные;
 - в) перечневые;
 - г) монографические.
3. Какой вид таблицы применяется для оформления группировки по двум признакам, взятым в их сочетании:
 - а) простой;
 - б) групповой;
 - в) комбинационный.
4. По характеру подлежащего статистические таблицы подразделяются:

- а) на групповые;
- б) комбинационные;
- в) простые.

5. Если в подлежащем таблицы дана группировка единиц совокупности по двум и более признакам, то это таблица:

- а) групповая;
- б) сложная;
- в) комбинационная.

6. В подлежащем групповой таблицы объект изучения подразделяется на группы:

- а) по одному признаку;
- б) по нескольким признакам.

7. Сказуемое статистических таблиц бывает:

- а) простым, структурным,
- б) атрибутивным, количественным;
- в) простым, сложным.

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные правила построения и составления статистических таблиц.

2. Что представляет собой статистическая таблица и каковы ее составные элементы?

3. Что такое подлежащее и сказуемое таблицы?

4. Что такое простая и сложная разработка сказуемого?

5. Какие виды статистических таблиц существуют?

Тема 4. Абсолютные и относительные статистические величины

Абсолютные и относительные величины – это две основные, самые общие формы статистических показателей. Любой статистический показатель принимает одну из этих двух форм.

В процессе наблюдения за массовыми общественными явлениями статистика опирается на числовые данные, полученные в конкретных условиях места и времени. Результаты статистического наблюдения регистрируются, прежде всего, в форме абсолютных величин.

В статистике все абсолютные величины являются именованными, т.е. измеряются в конкретных единицах. Единицы измерения могут быть натуральными, условно-натуральными, стоимостными и трудовыми.

Натуральные единицы измерения могут быть простыми (тонны, штуки, метры, литры) и сложными (составными), являющимися комбинацией двух разноименных величин (грузооборот железнодорожного транспорта выражается в тонно-километрах, производство электроэнергии – в киловатт-часах).

Разграничивают моментные и интервальные абсолютные величины. Моментные показывают фактическое наличие или уровень явления на определенный момент, дату. Интервальные величины показывают итоговый накопленный или произведенный результат за какой-либо период.

Относительная величина в статистике – это обобщающий показатель, который дает числовую меру соотношения двух абсолютных величин.

Основное условие правильного расчета относительной величины – сопоставимость сравниваемых показателей и наличие реальных связей между изучаемыми явлениями. При этом в числителе всегда находится тот показатель, который сравнивают, а в знаменателе – с которым сравнивают, обычно его называют основанием. По способу получения все относительные показатели есть величины производные, и определяться они могут в форме коэффициентов, процентов, промилле, продецимилле и т.п., а также иногда оставаться в именованном выражении.

Относительные статистические величины подразделяются на следующие виды:

- динамики;
- планового задания;
- выполнения планового задания;
- структуры;
- координации;
- интенсивности, уровня экономического развития;
- сравнения.

Относительная величина динамики – отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период или момент времени к уровню этого же процесса или явления в прошлом:

$$ОВД = \frac{\text{Показатель текущего периода}}{\text{Показатель базисного (предыдущего) периода}}.$$

Относительная величина планового задания – отношение величины расчетного задания на период к достигнутой величине прошлого периода:

$$ОВП = \frac{\text{Показатель планового задания}}{\text{Показатель уровня, с которым сравнивается показатель планового задания}}.$$

Относительная величина выполнения планового задания – отношение величины, достигнутой в отчетном периоде, к величине расчетного задания:

$$ОВВП = \frac{\text{Фактический показатель, достигнутый в плановом периоде}}{\text{Показатель планового задания}}.$$

Относительная величина структуры – соотношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$ОВС = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности}}.$$

Относительная величина координации – отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

$$ОВК = \frac{\text{Показатель, характеризующий изучаемую часть совокупности}}{\text{Показатель части совокупности, взятой за базу сравнения}}.$$

Относительная величина интенсивности характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру характерной для него среды:

$$ОВИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий изучаемое явление}}{\text{Показатель, характеризующий свойственную для изучаемого явления среду}}.$$

Относительная величина сравнения – соотношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты:

$$ОВС = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект } A}{\text{Показатель, характеризующий объект } B}.$$

Пример 1

По подразделениям предприятия имеются данные за текущий месяц, представленные в табл. 4.1.

Требуется: рассчитать и проставить в таблицу все недостающие данные.

Решение.

Определим фактическую среднесписочную численность работников подразделения № 1:

$$850 \text{ чел.} \times 1,037 = 882 \text{ чел.}$$

Таблица 4.1

Номер подразделения	Среднесписочное число работников, чел.			Общий фонд заработной платы, тыс. р.			Среднемесячная заработная плата, р.		
	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана
1	850		103,8			106,0		37 890	
2		540	97,6					42 240	106,2
3			102,3						
Итого по предприятию	1 960				85 860		41 460		

Определим плановую среднесписочную численность работников подразделения № 2:

$$540 \text{ чел.} / 0,976 = 553 \text{ чел.}$$

Определим плановую среднесписочную численность работников подразделения № 3:

$$1\,960 \text{ чел.} - 850 \text{ чел.} - 553 \text{ чел.} = 557 \text{ чел.}$$

Определим фактическую среднесписочную численность работников подразделения № 3:

$$557 \text{ чел.} \times 1,024 = 570 \text{ чел.}$$

Определим общую фактическую среднесписочную численность работников трех подразделений:

$$882 \text{ чел.} + 540 \text{ чел.} + 570 \text{ чел.} = 1\,992 \text{ чел.}$$

Определим процент выполнения плана по общей среднесписочной численности трех подразделений:

$$\frac{1992}{1960} \times 100 = 101,6 \%$$

По имеющимся данным определим фактический общий фонд зарплаты работников подразделения № 1:

$$37\,890 \times 882 = 33\,419 \text{ тыс. р.}$$

Определим плановую величину общего фонда заработной платы работников подразделения № 1:

$$33\,419 / 1,06 = 31\,527,3 \text{ тыс. р.}$$

Определим фактический общий фонд зарплаты работников подразделения № 2:

$$540 \times 42\,240 = 22\,809,6 \text{ тыс. р.}$$

Определим фактический общий фонд зарплаты работников подразделения № 3:

$$85\,860 - 22\,809,6 - 33\,419 = 29\,631,4 \text{ тыс. р.}$$

Определим плановую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 2:

$$42\,240 / 1,062 = 39\,774 \text{ р.}$$

Определим плановую величину общего фонда заработной платы работников подразделения № 2:

$$39\,774 \times 553 = 37\,090,9 \text{ тыс. р.}$$

Определим плановую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 1:

$$31\,527,3 / 850 = 37\,090,9 \text{ р.}$$

Определим процент выполнения плана общего фонда заработной платы работников подразделения № 2:

$$22\,809,6 / 21\,995 \times 100 \% = 103,7 \%.$$

Определим общий фонд заработной платы работников всех подразделений:

$$1\,960 \text{ чел.} \times 41\,460 \text{ р.} = 81\,261,6 \text{ тыс. р.}$$

Определим процент выполнения плана общего фонда заработной платы работников всех подразделений:

$$85\,860 / 81\,261,6 \times 100 \% = 105,7 \%.$$

Определим плановую величину общего фонда заработной платы работников подразделения № 3:

$$81\,261,6 - 21\,995 - 31\,527,3 = 27\,739,3 \text{ тыс. р.}$$

Определим процент выполнения плана фонда заработной платы работников подразделения № 3:

$$29\,631,4 / 27\,739,3 \times 100 \% = 106,8 \%.$$

Определим плановую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 3:

$$27\,739,3 / 557 = 49\,801,3 \text{ р.}$$

Определим фактическую среднемесячную заработную плату работников подразделения № 3:

$$29\,631,4 / 570 = 51\,984,9 \text{ р.}$$

Определим фактическую среднемесячную заработную плату работников всех подразделения:

$$85\,860 / 1\,992 \text{ чел.} = 43\,102,4 \text{ р.}$$

Определим процент выполнения плана среднемесячной заработной платы работников подразделения № 1:

$$12\,630 \text{ р.} / 12\,364 \times 100 = 102,2 \%.$$

Определим процент выполнения плана среднемесячной заработной платы работников подразделения № 3:

$$51\,984,9 / 49\,801,3 \times 100 \% = 104,4 \%$$

Определим процент выполнения общего плана среднемесячной заработной платы всех работников:

$$43\,102,4 / 41\,460 \times 100 \% = 104,0 \%$$

Итоговые результаты расчетов представлены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Номер подразделения	Среднесписочное число работников, чел.			Общий фонд заработной платы, тыс. р.			Среднемесячная заработная плата, р.		
	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана
1	850	882	103,8	31 527,3	33 419,0	106,0	37 090,9	37 890,0	102,2
2	553	540	97,6	21 995	22 809,6	103,7	39 774,0	42 240,0	106,2
3	557	570	102,3	27 739,3	29 631,4	106,8	49 801,3	51 984,9	104,4
Итого по предприятию	1 960	1 992	101,6	81 261,6	85 860	105,7	41 460	43 102,4	104,0

Пример 2

По предприятию имеются данные о выпуске продукции за отчетный период (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Номер предприятия фирмы	Выпуск продукции по плану, млн р.	Процент выполнения плана по выпуску продукции
1	22,1	102,0
2	38,2	105,4
3	54,6	97,6

Определить:

1. Процент выполнения плана по выпуску продукции в целом по фирме.
2. Удельный вес предприятий в общем объеме фактического выпуска продукции.

Решение:

1. Фактический выпуск продукции по предприятиям фирмы:

$$\text{предприятие № 1: } 22,1 \times 1,02 = 22,54 \text{ млн р.}$$

$$\text{предприятие № 2: } 38,2 \times 1,054 = 40,26 \text{ млн р.}$$

$$\text{предприятие № 3: } 54,6 \times 0,976 = 53,30 \text{ млн р.}$$

Плановый выпуск, всего:

$$22,10 + 38,2 + 54,6 = 114,9 \text{ млн р.}$$

Фактический выпуск, всего:

$$22,54 + 40,26 + 53,30 = 116,1 \text{ млн р.}$$

Процент выполнения плана по выпуску продукции в целом по фирме:

$$116,1 / 114,9 \times 100 \% = 101,0 \%$$

Итоговые сводные показатели представлены в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Номер предприятия фирмы	Выпуск продукции по плану		Фактический выпуск продукции		Процент выполнения плана по выпуску продукции
	млн р.	% к итогу	млн р.	% к итогу	
1	22,10	19,2	22,54	19,4	102,0
2	38,20	33,2	40,26	34,7	105,4
3	54,60	47,5	53,30	45,9	97,6
Итого	114,90	100,0	116,10	100,0	101,0

2. Удельные веса выпуска продукции каждого предприятия в общем выпуске.

Плановый удельный вес:

$$\text{предприятие № 1: } 22,1 / 114,9 \times 100 \% = 19,2 \%;$$

$$\text{предприятие № 2: } 38,2 / 114,9 \times 100 \% = 33,2 \%;$$

$$\text{предприятие № 3: } 54,6 / 114,9 \times 100 \% = 47,5 \%.$$

Фактический удельный вес:

$$\text{предприятие № 1: } 22,54 / 116,1 \times 100 \% = 19,4 \%;$$

$$\text{предприятие № 2: } 40,26 / 116,1 \times 100 \% = 34,7 \%;$$

$$\text{предприятие № 3: } 53,30 / 116,1 \times 100 \% = 45,9 \%.$$

Задания для самостоятельной работы

Задача 4.1

Торговая фирма рассчитывала в 2016 г. по сравнению с 2015 г. увеличить товарооборот на 12,5 %. Выполнение расчетного задания составило 102,3 %. Определите относительную величину динамики товарооборота.

Задача 4.2

Доходы бюджета региона за два года характеризуются данными, представленными в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Источник образования	2016 г., млн р.	2017 г., млн р.
1. Налог на прибыль	855,55	887,12
2. Налог на добавленную стоимость	808,65	860,87
3. Подоходный налог с физических лиц.	1 123,54	1 206,30
4. Прочие доходы	3 780,92	4 006,81

Определить:

1. Динамику изменения показателей (%) в 2017 г. по сравнению с 2016 г.

2. Структуру формирования доходов бюджета региона (%).

Задача 4.3

Производство продукции предприятием характеризуется данными, представленными в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Год	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Объем производства продукции, млн р.	356,3	398,1	409,9	371,0	388,7	347,5

Определить относительные величины динамики (темпы роста): базисные и цепные.

Задача 4.4

Реализация предприятием пяти видов продукции характеризуется следующими данными (табл. 4.7).

Таблица 4.7

Наименование изделия	Физический объем продаж, тыс. шт.	Цена единицы продукции, тыс. р.
A	35,5	120
B	19,8	205
C	15,0	213
D	26,8	115
E	9,9	260

Определить долю каждого вида изделий в выручке предприятия от их реализации.

Задача 4.5

Выпуск продукции предприятия по видам характеризуется данными, представленными в табл. 4.8.

Таблица 4.8

Вид продукции	Единица измерения	Выпуск		Отпускная цена за единицу, тыс. р.
		по плану	фактически	
A	т	38,6	42,9	22,3
B	м ²	126,0	118,7	8,8
B	шт.	350	361	4,2
Г	тыс. м	233	208	5,7

Требуется:

1. Определить удельный вес продукции каждого вида по плану и фактически.
2. Процент выполнения плана выпуска по видам продукции.

Сформулировать вывод.

Задача 4.6

Известны данные о выпуске продукции по двум металлургическим предприятиям (табл. 4.9).

Таблица 4.9

Вид продукции	Выплавлено, тыс. т	
	Предприятие 1	Предприятие 2
Чугун передельный	420	413
Чугун литейный	156	165
Чугун зеркальный	110	120

Определить, на сколько процентов отличается выпуск чугуна в условных тоннах на предприятии 2 по сравнению с предприятием 1, используя следующие коэффициенты пересчета: передельный чугун – 1,0; литейный чугун – 1,15; зеркальный чугун – 1,5.

Задача 4.7

По предприятию имеются следующие данные о плановом и фактическом выпуске продукции (табл. 4.10).

Таблица 4.10

Наименование продукции	Стоимость продукции, млн р.		Процент выполнения плана
	по плану	фактически	
A	788,6	754,0	103,8 98,1 99,4
B		236,2	
C	86,3		
D		102,5	
Итого по предприятию			

Требуется:

1. Проставить в таблице недостающие данные.
 2. Определить процент выполнения плана выпуска продукции в целом по комбинату.
 3. Определить плановую и фактическую структуру выпуска продукции.
- Сформулировать вывод.

Задача 4.8

По трем цехам предприятия имеются следующие данные (табл. 4.11).

Таблица 4.11

Номер цеха	Выпуск продукции, ед.			Себестоимость единицы продукции, тыс. р.			Общая себестоимость всей произведенной продукции, тыс. р.		
	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана	по плану	фактически	% выполнения плана
1	122		102,3		9,9				104,6
2	127	117		12,5		97,1			
3			98,2		10,8			954,3	
4	98	102			10,4		455,2		
Итого по предприятию		454					4 169,8		

Рассчитать и заполнить недостающие данные в таблице.

Задача 4.9

Численность населения Российской Федерации на 1 января 2020 г. составила 146 745,1 тыс. чел., в том числе городского – 109 548,4 тыс. чел., сельского – 37 196,7 тыс. чел. Рассчитайте относительную величину структуры и координации.

Задача 4.10

На торгах фондовой биржи зафиксированы следующие цены акций (табл. 4.12).

Таблица 4.12

Эмитенты	Цена акций, ден. ед.		
	Номинальная	Рыночная	
		на 01.18	на 01.19
А	200	230	250
В	300	310	260
С	400	500	570

Провести сравнительный анализ курса акций, указать виды используемых относительных величин.

Задача 4.11

Известны данные о браках и разводах в Российской Федерации за 1970–2005 гг. (табл. 4.13).

Таблица 4.13

Показатель	1970 г.	2000 г.	2002 г.	2005 г.	2018 г.
Среднегодовая численность населения, тыс. чел.	129 941	144 800	145 167	143 474	146 837
Число заключенных браков, тыс.	1 312,4	910,7	1 034,1	975,6	893,0
Число зарегистрированных разводов, тыс.	389,8	631,6	859,3	631,3	583,9

Определить:

1. По числу заключенных браков и зарегистрированных разводов относительные величины динамики.
 2. Относительные величины интенсивности.
 3. Относительные величины координации.
 4. Относительные величины структуры.
- Сформулировать выводы.

Задача 4.12

Имеются данные по предприятию на начало и конец года (тыс. р.), представленные в табл. 4.14.

Определите относительные величины динамики и структуры. Сформулируйте выводы.

Таблица 4.14

Показатель	На начало года	На конец года
Денежные средства	1 447,7	1 300,0
Краткосрочные финансовые вложения	72,4	109,6
Дебиторская задолженность	2 113,4	2 029,7
Прочие оборотные активы	678,2	352,7
Запасы и затраты (без расходов будущих периодов):		
– сырье и материалы	1 638,8	1 417,5
– готовая продукция	5 093,7	4 033,9
– прочие запасы и затраты	177,2	202,0
Текущие обязательства	6 055,8	4 963,1

Задача 4.13

В табл. 4.15 представлена характеристика оборота земельных ресурсов РФ на 1 января 2018 г. (тыс. га).

Таблица 4.15

Федеральные округа	Общая площадь земель	Земли государственной и муниципальной собственности	Земли в собственности граждан и юрлиц
Российская Федерация	1 709 824,2	1 580 032,0	129 729,2
Центральный	65 020,5	40 630,5	24 390,0
Северо-Западный	168 696,8	163 696,9	4 999,9
Южный	59 131,5	36 244,6	22 866,9
Приволжский	103 697,5	70 573,7	33 123,8
Уральский	181 849,7	171 979,8	9 869,9
Сибирский	514 495,3	482 320,8	32 174,5
Дальневосточный	616 932,9	614 585,7	2 347,2

Определить:

1. Долю (в %) площади территории федеральных округов в общей площади территории РФ.

2. С помощью относительных величин координации соотношение площади земель, находящихся в государственной и муниципальной собственности и в частной собственности.

3. По каждому федеральному округу и в целом по РФ долю земель, находящихся в государственной и частной собственности.

Сформулировать вывод.

Задача 4.14

Имеются данные, характеризующие профессиональную деятельность на фондовом рынке РФ (табл. 4.16).

По имеющимся данным определить:

1. С помощью относительных величин динамики изменение во времени числа профессиональных участников РЦБ и объема торгов на фондовых биржах.

2. За каждый год удельный вес отдельных видов ценных бумаг в общем объеме торгов.

3. Ежегодный объем торгов в среднем, расчете на одного профессионального участника фондового рынка.

Сформулировать вывод.

Таблица 4.16

	2006	2007	2008	2009
Количество профессиональных участников рынка ценных бумаг на начало года	1 711	1 786	1 849	1 672
Объем торгов на фондовых биржах, млн р.	15 095 128,2	22 519 451,4	23 131 913,7	28 687 904,7
В том числе:				
акции	12 033 368,5	14 519 503,1	11 958 743,8	15 474 540,2
облигации	425 662,5	707 766,5	721 028,7	910 293,4
инвестиционные паи	3 231,1	14 087,4	17 018,3	11 384,7
фьючерсные контракты:	2 321 633,1	5 978 035,4	8 714 352,3	11 855 592,6
опционы:	311 233	1 300 059	1 720 770,6	436 093,8

Задача 4.15

Известны данные о площади земель с нарушенным плодородием в регионе за три года, тыс. га (табл. 4.17).

Таблица 4.17

Показатель	2015	2016	2017
Всего нарушенных земель	18,21	18,38	18,95
В том числе:			
в результате воздействия сельскохозяйственно-го производства	15,01	15,06	15,56
прочие причины	3,20	3,32	3,39

Определить:

1. Базисный и цепной темпы прироста общей площади земель с нарушенным плодородием.

2. За каждый год долю земель в общей площади, нарушенную под влиянием различных факторов.

Сформулировать вывод.

Задача 4.16

Известны данные о численности населения Российской Федерации за 1959–2010 гг. (на начало года), представленные в табл. 4.18.

Определить:

1. Динамику численности населения страны, в том числе городского и сельского.

2. Структуру населения РФ по группам населения.

3. С помощью относительных величин координации сколько в среднем городского населения приходится на каждую тысячу человек сельского населения.

Сформулировать вывод.

Таблица 4.18

Год	Все население, тыс. чел.	В том числе	
		Городское	Сельское
1959	117 239,6	61 142,6	56 097,0
1970	129 941,2	80 631,4	49 309,8
1979	137 409,9	94 942,3	42 467,6
1989	147 021,9	107 959,0	39 062,9
2002	145 166,7	106 429,0	38 737,7
2010	142 905,2	105 318,0	37 587,2
2020	146 745,1	109 548,4	37 196,7

Задача 4.17

Известно число осужденных по приговорам судов, вступившим в законную силу (табл. 4.19).

Таблица 4.19

Показатель	1990	1995	2000	2005	2018
Число осужденных на начало года, всего, тыс. чел.	537,6	1 035,8	1 183,6	878,9	686,0
Численность населения на начало года, тыс. чел.	147 969,4	148 459,9	146 890,1	143 474,2	146 830,6

Определить:

1. Базисные и цепные темпы прироста числа осужденных.
2. За каждый год число осужденных в расчете на тысячу населения (коэффициент призрачности).

Сформулировать вывод.

Задача 4.18

Потребление алкогольных напитков всех видов на душу населения (литров абсолютного алкоголя) за 2000–2008 гг. характеризуется следующими данными (табл. 4.20).

Таблица 4.20

Страна	2000	2005	2006	2007	2008
Россия	8,0	9,3	9,5	9,8	9,7
Беларусь	8,8	9,3	10,7	11,6	12,4
Украина	1,4	2,5	2,7	2,9	3,2
Казахстан	1,7	2,1	2,1	2,2	2,5
Киргизия	2,4	4,1	4,1	4,2	4,1

С помощью относительных величин динамики провести сравнительный анализ употребления алкоголя в разных странах и сформулировать вывод.

Задача 4.19

За 1990–2010 гг. известен состав лиц, совершивших преступления в Российской Федерации (табл. 4.21).

Таблица 4.21

Показатель	1990	2010	2016	2017	2018
Выявлено лиц, совершивших преступления, всего	897,3	1 111,1	1 015,9	967,1	931,1
Из них:					
по возрасту во время совершения преступления, лет					
14–15	47,7	21,5	15,6	14,9	14,8
16–17	105,5	51,2	33,0	27,6	26,0
18–24	189,5	277,6	182,4	161,7	147,5
25–29	162,6	208,8	192,9	172,1	152,7
30–49	392,0	448,2	483,3	484,2	482,2
50 и старше		103,5	108,7	106,6	107,8

Определить:

1. По численности лиц базисные и цепные темпы прироста.
 2. За каждый год возрастную структуру лиц, совершивших преступления.
- Сформулировать вывод.

Задача 4.20

Известны данные по Российской Федерации об экспорте товаров за 2005–2008 гг. (млн дол.), представленные в табл. 4.22.

Таблица 4.22

Страна	2005	2006	2007	2008
Всего	63 687	208 846	258 934	299 267
Австрия	889	2 353	3 353	2 735
Бельгия	1 462	2 464	2 694	2 810
Болгария	652	1 900	2 966	3 800
Венгрия	1 627	5 004	6 245	6 121
Германия	6 208	19 736	24 498	26 346
Греция	147	1 930	2 752	2 628
Испания	290	2 823	3 343	4 325
Италия	3 376	19 053	25 090	27 530
Латвия	795	1 188	1 699	2 644
Литва	1 081	4 002	4 208	4 057
Нидерланды	3 192	24 614	35 884	42 879
Норвегия	254	683	713	609
Польша	1 688	8 623	11 481	13 298
Румыния	654	3 043	3 272	3 211
Словакия	1 736	3 190	4 586	5 151

Провести структурно-динамический статистический анализ экспорта товаров.
Сформулировать вывод.

Задача 4.21

По Российской Федерации известны данные о браках и разводах за 1960–2007 гг. (табл. 4.23).

С помощью относительных величин динамики, координации и интенсивности охарактеризовать уровень брачности и разводимости в России.

Сформулировать вывод.

Таблица 4.23

Год	Браки	Разводы	Среднегодовая численность населения, тыс. чел.
1960	1 499 581	184 398	119 046
1970	1 319 227	396 589	129 941
1980	1 464 579	580 720	138 127
1985	1 389 426	573 981	142 539
1990	1 319 928	559 918	147 665
1995	1 075 219	665 904	148 460
2000	897 327	627 703	146 890
2001	1 001 589	763 493	146 304
2002	1 019 762	853 647	145 649
2003	1 091 778	798 824	144 964
2004	979 667	635 835	144 168
2005	1 066 366	604 942	143 474
2010	1 215 066	639 321	142 850
2015	1 161 068	611 646	146 406
2018	893 039	583 942	146 831

Задача 4.22

Известны некоторые показатели банковской сферы Российской Федерации (табл. 4.24).

Таблица 4.24

Показатель	2009	2010	2011	2012
Число кредитных организаций, зарегистрированных Банком России, всего	1 228	1 178	1 146	1 112
В том числе:				
банков	1 172	1 124	1 084	1 051
небанковских кредитных организаций	56	54	62	61
Число зарегистрированных кредитных организаций со 100%-ным иностранным участием в уставном капитале	77	82	80	77
Число кредитных организаций, по которым внесена запись в Книгу государственной регистрации кредитных организаций об их ликвидации как юридического лица, всего	1 900	1 957	1 991	2 028
В том числе:				
в связи с отзывом лицензии за нарушение банковского законодательства и нормативных актов Банка России	1 495	1 540	1 555	1 574
в связи с реорганизацией	404	416	435	453
в связи с нарушением законодательства в части оплаты уставного капитала	1	1	1	1

С помощью известных вам абсолютных и относительных показателей дать характеристику развития банковской сферы Российской Федерации.

Сформулировать выводы.

Задача 4.23

Известны данные, характеризующие банковскую сферу России (табл. 4.25).

Таблица 4.25

Показатель	2005	2010	2011	2012	2013
Число кредитных организаций, имеющих право на осуществление банковских операций, всего	1 299	1 058	1 012	978	956
В том числе имеющих лицензии (разрешения), предоставляющие право: на привлечение вкладов населения	1 165	849	819	797	784
осуществление операций в иностранной валюте	839	701	677	661	648
генеральные лицензии	311	291	283	273	270
проведение операций с драгметаллами	182	203	208	207	211

Определить:

1. Показатели динамики общего числа кредитных организаций.
2. Показатели структуры, характеризующие финансовую деятельность кредитных организаций.

Сформулировать выводы.

Задача 4.24

Известны доходы консолидированного бюджета Российской Федерации (табл. 4.26).

Таблица 4.26

Показатель	2015 г.	2016 г.
Налог на прибыль организаций	2 599,0	2 770,3
Налог на доходы физических лиц	2 807,8	3 018,5
Налог на добавленную стоимость:	4 233,9	4 571,4
Акцизы	1 068,4	1 356,0
Страховые взносы на обязательное социальное страхование	5 636,3	6 326,0
Прочие доходы	10 576,6	10 139,3
Итого	26 922,0	28 181,5

Определить:

1. Динамику изменения показателей доходов консолидированного бюджета РФ.
2. Структуру формирования доходов консолидированного бюджета Российской Федерации (%).
3. Структурные сдвиги.

Сформулировать выводы.

Задача 4.25

Имеются данные об объеме продаж акций на бирже тремя эмитентами (табл. 4.27).

Таблица 4.27

Эмитент	29 сентября		30 сентября	
	Количество проданных акций, шт.	Курс акций, р.	Количество проданных акций, шт.	Курс акций, р.
1	2 000	200	2 100	190
2	800	250	1 000	250
3	6 000	205	5 000	220

Определить:

1. С помощью относительных величин динамики изменение курса акций каждого эмитента.

2. С помощью относительных величин структуры долю акций каждого эмитента общем объеме продаж.

Сформулировать вывод.

Тесты для самоконтроля

1. По временному фактору показатель «Объем производства товаров и услуг» относится:

- а) к моментному;
- б) интервальному виду.

2. Соотношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты, называется относительной величиной:

- а) динамики;
- б) структуры;
- в) координации;
- г) интенсивности;
- д) сравнения.

3. Общий коэффициент рождаемости – относительный показатель:

- а) динамики;
- б) структуры;
- в) координации;
- г) интенсивности;
- д) сравнения.

4. Абсолютные статистические показатели выражаются:

- а) в процентах;
- б) именованных величинах;
- в) коэффициентах.

5. Относительными статистическими показателями не могут быть:

- а) показатели структуры выпускаемой продукции;
- б) показатели объема выпускаемой продукции;
- в) показатели динамики выпускаемой продукции.

6. Плотность населения – это относительная величина:

- а) сравнения;
- б) интенсивности;
- в) координации.

7. Какие измерители не относятся к абсолютным величинам:

- а) натуральные;
- б) трудовые;
- в) динамические.

8. Торговая фирма рассчитывала в 2011 г. по сравнению с 2010 г. увеличить оборот на 15,3 %. Выполнение расчетного задания составило 103,2 %. Относительная величина динамики оборота равна:

- а) 105 %;
- б) 119 %;
- в) 123 %.

9. Показатель «Доля собственных средств в общей стоимости оборотных средств» называется относительной величиной:

- а) динамики;
- б) структуры;
- в) координации;
- г) интенсивности;
- д) сравнения.

10. Абсолютными величинами называются:

- а) обобщающие показатели, получаемые в результате сравнения двух или нескольких величин;
- б) обобщающие показатели, отражающие различие значений признака у разных единиц изучаемой совокупности;
- в) обобщающие показатели, выражающие размеры общественных явлений в конкретных условиях места и времени.

11. Виды абсолютных величин:

- а) суммарные;
- б) натуральные;
- в) индивидуальные.

12. Относительные величины сравнения получают в результате:

- а) соотношения двух разноименных показателей, находящихся в определенной взаимосвязи;
- б) соотношения отдельных частей явления, входящих в его состав, из которых одна принимается за базу для сравнения;
- в) соотношения двух одноименных показателей, относящихся к различным объектам наблюдения за один и тот же период;
- г) сопоставления показателей текущего периода с предыдущим или первоначальным, принятым за базу сравнения.

13. Относительные величины интенсивности характеризуют:

- а) соотношение одноименных показателей, относящихся к различным объектам статистического наблюдения;
- б) соотношение между отдельными частями статистической совокупности;
- в) соотношение измеряющее степень распространения явления в определенной среде.

14. Отношение показателя отчетного периода к показателю прошедшего периода – это относительная величина:

- а) структуры;
- б) интенсивности;
- в) координации;
- г) динамики.

15. Отметьте относительные величины структуры:

- а) по данным выборочного обследования населения с высшим образованием составляет 18,1 % от численности занятого населения;
- б) на начало года на каждую тысячу городского населения приходилось на 350 чел. сельского населения;
- в) удельный вес вкладов населения в коммерческих банках составляет 24,4 % в общем объеме вкладов.

16. По плану предприятие должно было выпустить в отчетном периоде продукции на 8,9 млн р. Фактический выпуск продукции составил в отчетном периоде 8,2 млн р. Определите относительную величину выполнения плана по выпуску товарной продукции:

- а) 92,1 %;
- б) 110,3 %;
- в) 102,8 %.

17. Показатели обеспеченности населения учреждениями здравоохранения, торговли – это относительная величина:

- а) координации;
- б) интенсивности;
- в) структуры;
- г) динамики.

18. Соотношение двух частей одной совокупности – это относительная величина

- а) сравнения;
- б) интенсивности;
- в) координации;
- г) динамики.

19. Результаты сдачи экзамена студентами вуза, характеризуются следующими данными:

- отлично – 15 чел.;
- хорошо – 42 чел.;
- удовлетворительно – 75 чел.;
- неудовлетворительно – 56 чел.

Какие виды относительной величины можно исчислить:

- а) динамики;
- б) сравнения;
- в) координации;
- г) структуры.

20. Из партии продукции стоимостью 2 500 млн р., 84,2 % предназначены для экспорта в другие страны. Сколько продукции в абсолютном измерении предназначено для внутреннего рынка?

- а) 484 млн р.;
- б) 395 млн р.;
- в) 255 млн р.;
- г) 184 млн р.;
- д) 295 млн р.

Контрольные вопросы

1. Раскройте понятие и значимость абсолютных статистических величин. Приведите примеры абсолютных величин.

2. В каких единицах измерения выражаются абсолютные статистические величины? Приведите примеры.

3. Раскройте понятие и значимость относительных статистических величин.

4. Каковы основные условия правильного расчета относительной величины?

5. В какой форме могут быть выражены относительные величины?

6. Какие существуют виды относительных величин? Приведите примеры их расчета.

7. В чем состоит взаимосвязь абсолютных и относительных величин и необходимость их комплексного применения?

8. Какие виды, способы получения и единицы измерения абсолютных величин существуют?

Тема 5. Средние величины

Одним из этапов обработки статистических данных является расчет средних показателей, дающих обобщающую количественную характеристику изучаемого явления.

Средняя величина – это обобщающий показатель, характеризующий типический, свойственный для данной совокупности уровень явления. Средняя всегда обобщает количественную вариацию признака, т.е. в средних величинах погашаются индивидуальные различия единиц совокупности, обусловленные случайными обстоятельствами.

Одним из важных условий расчета средних величин выступает качественная однородность единиц совокупности в отношении осредняемого признака. Средние величины, исчисленные для явлений разного типа, могут затуманивать и искажать различия разнородных совокупностей.

Средние величины делятся на два больших класса:

- степенные средние;
- структурные средние.

К степенным средним относятся такие наиболее известные и часто применяемые виды, как средняя геометрическая, средняя арифметическая и средняя квадратическая.

В качестве структурных средних рассматриваются мода и медиана.

Остановимся на степенных средних. Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными.

Простая средняя считается по не сгруппированным данным и имеет следующий общий вид:

$$\bar{x}_{\text{степенн.прост.}} = \sqrt[m]{\frac{\sum x_i^m}{n}}.$$

Взвешенная средняя определяется по сгруппированным данным и имеет общий вид

$$\bar{x}_{\text{степенн.прост.}} = \sqrt[m]{\frac{\sum x_i^m f_i}{\sum f_i}},$$

где x_i – варианта (значение) осредняемого признака или середина интервала; m – показатель степени средней; n – число вариантов; f_i – частота, показывающая, сколько раз встречается i -е значение осредняемого признака.

В зависимости от того, какое значение он принимает, различают следующие виды степенных средних:

1. Средняя гармоническая, если $m = -1$:

$$\text{а) } \bar{x}_{\text{гарм.прост.}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}};$$

$$\text{б) } \bar{x}_{\text{гармон.взвешен}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}}.$$

2. Средняя геометрическая, если $t \rightarrow 0$:

$$\text{а) } \bar{x}_{\text{геом.прост.}} = \sqrt[n]{\prod x_i};$$

$$\text{б) } \bar{x}_{\text{геом.взвеш}} = \sqrt[n]{\prod x_i^{f_i}}.$$

3. Средняя арифметическая, если $t = 1$:

$$\text{а) } \bar{x}_{\text{ариф.прост.}} = \frac{\sum x_i}{n};$$

$$\text{б) } \bar{x}_{\text{ариф.взвеш}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}.$$

4. Средняя квадратическая, если $t = 2$:

$$\text{а) } \bar{x}_{\text{квadrat.прост.}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}};$$

$$\text{б) } \bar{x}_{\text{квadrat.взвеш}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}.$$

5. Средняя кубическая, если $t = 3$:

$$\text{а) } \bar{x}_{\text{куб.прост.}} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}};$$

$$\text{б) } \bar{x}_{\text{куб.взвеш}} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i}}.$$

В статистической практике наиболее часто находят применение средние арифметические и средние гармонические взвешенные.

Пример 1

Имеются данные об уровне квалификации работников предприятия (табл. 5.1).

Таблица 5.1

№ п/п	Тарифный разряд, x_i	№ п/п	Тарифный разряд, x_i
1	3	6	5
2	5	7	6
3	3	8	5
4	4	9	4
5	4	10	4

Определить средний тарифный разряд десяти рабочих.

Решение.

Поскольку исходные данные не сгруппированы, используется средняя арифметическая простая:

$$\bar{x}_{\text{ариф.прост.}} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3+5+3+4+4+5+6+5+4+4}{10} = \frac{43}{10} = 4,3.$$

С помощью типологической группировки преобразуем исходные данные и получим следующий ряд распределения, представленный в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Тарифный разряд, x_i	Число рабочих, чел., f_i
3	2
4	4
5	3
6	1
Итого	10

Поскольку данные табл. 5.2 сгруппированы, следовательно, применяется формула средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x}_{\text{ариф.взвеш.}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 1}{10} = \frac{6 + 16 + 15 + 6}{10} = \frac{43}{10} = 4,3.$$

Средняя гармоническая взвешенная применяется в тех случаях, когда в логической формуле известен числитель и неизвестен знаменатель, который, однако, может быть найден как частное от деления значения знаменателя на осредняемую величину.

Пример 2

Имеются данные о ценах и объемах выпуска одного вида продукции подразделениями предприятия (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Номер подразделения	Цена за единицу продукции, р., x_i	Выручка от реализации продукции, тыс. р., $x_i f_i$
1	1 343	1 477,3
2	1 250	1 775,0
3	1 295	1 890,7
4	1 412	1 365,4
Итого	—	6 508,4

Определить среднюю цену единицы всей реализованной продукции.

Решение.

Для определения средней цены выведем логическую формулу.

Средняя цена определяется как отношение выручки от реализации к общему физическому объему реализации, т.е.

$$\bar{x} = \frac{\text{выручка}}{\text{объём}}.$$

Из данной логической формулы известен объем выручки, т.е. числитель, и неизвестен объем, т.е. знаменатель. Последний может быть найден как частное от деления величины выручки на величину цены единицы продукции. Та-

ким образом, получим формулу средней гармонической взвешенной. При расчете необходимо иметь в виду, что цена единицы продукции выражена в рублях, а выручка – в тысячах рублей.

$$\bar{x}_{\text{гармоническая}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}} = \frac{1477,3 + 1775,0 + 1890,7 + 1365,4}{\frac{1477,3}{1,343} + \frac{1775,0}{1,25} + \frac{1890,7}{1,295} + \frac{1365,4}{1,412}} = \frac{6508,4}{4947} = 1,316 \text{ руб.}$$

Таким образом, средняя цена единицы продукции составила 1 316 р.

Структурные средние применяются для изучения внутреннего строения рядов распределения. Также они используются для определения средней величины, если по исходным данным ее расчет невозможен.

В качестве структурных средних чаще всего применяются показатели моды и медианы.

Мода – это наиболее часто встречающееся значение признака.

В дискретном ряду мода определяется визуально по максимальной частоте или частости.

В интервальном ряду по наибольшей частоте определяется модальный интервал, а конкретное значение моды в интервале вычисляется по формуле

$$Mo = x_n + h \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

где x_n – нижняя граница модального интервала; h – величина интервала; f_{Mo} – частота модального интервала; f_{Mo-1} – частота предмодального интервала; f_{Mo+1} – частота послемодального интервала.

Графически мода определяется с помощью гистограммы.

Медиана – величина, делящая упорядоченную совокупность на две равные части.

В дискретном ряду распределения медиана, а в интервальном ряду медианный интервал будут соответствовать первому значению признака (интервалу), накопленная частота которого превысит половинную сумму частот.

По сгруппированным данным медиана определяется по следующей формуле:

$$Me = x_n + h \frac{N - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где x_n – нижняя граница медианного интервала; h – величина интервала; N – порядковый номер медианы, определяется как $\frac{\sum f_i}{2}$; S_{Me-1} – сумма накопленных частот предмедианного интервала; f_{Me} – частота медианного интервала.

Графически медиана определяется с помощью кумуляты.

Пример 3

Численность и стаж работы работников предприятия характеризуется следующими данными (табл. 5.4).

Таблица 5.4

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.	Кумулятивные итоги, S_i
1	2	3
До 2	5	5
2–4	10	15
4–6	22	37
6–8	18	55
8–10	13	68
Свыше 10	12	80
Итого	80	—

Определить моду и медиану стажа работы работников предприятия.

Решение.

Для определения моды найдем интервал, в котором она находится. В данном случае больше всего работников, а именно 22 чел., имеют стаж 4–6 лет. Следовательно, данный интервал будет считаться модальным.

$$Mo = 4 + 2 \frac{22 - 10}{(22 - 10) + (22 - 18)} = 5,5 \text{ лет}.$$

Таким образом, наиболее часто встречающимся признаком в данном ряду распределения является стаж работы, равный 5,5 года.

Для графического определения моды построим гистограмму распределения (рис. 5.1).

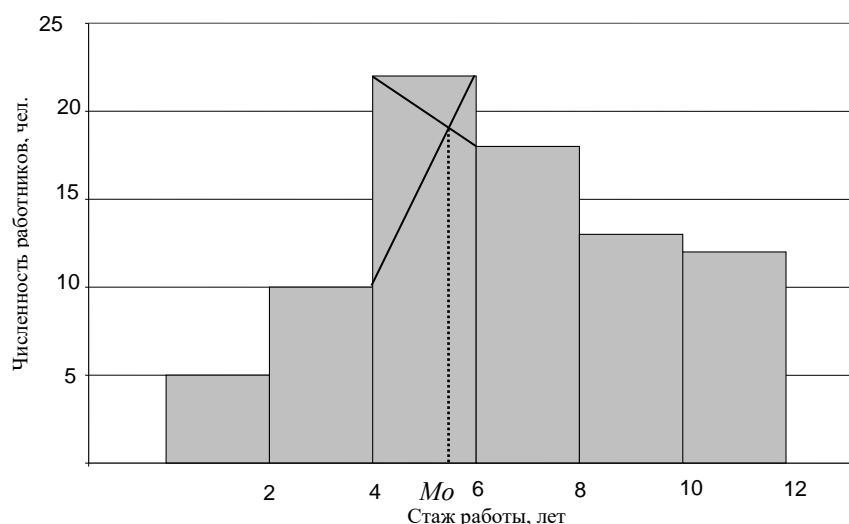


Рис. 5.1. Гистограмма распределения численности работников

Точка пересечения перпендикуляра, проведенного из точки пересечения отрезков, изображенных на рис. 5.1, и оси абсцисс, соответствует модальному значению изучаемого вариационного ряда.

Для расчета значения медианы необходимо:

1. Определить порядковый номер медианы:

$$N = \frac{\sum f_i}{2} = \frac{80}{2} = 40.$$

2. Определить сумму накопленных частот S_i .

В данном примере медиана находится в интервале 6–8 лет.

Точное медианное значение определяется следующим образом:

$$Me = x_i + h \frac{N - S_{Me-1}}{f_{Me}} = 6 + 2 \cdot \frac{40 - 37}{18} = 6,3 \text{ года}.$$

Графическое определение медианы по представленным выше данным проводится следующим образом.

По имеющимся частотам определим их кумулятивные (накопленные) итоги (S_i) (графа 3 в табл. 5.4). Затем по накопленным частотам построим кумуляту распределения (рис. 5.2).

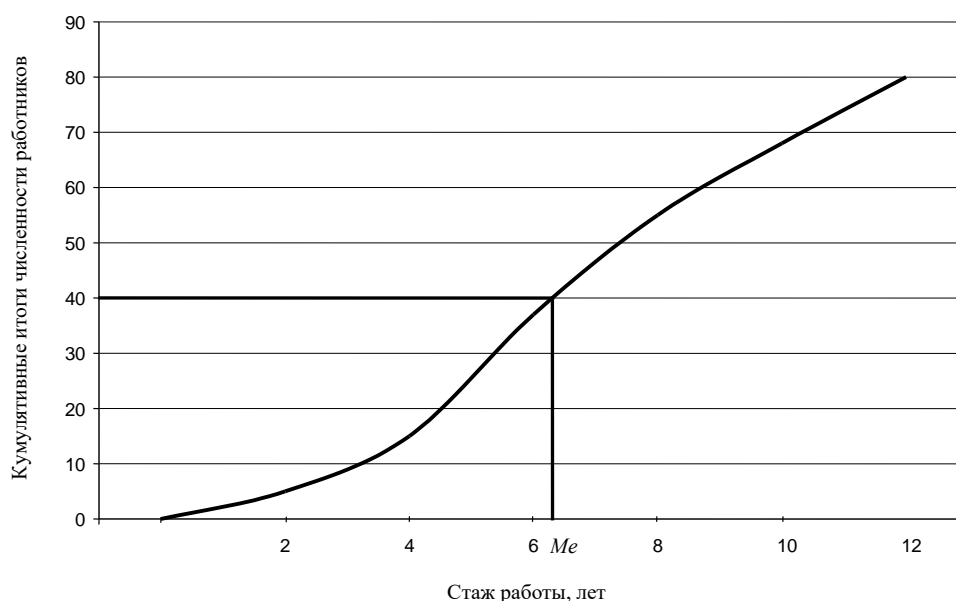


Рис. 5.2. Кумулята распределения численности работников

На оси ординат находим точку, соответствующую значению порядкового номера медианы (в данном случае 40), и из нее проводим перпендикуляр до пересечения с кривой. Затем из точки пересечения проводим перпендикуляр до оси абсцисс. Точка пересечения перпендикуляра и оси x будет соответствовать медианному значению.

Рассмотренные показатели (мода и медиана) раскрывают характер последовательного изменения частот, поэтому в анализе закономерностей распределения используются также ранговые (порядковые) показатели – квартили и децили.

Квартили – это значения вариантов, которые делят упорядоченный ряд по объему на четыре равновеликие части. Следовательно, в ряду распределения

выделяют три квартиля. Расчет квартилей основывается на кумулятивных частотах (частостях), первый и третий квартили определяются по следующим формулам:

$$1. \text{ Первый квартиль: } Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{1/4 \sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}.$$

$$2. \text{ Второй квартиль: } Q_2 = x_{Q_2} + h \frac{1/2 \sum f_i - S_{Q_2-1}}{f_{Q_2}}.$$

$$3. \text{ Третий квартиль: } Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{0,75 \sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}.$$

Децили – значения вариантов, которые делят упорядоченный ряд по объему на десять равных частей. В ряду распределения выделяют девять децилей (медиана – пятый дециль). Расчет децилей также основан на кумулятивных частотах (частостях) и определяется по формулам

$$D_1 = x_{D_1} + h \frac{1/10 \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}}.$$

$$D_2 = x_{D_2} + h \frac{1/5 \sum f_i - S_{D_2-1}}{f_{D_2}} \dots$$

$$D_9 = x_{D_9} + h \frac{0,9 \sum f_i - S_{D_9-1}}{f_{D_9}}.$$

Пример 4

По данным примера 3 рассчитать квартили и децили стажа работы работников предприятия.

1. Рассчитаем квартили:

$$\text{Первый квартиль: } Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{1/4 \sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} = 0 + 1 \frac{0,25 \cdot 80}{5} = 4;$$

Из проведенного расчета видно, что 25 % сотрудников, с наименьшим стажем работы, проработали на данном предприятии менее 4 лет.

$$\text{Второй квартиль: } Q_2 = x_{Q_2} + h \frac{1/2 \sum f_i - S_{Q_2-1}}{f_{Q_2}} = 4 + 2 \frac{\frac{80}{2} - 15}{22} = 6,3.$$

$$\text{Третий квартиль: } Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{0,75 \sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} = 8 + 2 \frac{0,75 \cdot 80 - 55}{13} = 8,8.$$

2. Рассчитаем первую и девятую децили:

$$D_1 = x_{D_1} + h \frac{\frac{1}{10} \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}} = 0 + 2 \frac{0,1 \cdot 80 - 0}{5} = 3,2 \text{ лет.}$$

$$D_9 = x_{D_9} + h \frac{0,9 \sum f_i - S_{D_9-1}}{f_{D_9}} = 10 + 2 \frac{0,9 \cdot 80 - 68}{12} = 10,7 \text{ лет.}$$

Таким образом, 10 % работников, имеющих наименьший стаж из 80 чел., проработали на данном предприятии менее 3,2 года. А 10 % работников с наибольшим стажем проработали на предприятии не менее 10,7 года.

Задания для самостоятельной работы

Задача 5.1

По двум подразделениям предприятия имеются следующие данные о распределении работников по величине месячной заработной платы (табл. 5.5).

Таблица 5.5

Зарплата в месяц, р.	Численность работников, чел.	
	Подразделение 1	Подразделение 2
До 8 000	16	10
8 000–10 000	24	19
10 000–12 000	29	26
12 000–14 000	21	25
14 000–16 000	12	18
Итого	102	98

Определить, на сколько процентов средняя заработная плата работников первого подразделения выше средней заработной платы работников второго подразделения.

Задача 5.2

Распределение малых предприятий сферы услуг по величине прибыли характеризуется следующими данными (табл. 5.6).

Таблица 5.6

Группы предприятий по размеру годовой прибыли, тыс. р.	Число малых предприятий		
	Регион 1	Регион 2	Регион 3
До 100	15	10	20
100–200	16	34	28
200–300	14	56	39
300–400	11	26	29
Свыше 400	08	11	12
Итого	144	137	128

Определить средний размер прибыли, приходящейся на одно предприятие:

- по каждому региону;
- по трем регионам вместе.

Сформулировать вывод.

Задача 5.3

Имеются данные за два периода о ценах на один вид товара, реализуемого тремя предприятиями (табл. 5.7).

Таблица 5.7

Номер предприятия	Первый квартал		Второй квартал	
	Цена за единицу, р.	Продано товаров, ед.	Цена за единицу, р.	Выручка от реализации, тыс. р.
1	350	1 560	354	557,6
2	373	1 489	385	601,4
3	345	1 690	360	586,1

Определить:

1. Среднюю цену реализации продукции в первом и втором кварталах.
2. Процентное изменение средней цены единицы продукции во втором квартале по сравнению со средней ценой первого квартала.

Задача 5.4

Распределение предприятий региона по величине прибыли за два года характеризуется следующими данными (табл. 5.8).

Таблица 5.8

Размер годовой прибыли, тыс. р.	2015 г.		2016 г.	
	Число предприятий	Стоимость всей произведенной продукции, тыс. р.	Число предприятий	Объем произведенной продукции на одно предприятие, тыс. р.
До 1 000	12	126 890	15	11 589
1 000–2 000	34	441 660	38	14 590
2 000–3 000	26	443 300	28	18 405

Определить:

1. Среднюю величину прибыли на одно предприятие в 2015 и 2016 гг.
2. Средний объем продукции на одно предприятие региона в 2015 и 2016 гг.
3. Процентное изменение среднего размера прибыли и среднего объема выпуска продукции в 2015 г. против 2016 г.

Сформулировать вывод.

Задача 5.5

Имеются данные о численности и месячной заработной плате основных и вспомогательных рабочих за два месяца (табл. 5.9).

Таблица 5.9

Категории рабочих	Первый месяц		Второй месяц	
	Численность работников, чел.	Средняя месячная заработная плата, р.	Фонд заработной платы, тыс. р.	Средняя месячная заработная плата, р.
Основные	450	14 800	7 025,7	15 250
Вспомогательные	80	11 600	992,2	12 190

Определить:

1. Среднюю месячную заработную плату в первом и втором месяце.
2. Процентное изменение средней месячной заработной платы во втором месяце по сравнению с первым.

Сформулировать вывод.

Задача 5.6

Имеются данные о возрастной структуре основных производственных фондов промышленного предприятия (табл. 5.10).

Таблица 5.10

Возраст основных фондов, лет	Количество основных производственных фондов, % к итогу
До 3	10,2
3–6	12,2
6–9	22,2
9–12	31,3
12–15	15,7
Свыше 15	8,4
Итого	100,0

Определить:

1. Средний арифметический возраст оборудования.
2. Модальный и медианный возраст основных фондов (расчетным и графическим путем).

Сформулировать выводы.

Задача 5.7

Распределение безработных региона по возрасту характеризуется следующими данными (табл. 5.11).

Таблица 5.11

Возрастная группа, лет	Численность безработных, % к итогу
До 20	5,6
20–25	15,6
25–30	14,5
30–35	11,8
35–40	14,4
40–45	13,8
45–50	10,6
50–55	8,2
55 и более	5,5
Итого	100,0

Определить:

1. Средний возраст безработных.
2. Модальный возраст безработных, в том числе графически.
3. Медианный возраст безработных, в том числе графически.
4. Квартили и децили возраста населения.

Сформулировать вывод.

Задача 5.8

Имеется распределение 80 рабочих по показателю выполнения дневной нормы выработки продукции (табл. 5.12).

Таблица 5.12

Процент выполнения нормы	Число сотрудников
94–96	3
96–98	9
98–100	16
100–102	25
102–104	18
104–106	13
106–108	4
108–110	2

Определить:

1. Средний процент выполнения нормы.
2. Моду и медиану процента выполнения нормы (расчетным и графическим путем).

Сформулировать вывод.

Задача 5.9

Имеются данные о финансовых результатах работы предприятий, входящих в состав коммерческой фирмы (табл. 5.13).

Таблица 5.13

№ п/п	Прибыль, млн р.	Рентабельность, %
1	24	32
2	17	24
3	22	35

Определить среднюю рентабельность фирмы.

Задача 5.10

Имеются следующие условные данные о реализации акций на фондовой бирже (табл. 5.14).

Таблица 5.14

Брокер	Дата торгов					
	15.06		22.06		29.06	
	Объем продаж, тыс. р.	Количество проданных акций, шт.	Средний курс акций, р.	Объем продаж, тыс. р.	Средний курс акций, р.	Количество проданных акций, шт.
1	720,0	4 100	190	608,0	205	3 950
2	322,2	1 800	175	372,8	183	1 000
3	304,2	1 560	190	437,0	180	4 500
4	175,5	900	184	276,0	185	1 960
5	691,2	3 600	189	661,5	190	3 150

Определить:

1. Средний курс акций на бирже по каждой дате торгов (отметьте, какие средние при этом использовались).
2. На сколько процентов изменялся средний курс акций на торгах от даты к дате и в среднем за рассматриваемый период.

Сформулировать выводы.

Задача 5.11

Имеются данные о группировке крестьянских (фермерских) хозяйств по размеру предоставленных им земельных участков на начало года (табл. 5.15).

Таблица 5.15

Группировка крестьянских хозяйств по размеру земельных участков, га	Число хозяйств
До 3	12
3–5	62
5–7	140
7–9	223
9–11	352
11–13	250
13–15	112
15–17	38
17 и более	15

Определить:

1. Средний арифметический размер земельного участка.
2. Модальный размер земельного участка (в том числе графически).
3. Медианный размер земельного участка (в том числе графически).

Сформулировать вывод.

Задача 5.12

Имеются данные о численности и возрасте группы лиц (табл. 5.16).

Таблица 5.16

Возраст, лет	Численность, чел.
До 18	15
18–22	26
22–26	44
26–30	52
30–34	38
Свыше 34	35

Определить:

1. Средний арифметический возраст лиц.
2. Медиану и моду возраста лиц (в том числе графически).

Сформулировать вывод.

Задача 5.13

Имеются данные о стаже работы рабочих цеха (табл. 5.17).

Таблица 5.17

Стаж работы, лет	Число рабочих, чел.
До 3	17
3–5	28
5–7	33
7–9	15
Свыше 9	7
Итого	100

Определить:

1. Среднее линейное отклонение.
 2. Модальный стаж работы работников.
 3. Медианный стаж работы работников предприятия.
- Сформулировать вывод.

Задача 5.14

Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства продукции промышленным предприятием (табл. 5.18).

Таблица 5.18

Номер цеха	2018 г.		2019 г.	
	Себестоимость единицы продукции, р.	Произведено, тыс. шт.	Себестоимость единицы продукции, р.	Общая себестоимость произведенной продукции, тыс. р.
1	183	35	189	8 815
2	160	85	170	12 750
3	165	45	160	5 700

Определить:

1. Среднюю себестоимость единицы продукции в 2010 и 2011 гг.
2. Процентное изменение средней себестоимости в 2019 г. по сравнению с 2018 г.

Сформулировать выводы.

Задача 5.15

Имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих (табл. 5.19).

Таблица 5.19

Подразделения	Базисный год		Отчетный год	
	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников в подразделении, чел.	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Стоимость всей произведенной продукции, тыс. р.
1	650	25	662	16 850
2	890	18	898	17 300
3	720	22	735	14 980

Определить:

1. Среднюю выработку одного работника в базисном и отчетном году.

2. На сколько процентов изменилась средняя выработка в отчетном году по сравнению с базисным.

Сформулировать выводы.

Задача 5.16

Известны данные о размере вклада одного из филиалов коммерческого банка (табл. 5.20).

Таблица 5.20

Размер вклада, тыс. р.	Количество вкладчиков, % к итогу
До 20	12,5
20–40	13,8
40–60	29,7
60–100	30,3
100–200	9,2
Свыше 200	4,5
Итого	100,0

Определить:

1. Модальный размер одного вклада.

2. Медианный размер одного вклада.

Сформулировать вывод.

Задача 5.17

По трем городам известны следующие данные (табл. 5.21).

Таблица 5.21

Город	Число средних общеобразовательных учреждений	Из них гимназий	Среднее число учащихся в расчете на одно образовательное учреждение
А	26	3	841
Б	118	18	908
В	46	6	858

По трем городам вместе определить:

1. Среднее число средних общеобразовательных учреждений.

2. Среднюю долю гимназий.

3. Среднее число учащихся в расчете на одно учебное заведение.

Сформулировать вывод.

Задача 5.18

По предприятиям одной отрасли известны следующие данные (табл. 5.22).

Таблица 5.22

Предприя- тие	Фондоемкость производства, р.	Среднегодовая стоимость основных средств, млн р.	Рентабельность продаж, %
А	0,78	33,6	24,1
Б	0,91	117,4	18,6
В	0,9	98,9	21,7
Г	1,0	144,3	20,8

Определить по четырем предприятиям вместе:

1. Среднюю фондоемкость производства продукции.
2. Среднегодовую стоимость основных средств.
3. Среднюю рентабельность продаж.
4. Средний размер прибыли.

Сформулировать вывод.

Тесты для самоконтроля

1. Если все веса увеличить в 2 раза, средняя величина:

- а) изменится;
- б) не изменится.

2. Формула $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}}$ является:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;
- в) средней гармонической простой;
- г) средней гармонической взвешенной;
- д) средней квадратической простой;
- е) средней квадратической взвешенной.

3. Распределите средние величины по возрастанию показателя степени (m):

- а) арифметическая;
- б) гармоническая;
- в) геометрическая;
- г) квадратическая;
- д) кубическая.

4. По результатам сессии знания группы студентов по отдельной дисциплине были оценены (табл. 5.23).

Таблица 5.23

Показатель	Балл оценки				
	2 (неудовлетворительно)	3 (удовлетворительно)	4 (хорошо)	5 (отлично)	Всего
Число студентов	3	17	6	7	33

Средняя величина «средний балл оценки студентов» определяется:

- а) по арифметической простой;
- б) арифметической взвешенной;
- в) гармонической простой;
- г) гармонической взвешенной;
- д) геометрической простой;
- е) геометрической взвешенной.

Продемонстрируйте расчет.

5. Если известны значения признака у каждой единицы совокупности и количество единиц, обладающих тем или иным значением признака, то применяется формула (запишите ее):

- а) средняя гармоническая простая;
- б) средняя арифметическая взвешенная;
- в) средняя хронологическая;
- г) средняя арифметическая простая.

6. Когда статистическая информация не содержит частот по отдельным единицам совокупности, а представлена как произведение этих единиц на значения признака, то применяется формула (запишите ее):

- а) средняя гармоническая простая;
- б) средняя арифметическая взвешенная;
- в) средняя гармоническая взвешенная;
- г) средняя геометрическая.

7. Модой в статистике называют:

- а) значение признака у единицы, которая находится в середине упорядоченного ряда распределения;
- б) значение признака, которое чаще всего встречается в данной совокупности;
- в) значение признака, которое встретилось в данной совокупности единственный раз.

8. Медианой в статистике называется:

- а) значение признака у единицы совокупности, которая занимает центральное положение в упорядоченном ряду распределения;
- б) наиболее часто встречающееся значение в ряду распределения;
- в) максимальное значение признака в ряду распределения.

9. Под ранжированием понимают:

- а) определение предела значений варьирующего признака;
- б) определение средней для вариационного ряда распределения;
- в) расположение всех вариантов ряда в возрастающем (убывающем) порядке.

10. Для определения среднего значения признака, объем которого представляет собой сумму его индивидуальных значений, следует применить формулу средней:

- а) арифметической простой;
- б) гармонической простой;
- в) арифметической взвешенной;
- г) гармонической взвешенной.

11. Если при расчете средней в качестве весов применяется произведение единиц совокупности на значения признака, то это:

- а) средняя арифметическая взвешенная;
- б) средняя гармоническая взвешенная;
- в) средняя квадратическая взвешенная.

12. Величина средней арифметической взвешенной зависит:

- а) от размера частот;
- б) соотношения между частотами;
- в) размера вариантов.

13. Если каждое значение признака повторяется в ряду распределения один раз, то исчисляется:

- а) средняя гармоническая простая;
- б) средняя арифметическая простая;
- в) средняя арифметическая взвешенная.

14. Средняя выработка рабочих в двух цехах равна 380 деталей за смену. В первом цехе дисперсия выработки равна 28, во втором – 49. Более типична средняя:

- а) в первом цехе;
- б) во втором цехе;
- в) в обоих цехах.

15. Средняя является величиной, типичной:

- а) для качественно однородной совокупности;
- б) любой совокупности;
- в) нет правильного ответа.

16. Если все индивидуальные значения признака увеличить на 5 пунктов, то средняя:

- а) уменьшиться;
- б) увеличиться;
- в) на 5 пунктов;
- г) в 5 раз;
- д) изменение средней предсказать нельзя.

17. Величина средней арифметической зависит:

- а) от размера частот;
- б) соотношения между частотами;
- в) размера вариантов.

18. Индивидуальным предпринимателем реализовано яблок «Белый налив» на 2 500 р., яблок «Антоновка» – на 3 400 р. Цена 1 кг яблок «Белый налив» составила 55 р., «Антоновка» – 61 р. Определить среднюю цену реализации всех яблок:

- а) 59,5 р.;
- б) 57,0 р.;
- в) 57,6 р.;
- г) 58,3 р.

19. Курс акций по результатам биржевых торгов составил: 25 р., 33 р. и 29 р. за одну акцию. Количество проданных акций соответственно составило 14 000, 2 500 и 9 800 шт. Определить средний курс акций по результатам торговой сессии:

- а) 30,17;

- б) 27,25;
- в) 28,96;
- г) 26,85;
- д) 29,27.

20. Фирма реализовала продукцию трех видов на сумму 1 200, 450, 3 800 тыс. р. Процент выполнения плана при этом составил 98,2, 100,9, 102,8 % соответственно. Определить средний процент выполнения плана:

- а) 99,9;
- б) 100,2;
- в) 101,6;
- г) 102,0.

21. Себестоимость единицы однородной продукции на трех предприятиях составила: 560, 595, 542 р. Общий объем продаж составил соответственно 2 240, 3 153,5, 3 902,4. Определить среднюю себестоимость единицы продукции:

- а) 563,4 р.;
- б) 550,5 р.;
- в) 570,6 р.;
- г) 560,0 р.
- д) 555,1 р.

22. Модой в ряду распределения является:

- а) значение признака, делящее ряд ранжированных значений на две равные части;
- б) наибольшее значение признака;
- в) наибольшая частота;
- г) значение признака, которое встречается чаще других.

23. Доля забракованной продукции составила 20, 10, 15 %. Стоимость произведенной продукции соответственно 200, 270, 400 тыс. р. Определить средний процент бракованной продукции:

- а) 14,1;
- б) 15,0;
- в) 13,3;
- г) 16,4.

24. Если все значения признака уменьшить на постоянную величину А, то дисперсия:

- а) не изменится;
- б) уменьшится на величину А;
- в) увеличится на величину А;
- г) предсказать изменения нельзя.

25. Три коммерческих банка имеют по 24, 11, 39 филиалов. Среднее число вкладов в каждом из обособленных подразделений составляет соответственно 1 900, 1 850 и 1 916. Среднее число вкладов равняется:

- а) 1 920;
- б) 1 890;

- в) 1 901;
- г) 1 900.

26. Известны данные, характеризующие стаж работы работников предприятия: стаж работы один год имеют 12 чел., два года – 18 чел., три года – 27 чел., четыре года – 26 чел., пять лет – 19 чел., шесть лет – 19 чел. Модальный стаж работы равен:

- а) 2,5 года;
- б) 2 года;
- в) 5 лет;
- г) 3 года;
- д) 4,5 года.

27. Графически мода определяется с помощью:

- а) кумуляты;
- б) гистограммы распределения;
- в) полигона распределения.

28. Графически медиана определяется с помощью:

- а) кумуляты;
- б) гистограммы распределения;
- в) полигона распределения;

29. Банк выдал кредитов населению по четырем кредитным программам в размере 126 000, 210 900, 98 000 и 36 000 тыс. р. При этом средний размер одного кредита по каждой программе составил соответственно 104, 85, 110 и 92 тыс. р. Определить средний размер одного кредита:

- а) 94,65 тыс. р.;
- б) 100,30 тыс. р.;
- в) 92,00 тыс. р.;
- г) 98,67 тыс. р.;
- д) 102,35 тыс. р.

30. Процент выполнения плана выработки продукции работниками четырех цехов в среднем составил: 98, 100, 99, 104. При этом среднесписочная численность работников каждого цеха составляла соответственно: 450, 100, 190 и 272 чел. Определить средний по всему предприятию процент выполнения норм выработки.

- а) 99,5;
- б) 100,0;
- в) 98,9;
- г) 101,5.

31. Средняя гармоническая применяется в случаях, когда:

- а) известен общий объем признака, но неизвестно количество единиц, обладающих этим признаком;
- б) известно количество единиц, обладающих этим признаком, но не известен общий объем признака;

в) известен общий объем признака и количество единиц, обладающих этим признаком.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность и роль средней величины в статистике?
2. Какие условия необходимо учитывать при расчете средней величины?
3. Какие виды средних применяются в статистике?
4. Как исчисляются средняя арифметическая простая и взвешенная?
5. Как исчисляются средняя гармоническая простая и взвешенная?
6. Как исчисляется средняя геометрическая?
7. Как исчисляются структурные средние – мода и медиана?
8. В каких случаях применяется средняя гармоническая?
9. Что характеризуют квантили вариационного ряда?
10. Что характеризует децильный коэффициент дифференциации и коэффициент фондов?

Тема 6. Показатели вариации

Средние величины раскрывают важную обобщающую характеристику совокупности по варьирующему признаку. Рассчитав их, необходимо уяснить, насколько они показательны, типичны или однородны. Одинаковые средние могут характеризовать совершенно разнородные совокупности. Провести оценку однородности совокупности, а также типичности средней величины можно с помощью расчета показателей вариации.

Вариация признака – это изменение значений признака у единиц статистической совокупности, которые обусловлены влиянием действия различных факторов.

Применение показателей вариации в экономическом анализе достаточно широко: они рассчитываются для статистических совокупностей, упорядоченных с помощью метода группировок, классификаций, построения рядов распределения, и позволяют оценить колебания значений изучаемого признака, однородность совокупности по данному признаку.

Существуют две группы показателей вариации:

- абсолютные;
- относительные.

1. Абсолютные показатели вариации.

Абсолютная величина, с помощью которой измеряется вариация признака – размах вариации.

Размах вариации (R) – это разность между наибольшим и наименьшим значениями признака.

Определяется размах вариации следующим образом:

$$H = x_{\max} - x_{\min},$$

где x_{\max} , x_{\min} – наибольшее и наименьшее значения признака в изучаемой совокупности.

Величина размаха вариации зависит от крайних значений признака и не отражает колеблемости признака у основной массы единиц совокупности.

В ряде случаев возникает необходимость в расчете показателя, который будет отражать вариацию значений признаков от их средней (общей) величины. К таким показателям относятся:

- среднее линейное отклонение;
- дисперсия;
- среднее квадратическое отклонение.

Вышеуказанные показатели вариации представляют собой средние величины, полученные из отклонений индивидуальных значений признака от их среднего.

Среднее линейное отклонение дает обобщенную характеристику степени колеблемости признака в совокупности и вычисляется для несгруппированных и сгруппированных данных по следующим формулам:

- для не сгруппированных данных (простое):

$$l = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n};$$

– для сгруппированных данных (взвешенное):

$$l = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i},$$

где x_i – варианты; \bar{x} – средний уровень изучаемого ряда распределения; f_i – частота.

Среднее отклонение случайной величины от ее математического ожидания равно нулю, на практике обычно используют другой показатель, а именно дисперсию. Дисперсия – это средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины, который в зависимости от исходных данных рассчитывается по формулам простой дисперсии (для несгруппированных данных) и взвешенной дисперсии (для сгруппированных данных):

– для несгруппированных данных (простое):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n};$$

– для сгруппированных данных (взвешенное):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}.$$

Формула дисперсии также может быть записана в следующем виде:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2.$$

Для несгруппированных данных преобразованная формула для определения дисперсии имеет вид

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2,$$

для сгруппированных –

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \right)^2.$$

Среднее квадратическое отклонение рассчитывается как корень квадратный из дисперсии. Эта величина также вычисляется как простая или взвешенная в зависимости от того, каковы исходные данные – сгруппированные или несгруппированные:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Преобразуем указанную выше формулу среднего квадратического отклонения:

– для несгруппированных данных (простое):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} ;$$

– для сгруппированных данных (взвешенное):

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}} .$$

2. Относительные показатели вариации характеризуют колеблемость изучаемых признаков в совокупности или одного и того же признака в нескольких совокупностях. Эти показатели исчисляются в виде отношения (в %) абсолютного показателя вариации к средней арифметической. Существуют следующие относительные показатели вариации:

– коэффициент вариации:

$$\nu_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \% ;$$

– коэффициент осцилляции:

$$\nu_H = \frac{H}{\bar{x}} \cdot 100 \% ;$$

– коэффициент среднего линейного отклонения:

$$\nu_l = \frac{l}{\bar{x}} \cdot 100\% .$$

Чем меньше значения перечисленных выше показателей вариации, тем более однородна совокупность и тем более типично рассчитанное по ее данным среднее значение.

В статистической совокупности, разбитой на однородные группы по какому-либо признаку, общая вариация складывается из внутригрупповой и межгрупповой вариации. В данном случае в силу вступает правило сложения дисперсий. Общая дисперсия в соответствии с этим правилом может быть рассчитана по формуле

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_j^2 + \delta^2 ,$$

где $\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$ – средняя из внутригрупповых дисперсий (σ_j^2 – внутригрупповая дисперсия в j -й группе, n_j – численность j -й группы); $\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$ – межгрупповая дисперсия (\bar{x}_j – групповые средние, \bar{x} – общая средняя изучаемого показателя).

Дисперсия доли определяется двумя способами:

– путем определения общей дисперсии доли по формуле

$$\sigma^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p}),$$

где $\bar{p} = \frac{\sum p_j \cdot n_j}{\sum n_j}$ – средняя доля;

– путем применения правила сложения дисперсий.

Дисперсия доли определяется по формуле $\sigma_j^2 = p_j \cdot (1 - p_j)$, где p_j – доля изучаемого признака.

Отсюда средняя из внутригрупповых дисперсий доли определяется по формуле

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum p_j \cdot (1 - p_j) \cdot n_j}{\sum n_j}.$$

Межгрупповая дисперсия определяется следующим образом:

$$\delta^2 = \frac{\sum (p_j - \bar{p})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}.$$

Далее для нахождения общей дисперсии используется уже известное правило сложения дисперсий.

С помощью перечисленных показателей можно определить эмпирическое корреляционное отношение (η – «эта»), которое используется для оценки силы влияния группировочного признака на общую вариацию признака или для оценки тесноты зависимости результативного признака от группировочного признака. Данный показатель рассчитывается по формуле

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}.$$

Значение коэффициента эмпирического корреляционного отношения находится в пределах от 0 до 1. Если $\eta = 1$, то связь между изучаемым фактором и вариацией признака функциональна, т.е. признак, положенный в основу группировки, полностью определяет общую вариацию. Если $\eta = 0$, то связь между изучаемым фактором и общей вариацией признака полностью отсутствует. Фактическое значение эмпирического корреляционного отношения оценивает по степени близости к крайним значениям.

Пример 1

Имеются данные о стаже работы рабочих одного из цехов предприятия, представленные в табл. 6.1.

Определить:

1. Среднее линейное отклонение стажа.
2. Дисперсию стажа работы.
3. Среднее квадратическое отклонение стажа работы.
4. Коэффициент вариации стажа работы.

Сформулировать вывод.

Таблица 6.1

Стаж работы, лет	Число рабочих, чел.
До 3	17
3–5	28
5–7	33
7–9	15
Свыше 9	7
Итого	100

Решение.

Расчет показателей вариации проведем в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Стаж работы, лет	Середины интервалов, x_i	Число рабочих, f_i	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} \cdot f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
До 3	2	17	3,3	56,1	185,13
3–5	4	28	1,3	36,4	47,32
5–7	6	33	0,7	23,1	16,17
7–9	8	15	2,7	40,5	109,35
Свыше 9	10	7	4,7	32,9	154,63
Итого	–	100	–	189	512,6

Средний арифметический стаж работы равен 5,3 года, т.е. $\bar{x} = 5,3$.

1. Среднее линейное отклонение.

Поскольку исходные данные сгруппированы, то используется формула

$$l = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{189}{100} = 1,89 \text{ лет}.$$

2. Дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{512,6}{100} = 5,13 \text{ лет}.$$

3. Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5,13} = 2,26 \text{ лет}.$$

4. Коэффициент вариации:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2,26}{5,3} \cdot 100\% = 42,6\%.$$

Полученное высокое значение коэффициента вариации говорит о количественной неоднородности совокупности и о нетипичности для данной совокупности исчисленного среднего стажа работы.

Пример 2

Имеются данные о численности, заработной плате и квалификации работников предприятия (табл. 6.3).

Таблица 6.3

Тарифный разряд	Численность рабочих, n_j	Средняя месячная заработная плата, \bar{x}_j , р.	Среднее квадратическое отклонение, σ_j , р.
2–4	125	32 560	1 350
4–6	98	44 180	1 520

Определить:

1. Среднюю месячную заработную плату всех рабочих.
2. Среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсию.
3. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости величины заработной платы от уровня квалификации.

Сформулировать вывод.

Решение:

1. Среднюю месячную заработную плату всех рабочих определим с помощью средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{32560 \cdot 125 + 44180 \cdot 98}{125 + 98} = 37666,6 \text{ руб.}$$

2. Поскольку известны величины внутригрупповых средних квадратических отклонений, следовательно, мы можем сразу определить величины групповых дисперсий путем возведения во вторую степень, а затем рассчитать среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{1350^2 \cdot 125 + 1520^2 \cdot 98}{125 + 98} = 2036913,5 \text{ руб.}$$

Межгрупповая дисперсия заработной платы:

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(32560 - 37666,6)^2 \cdot 125 + (44180 - 37666,6)^2 \cdot 98}{125 + 98} = 33261254 \text{ руб.}$$

Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_j^2 + \delta^2 = 2036913,5 + 33261254 = 35298167,5 \text{ руб.}$$

3. Эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{33261254}{35298167,5}} = 0,971.$$

Полученное значение эмпирического корреляционного отношения говорит о наличии достаточно высокой степени зависимости величины заработной платы от уровня квалификации работников, поскольку расхождение средней заработной платы на 97,1 % объясняется влиянием этого фактора.

Пример 3

По трем цехам предприятия имеются данные о численности и удельном весе работников старше 50 лет (табл. 6.4).

Таблица 6.4

Номер цеха	Численность работников, n_j	Удельный вес работников старше 50 лет, p_j , %
1	230	15
2	140	22
3	130	12
Итого	500	—

Определить:

1. Среднюю долю работников старше 50 лет по всем цехам.
2. Общую дисперсию доли.

Решение.

Способ 1:

1. Средняя доля работников:

$$\bar{p} = \frac{\sum p_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{0,15 \cdot 230 + 0,22 \cdot 140 + 0,12 \cdot 130}{500} = 0,162 \text{ (16,2\%).}$$

2. Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = \bar{p} \cdot (1 - \bar{p}) = 0,162 \cdot (1 - 0,162) = 0,136.$$

Способ 2:

1. Определим дисперсию доли по каждому цеху (внутригрупповую дисперсию доли):

$$\sigma_1^2 = p_j \cdot (1 - p_j) = 0,15 \cdot (1 - 0,15) = 0,128;$$

$$\sigma_2^2 = p_j \cdot (1 - p_j) = 0,22 \cdot (1 - 0,22) = 0,172$$

$$\sigma_3^2 = p_j \cdot (1 - p_j) = 0,12 \cdot (1 - 0,12) = 0,106.$$

2. Определим среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_j^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{0,128 \cdot 230 + 0,172 \cdot 140 + 0,106 \cdot 130}{500} = 0,135.$$

3. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta^2 = \frac{\sum (p_j - \bar{p})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(0,15 - 0,162)^2 230 + (0,22 - 0,162)^2 140 + (0,12 - 0,162)^2 130}{500} = 0,001$$

4. Общая дисперсия:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_j^2 + \delta^2 = 0,135 + 0,001 = 0,136.$$

Задания для самостоятельной работы

Задача 6.1

Имеются данные о распределении населения региона по величине среднемесячного душевого дохода (табл. 6.5).

Таблица 6.5

Среднедушевой доход в месяц, р.	Численность населения, % к итогу
До 10 000	8,9
10 000–15 000	24,1
15 000–20 000	25,5
20 000–30 000	19,9
30 000 и более	21,6
Итого	100,0

Определить:

1. Средний размер душевого дохода всего населения региона.
2. Среднее линейное отклонение душевого дохода.
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение душевого дохода.
4. Коэффициент вариации душевого дохода.

Сформулировать выводы.

Задача 6.2

По результатам выборочного обследования семей города обеспеченность последних жилой площадью характеризуется следующими данными (табл. 6.6).

Таблица 6.6

Размер жилой площади на одного члена семьи, м ²	Число семей
7–9	18
9–11	44
11–13	76
13–15	72
15–17	15
Свыше 17	6

Определить:

1. Среднюю обеспеченность жилой площадью.
2. Среднее линейное отклонение жилой площади.
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение жилой площади.
4. Коэффициент вариации жилой площади.

Сформулировать вывод.

Задача 6.3

Имеются данные выборки работников предприятия с целью определения зависимости средней заработной платы от уровня квалификации, представленные в табл. 6.7.

Определить:

1. Среднюю месячную заработную плату всех рабочих.

2. Среднюю из внутригрупповых, межгрупповую и общую дисперсию.
 3. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости величины заработной платы от уровня квалификации.
- Сформулировать вывод.

Таблица 6.7

Тарифный разряд	Численность работников, чел.	Средняя месячная заработная плата, р.	Среднее квадратическое отклонение заработной платы, р.
1–2	85	10 500	195
2–4	105	12 640	230
4–6	96	13 240	260

Задача 6.4

В результате статистического обследования работников населенного пункта были получены следующие результаты (табл. 6.8).

Таблица 6.8

Величина месячной заработной платы, р.	Численность работников	
	Мужчин	Женщин
До 30 000	21	48
30 000–35 000	56	84
35 000–40 000	124	23
40 000–50 000	41	19
50 000–80 000	33	15
Итого	275	189

Определить:

1. Средний размер месячной заработной платы: 1) мужчин; 2) женщин; 3) в целом.
2. Внутригрупповые дисперсии исследуемого показателя и межгрупповую дисперсию.
3. Общую дисперсию.
4. Коэффициент вариации.
5. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости вариации заработной платы от признака пола.

Сформулировать вывод.

Задача 6.5

По пяти предприятиям одной отрасли известны данные о численности и доле рабочих, имеющих профильное образование, представленные в табл. 6.9.

Определить:

1. Среднюю долю рабочих, имеющих профильное образование в целом по предприятию.
2. Дисперсию доли рабочих, имеющих профильное образование (двумя способами).

Сформулировать вывод.

Таблица 6.9

Номер предприятия	Численность рабочих, чел.	Для рабочих, имеющих профильное образование, %
1	500	65
2	650	42
3	1 050	50
4	860	36
5	740	59
Итого	3 800	—

Задача 6.6

Имеются данные об удельном весе основных рабочих в трех цехах фирмы (табл. 6.10).

Таблица 6.10

Номер цеха	Удельный вес основных рабочих, %	Численность всех рабочих, чел.
1	90	420
2	72	385
3	85	340
Итого	—	1 145

Определить:

1. Долю рабочих в целом по фирме.
 2. Общую дисперсию доли основных рабочих (двумя способами).
- Сформулировать вывод.

Задача 6.7

С целью определения влияния фактора повышения квалификации торговых представителей на результаты деятельности отделом управления персоналом предприятия было проведено исследование. Результаты исследования десяти торговых представителей представлены в табл. 6.11.

Таблица 6.11

Торговый представитель	Проходил ли переобучение в последние два года	Число заключенных контрактов в день проведения опроса
1	Да	7
2	Нет	6
3	Нет	7
4	Да	8
5	Нет	7
6	Да	8
7	Да	9
8	Нет	8
9	Да	7
10	Да	8

Требуется:

1. Провести группировку торговых представителей по признаку прохождения курсов повышения квалификации за последние три года.

2. По каждой полученной группе и в целом определить среднее число заключенных агентами контрактов в день проведения исследования.

3. Определить внутригрупповые, среднюю из групповых, межгрупповую и общую дисперсии числа заключенных контрактов

4. С помощью эмпирического корреляционного отношения определить степень зависимости числа заключенных контрактов от фактора повышения квалификации.

Сформулировать выводы.

Задача 6.8

Имеем следующие данные Росстата (табл. 6.12) о распределении численности мужчин и женщин (городское и сельское население) по возрастным группам на 1 января 2006 г. (тыс. чел.).

Таблица 6.12

Возраст, лет	Городское население		Сельское население	
	Мужчины	Женщины	Мужчины	Женщины
0–4	2 544	2 410	1 066	1 017
5–9	2 222	2 115	1 062	1 019
10–14	2 665	2 549	1 316	1 260
15–19	4 184	4 089	1 836	1 716
20–24	4 814	4 797	1 457	1 337
25–29	4 188	4 276	1 330	1 255
30–34	3 871	3 970	1 242	1 212
35–39	3 394	3 572	1 239	1 212
40–44	3 778	4 210	1 502	1 459
45–49	4 054	4 777	1 630	1 593
50–54	3 523	4 441	1 312	1 369
55–59	2 820	3 755	941	1 074
60–64	1 314	1 970	463	660
65–69	1 991	3 410	854	1 354
70 и более	2 413	5 989	1 139	2 723

Вычислить:

1. Средний возраст мужчин и женщин городского и сельского населения.

2. Дисперсию признака и среднее квадратическое отклонение по каждому виду населения.

3. Коэффициент вариации признака.

Сравнить вариацию, сформулировать выводы.

Задача 6.9

Урожайность зерновых в хозяйствах района характеризуется данными, представленными в табл. 6.13.

Определить:

1. Среднюю арифметическую урожайность по району.

2. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонение урожайности зерновых.

3. Коэффициент осцилляции и коэффициент вариации урожайности зерновых.

Сформулировать вывод.

Таблица 6.13

Урожайность зерновых, ц/га	Число хозяйств
12–15	12
15–18	45
18–21	32
21–24	11
24–27	19
27–30	4

Задача 6.10

Имеются данные о численности и возрасте группы лиц (табл. 6.14).

Таблица 6.14

Возраст, лет	Численность, чел.
До 20	26
20–25	44
25–30	35
30–35	18
35–40	10
Свыше 40	7

Определить:

1. Средний арифметический возраст лиц.
2. Среднее линейное отклонение.
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение возраста.
4. Коэффициент вариации возраста.

Сформулировать вывод.

Задача 6.11

Известны данные о величине месячной заработной платы работников (табл. 6.15).

Таблица 6.15

Заработная плата в месяц, тыс. р.	Численность работников, чел.	
	Прошедших повышение квалификации	Не прошедших повы- шение квалификации
До 20	8	18
20–24	16	24
24–26	28	14
26–30	26	7
Свыше 30	23	2

Определить:

1. Средний размер месячной заработной платы: 1) по каждой группе работников; 2) по двум группам вместе.
2. Внутригрупповую дисперсию заработной платы работников.
3. Межгрупповую дисперсию заработной платы.
4. Общую дисперсию заработной платы.

5. С помощью эмпирического корреляционного отношения связь между фактором прохождения работниками повышения квалификации и их заработной платой.

Сформулировать вывод.

Задача 6.12

По результатам выборочного обследования семей города обеспеченность последних жилой площадью характеризуется следующими данными (табл. 6.16).

Таблица 6.16

Размер жилой площади на одного члена семьи, м ²	Число семей
7–9	18
9–11	44
11–13	76
13–15	72
15–17	15
Свыше 17	6

Определить:

1. Среднюю обеспеченность жилой площадью.
2. Размах вариации и среднее линейное отклонение размера жилой площади на члена семьи.
3. Дисперсию и среднее квадратическое отклонение размера жилой площади на члена семьи.
4. Коэффициенты осцилляции, среднего линейного отклонения и среднего квадратического отклонения жилой площади.

Сформулировать выводы.

Задача 6.13

Имеются данные об удельном весе рабочих старше 40 лет в четырех подразделениях предприятия (табл. 6.17).

Таблица 6.17

Номер подразделения	Удельный вес рабочих старше 40 лет, %	Численность всех рабочих подразделений, чел.
1	65	560
2	59	400
3	58	320
4	60	510
Итого	—	1 790

Определить:

1. Долю рабочих старше 40 лет в целом по фирме.
2. Общую дисперсию доли рабочих (двумя способами).

Сформулировать вывод.

Задача 6.14

Имеется распределение рабочих по показателю выполнения дневной нормы выработки продукции (табл. 6.18).

Таблица 6.18

Процент выполнения нормы	Число сотрудников, чел.
94–96	3
96–98	9
98–100	16
100–102	25
102–104	18
Итого	71

Определить:

1. Средний арифметический процент выполнения нормы.
2. Размах вариации и среднее линейное отклонение процента выполнения нормы.
3. Среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации процента выполнения нормы.

Сформулировать вывод.

Задача 6.15

Численность и стаж работы работников предприятия характеризуется следующими данными (табл. 6.19).

Таблица 6.19

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.
До 1	2
1–2	5
2–4	22
4–6	22
6–8	18
8–10	13
Свыше 10	12
Итого	80

Определить:

1. Средний стаж работы.
2. Среднее квадратическое отклонение стажа работы всех работников.
3. Коэффициент вариации стажа работы работников.

Сформулировать вывод.

Задача 6.16

Известны данные о доле земель сельхозназначения в общей площади земельного фонда по регионам, представленные в табл. 6.20.

Определить:

1. Среднюю арифметическую долю земель сельскохозяйственного назначения.
2. Среднее линейное отклонение доли земель сельскохозяйственного назначения.
3. Среднее квадратическое отклонение доли земель сельскохозяйственного назначения.

4. Коэффициент среднего линейного и среднего квадратического отклонения доли земель сельскохозяйственного назначения.

Сформулировать вывод.

Таблица 6.20

Доля земель сельхозназначения, %	Число регионов
До 3	11
3–5	15
5–7	16
7–9	12
9–11	4
11 и более	1
Итого	59

Задача 6.17

По предприятию известны данные о численности работающих и рабочих (табл. 6.21).

Таблица 6.21

Номер филиала	Среднесписочная численность всех работающих, чел.	Среднесписочная численность рабочих, чел.
1	120	100
2	96	76
3	100	80
4	56	41
5	81	60
6	105	88

Определить:

1. Долю рабочих в общей численности работающих по каждому филиалу.
2. Среднюю долю рабочих в целом по предприятию.
3. Внутригрупповую дисперсию доли рабочих в общей численности работающих.
4. Межгрупповую и общую дисперсию доли рабочих в общей численности работающих.

Сформулировать вывод.

Задача 6.18

Имеются данные, характеризующие работу подразделений сельскохозяйственного предприятия, представленные в табл. 6.22.

По шести бригадам определить:

1. Среднюю урожайность яровой пшеницы.
 2. Среднюю площадь посевов яровой пшеницы.
 3. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонение урожайности пшеницы.
 4. Коэффициент вариации показателей урожайности.
- Сформулировать вывод.

Таблица 6.22

Бригада	Посевная площадь яровой пшеницы, га	Урожайность яровой пшеницы, ц/га
1	2 520	22,3
2	890	23,5
3	3 000	19,8
4	1 590	20,8
5	1 200	21,0
6	2 000	23,0
7	1 140	20,2

Задача 6.19

Имеются данные по десяти предприятиям одной отрасли региона (табл. 6.23).

Таблица 6.23

Номер пред- приятия	Выручка от продаж за год, млн р.	Среднегодовая балансовая вели- чина основных средств, млн р.	Номер пред- приятия	Выручка от продаж за год, млн р.	Среднегодовая балансовая величи- на основных средств, млн р.
1	25,6	22,9	6	33,5	32,4
2	68,0	63,0	7	76,1	73,5
3	125,1	108,8	8	104,2	94,7
4	59,7	55,5	9	96,6	84,7
5	158,3	142,6	10	81,9	71,8

По десяти предприятиям отрасли определить:

1. Средний коэффициент фондоотдачи основных средств.
 2. Среднее линейное и среднее квадратическое отклонения величины ко-
эффициента фондоотдачи.
 3. Коэффициент среднего линейного отклонения показателя фондоотдачи.
- Сформулировать вывод.

Задача 6.20

Известны данные, характеризующие производственную деятельность по пятидневкам трех промышленных предприятий одной отрасли (табл. 6.24).

Таблица 6.24

Предприятие	Произведено продукции по пятидневкам, млн р.				
	I	II	III	IV	V
1	11,2	12,5	13,2	13,8	12,7
2	4,2	5,2	4,9	5,5	5,1
3	7,5	7,7	8,5	8,8	8,8

Определить:

1. По каждому предприятию средний ежедневный выпуск продукции.
 2. С помощью изученных показателей вариации провести сравнительный анализ ритмичности выпуска продукции.
- Сформулировать вывод.

Задача 6.21

Имеются данные о производительности труда рабочих, работающих в дневную и ночную смены (табл. 6.25).

Таблица 6.25

Табельный номер рабочего	Выработано продукции, шт.	
	Дневная смена	Ночная смена
1	15	12
2	11	10
3	13	13
4	14	12
5	16	15
6	14	10
7	15	14
8	13	13
9	10	9
10	15	12

По имеющимся данным определить:

1. Среднюю выработку продукции всеми рабочими в дневную и ночную смены.
2. С помощью показателей вариации и величины эмпирического корреляционного отношения влияние фактора смены на расхождение средней выработки.
Сформулировать вывод.

Тесты для самоконтроля

1. Вариация признака – это:
 - а) различия индивидуальных значений признака у единиц совокупности;
 - б) колеблемость, многообразие, изменяемость величины признака у отдельных единиц совокупности;
 - в) изменение значений признака у единиц совокупности, которые обусловлены влиянием действия различных факторов;
 - г) обобщенная характеристика однотипных явлений по одному из варьирующих признаков.
2. Для изучения и измерения вариации используются следующие показатели:
 - а) величина интервала;
 - б) среднее линейное отклонение;
 - в) средний квадрат отклонений;
 - г) коэффициент осцилляции.
3. Наименьшую степень финансового риска имеет вариант вложения капитала с коэффициентом вариации, равным:
 - а) 11 %;
 - б) 17 %;
 - в) 33 %;
 - г) 40 %.

4. Средняя из внутригрупповых дисперсий характеризует:

- а) вариацию признака под влиянием всех факторов, формирующих уровень признака у единиц данной совокупности;
- б) случайную вариацию, т.е. часть вариации, возникающую под влиянием других, неучтенных факторов, и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки;
- в) различия в величине изучаемого признака, которые возникают под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки;
- г) вариацию признака-результата, сложившуюся под влиянием изучаемого фактора.

5. Для измерения вариации значения признака не вычисляют:

- а) медиану;
- б) размах вариации;
- в) среднее линейное отклонение.

6. Дисперсия вариационного ряда определяется как:

- а) разность между наибольшим и наименьшим значениями признака;
- б) средний квадрат отклонений вариантов от их средней арифметической;
- в) сумма отклонений всех вариантов от их средней арифметической.

7. Отношение величины отклонений крайних значений признака к средней арифметической – это:

- а) коэффициент вариации;
- б) коэффициент среднего линейного отклонения;
- в) коэффициент осцилляции.

8. Эмпирическое корреляционное отношение изменяется в пределах:

- а) от 0 до 1;
- б) от -1 до $+1$;
- в) от -1 до 0;
- г) от $-0,5$ до $+0,5$.

9. Коэффициент вариации можно использовать для сравнения вариации:

- а) одного и того же признака в разных совокупностях;
- б) разных признаков в одной и той же совокупности;
- в) одного и того же признака в одной и той же совокупности.

10. Если все значения признака уменьшить в 5 раз, то дисперсия:

- а) не изменится;
- б) уменьшится в 5 раз;
- в) уменьшится в 25 раз;
- г) уменьшится в 10 раз;
- д) предсказать изменения нельзя.

11. Если все значения признака уменьшить на постоянную величину A , то дисперсия:

- а) не изменится;
- б) уменьшится на величину A ;

- в) увеличится на величину А;
- г) предсказать изменения нельзя.

12. Коэффициент вариации можно исчислить по формуле:

а) $\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$;

б) $\sigma^2 = \bar{\sigma}_j^2 + \delta^2$;

в) $H = x_{\max} - x_{\min}$;

г) $\nu_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$;

д) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$.

13. Средняя месячная заработная плата работников предприятия составила 23 650 р. Дисперсия заработной платы составила 23 707 161 р. Коэффициент вариации равен:

- а) 18,9 %;
- б) 25,6 %;
- в) 20,6 %;
- г) 22,2 %;
- д) 15,7 %.

14. Дисперсия стажа работы работников предприятия составила 16 лет. Коэффициент вариации – 25,6 %. Определить, чему равняется средний стаж работы работников:

- а) 20,0 года;
- б) 15,6 года;
- в) 15,0 года;
- г) 18,5 года;
- д) 22,4 года.

15. Средний стаж рабочих предприятия составил 8,5 года. Коэффициент вариации – 15,4 %. Дисперсия стажа рабочих равняется:

- а) 1,31 года;
- б) 1,50 года;
- в) 0,98 года;
- г) 1,55 года;
- д) 1,80 года.

16. Внутригрупповая дисперсия заработной платы 25 работников первого цеха составила 450 р., 50 работников второго цеха – 380 р. Определить среднюю из внутригрупповых дисперсий:

- а) 410,0 р.;
- б) 399,9 р.;
- в) 403,3 р.;
- г) 420,5 р.;

д) 415,7 р.

17. Общая дисперсия стажа работы всех работников завода составила 48 лет. При этом межгрупповая дисперсия составила 28 лет. Определить среднюю из внутригрупповых дисперсий:

- а) 21 год;
- б) 20 лет;
- в) 22 года;
- г) 30 лет;
- д) 25 лет.

18. Из первой партии продукции в количестве 1 000 ед. 80 % – продукция высшего сорта; из второй партии в количестве 2 000 ед. 88 % – первый сорт. Определить среднюю из внутригрупповых дисперсий доли продукции первого сорта:

- а) 12,37 %;
- б) 12,95 %;
- в) 14,55 %;
- г) 11,54 %;
- д) 13,25 %.

19. Доля неуспевающих среди студентов группы составила 26 %. Чему равна дисперсия доли и среднее квадратическое отклонение неуспевающих?

- а) 22,22; 4,71;
- б) 18,54; 4,31;
- в) 21,09; 4,59;
- г) 20,13; 4,49;
- д) 19,24; 4,38.

20. Дисперсия заработной платы работников трех филиалов составила 500, 480 и 620 р. Численность работников, соответственно, 50, 100 и 200 чел. Средняя из внутригрупповых дисперсий заработной платы равна:

- а) 500,6 р.;
- б) 562,9 р.;
- в) 600,5 р.;
- г) 498,1 р.;
- д) 590,2 р.

21. Средний процент выполнения норм выработки рабочих первого цеха численностью 120 чел. – 100,5 % и 80 рабочих второго цеха – 101,0 %. Межгрупповая дисперсия процента выполнения норм работников двух цехов равна:

- а) 0,05 %;
- б) 1,05 %;
- в) 0,06 %;
- г) 0,07 %;
- д) 0,08 %.

22. Групповые средние составили 10, 15 и 18 ед. Общая средняя составила 17 ед. Частоты всех групп одинаковы. Определить размер межгрупповой дисперсии:

- а) 8,9;
- б) 9,9;
- в) 10,0;
- г) 10,9;
- д) 11,9.

23. Дисперсия первой группы составила 25 ед., дисперсия второй группы – 30 ед. Частоты групп одинаковы. Межгрупповая дисперсия составила 20 ед. Общая дисперсия признака равна:

- а) 50,0;
- б) 47,5;
- в) 55,5;
- г) 40,9;
- д) 50,5.

24. Доля работников старше 50 лет на первом предприятии составляет 25 %, на втором предприятии – 30 %. При этом численность работников первого предприятия – 100 чел., второго – 60 чел. Определить общую дисперсию доли работников старше 50 лет:

- а) 0,202 5;
- б) 0,196 5;
- в) 0,192 5;
- г) 0,189 5;
- д) 0,179 5.

25. Средняя месячная выработка одного среднесписочного рабочего составила 180 тыс. р. при дисперсии, равной 300 тыс. р. Средняя месячная заработная плата составила 25 тыс. р., ее дисперсия – 40 тыс. р. Вариация средней месячной выработки:

- а) больше вариации средней заработной платы;
- б) меньше вариации средней заработной платы;
- в) равна вариации средней заработной платы.

26. Налоговой инспекцией были проведены выездные проверки 50 торговых организаций. В 11 из них были обнаружены нарушения финансовой дисциплины. Среднее квадратическое отклонение доли организаций, имеющих нарушения, равно:

- а) 0,401;
- б) 0,550;
- в) 0,414;
- г) 0,395;
- д) 0,461.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой вариация признака, от чего зависят ее размеры?
2. Что представляет собой размах вариации признака?
3. Что показывает среднее линейное отклонение признака в совокупности?
4. Что такое дисперсия признака?
5. Какие показатели относительного рассеяния применяются в статистике?
6. Как определяется межгрупповая и внутригрупповая дисперсия?
7. Что собой представляет правило сложения дисперсии, в чем его практическое значение?
8. В чем смысл определения эмпирического коэффициента детерминации?
9. В чем состоит различие расчета показателей вариации для сгруппированных и несгруппированных данных?
10. Как измеряется вариация альтернативных признаков?

Тема 7. Выборочное наблюдение

Выборочное наблюдение – это вид несплошного наблюдения, которое проводится в том случае, когда проведение сплошного наблюдения невозможно или экономически нецелесообразно. Кроме того, выборочное наблюдение может проводиться для проверки результатов сплошного наблюдения.

Ту часть единиц, которая отобрана для наблюдения, принято называть выборочной совокупностью (n), а совокупность, откуда производилась выборка, – генеральной совокупностью (N).

Качество выборочного наблюдения зависит от того, насколько выборочная совокупность представляет генеральную, т.е. насколько выборка репрезентативна. Для обеспечения репрезентативности выборки необходимо соблюдение принципа случайности отбора единиц генеральной совокупности.

Различают основные способы формирования выборочной совокупности:

1. Индивидуальный отбор, включающий в себя:

- случайный отбор;
- механический отбор;
- стратифицированный (расслоенный) отбор.

2. Серийный (гнездовой отбор).

Существуют два метода формирования выборочной совокупности:

- повторный;
- бесповторный.

Итогом проведения выборочного наблюдения является расчет обобщающих выборочных характеристик: выборочной средней (\tilde{x}) и выборочной доли (w).

Разность между показателями выборочной и генеральной совокупности называется ошибкой выборки.

Поскольку выборочная средняя и выборочная доля являются случайными величинами, следовательно, и ошибка выборки также носит случайный характер. В связи с этим определяют среднюю из возможных ошибок выборки (μ – «мю»):

– для выборочной средней:

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} ;$$

– для выборочной доли:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} ,$$

где σ^2 , $w(1-w)$ – дисперсия, характеристика генеральной совокупности, которая при выборочном наблюдении неизвестна.

При бесповторном отборе подкоренной выражение умножается на величину $\left(1 - \frac{n}{N}\right)$. Для решения практических задач, кроме средней ошибки выборки, также определяют предельную ошибку, которая связана гарантирующим ее

уровнем вероятности. Предельная ошибка выборки определяется путем умножения средней ошибки на коэффициент доверия (t). Значения t даются в таблице нормального распределения вероятностей.

Таким образом, формулы для определения предельных ошибок при различных методах отбора выглядят следующим образом:

1. При повторном отборе:

– для выборочной средней:

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}};$$

– для выборочной доли:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}.$$

2. При бесповторном отборе:

– для выборочной средней:

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)};$$

– для выборочной доли:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

После определения предельных ошибок находят доверительные интервалы, в которых находятся генеральные показатели: генеральная средняя (\bar{x}) и генеральная доля (p). Для \bar{x} : ($\bar{x} \pm \Delta_{\bar{x}}$). Для p : ($w \pm \Delta_w$).

При стратифицированном отборе единиц генеральной совокупности в выборочную совокупность, для определения предельной ошибки выборки применяются следующие формулы:

– при повторном методе отбора:

$$\Delta_{\bar{\pi} \partial \partial \partial \partial} = t \cdot \sqrt{\frac{\overline{\sigma_j^2}}{n}};$$

– при бесповторном методе отбора:

$$\Delta_{\bar{\pi} \partial \partial \partial \partial} = t \cdot \sqrt{\frac{\overline{\sigma_j^2}}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где $\overline{\sigma^2}$ – средняя из внутригрупповых дисперсий.

Серийная выборка проводится преимущественно как бесповторная, поэтому при ее проведении средняя ошибка определяется по формуле

$$\Delta_{сер} = t \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)},$$

где $\delta^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_j - \bar{x})^2 \cdot n_j}{\sum n_j}$ – межсерийная дисперсия; s – число серий, попавших в выборочную совокупность; S – число серий в генеральной совокупности.

Наряду с абсолютной величиной ошибки может быть исчислена и относительная ошибка выборки, позволяющая определить степень репрезентативности выборочных данных. Для этого используется следующая формула:

– для выборочной средней:

$$\Delta_{относит \tilde{x}} = \frac{\Delta_{\tilde{x}}}{\tilde{x}} \cdot 100 ;$$

– для выборочной доли:

$$\Delta_{относит w} = \frac{\Delta_w}{w} \cdot 100 .$$

Кроме того, относительная ошибка выборки может быть найдена, если в выборочной совокупности известен коэффициент вариации, а именно:

$$\Delta_{относит \tilde{x}} = t \sqrt{\frac{V^2}{n}} .$$

Если $\Delta_{относит} \leq 5 \%$, то выборку можно считать репрезентативной.

В некоторых случаях при проведении выборочного наблюдения возникает необходимость сравнения результатов двух выборок с целью определения случайности или неслучайности имеющихся между ними сходств или различий. Для этого сначала определяется абсолютная разница между выборочными средними:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| .$$

Затем рассчитывается средняя ошибка разности:

$$\mu_{\delta \bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} ,$$

где σ_1^2, σ_2^2 – дисперсия признака в выборочной совокупности; n_1, n_2 – численность выборочной совокупности.

После этого определяется величина коэффициента t :

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\mu_{\delta \bar{x}}} .$$

Если в результате $t > 3$, то расхождения между характеристиками двух выборочных совокупностей нельзя считать случайными.

Серийный отбор проводится преимущественно как бесповторный, поэтому для определения ее предельной ошибки используется только один, представленный выше способ расчета.

В ряде случаев в ходе проведения выборочного наблюдения требуется определить минимальный объем выборки, который обеспечивал бы требуемую точность. Для этого используются следующие формулы:

1. При повторном индивидуальном отборе:

– для выборочной средней:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2} ;$$

– для выборочной доли:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2} .$$

2. При бесповторном индивидуальном отборе:

– для выборочной средней:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2} ;$$

– для выборочной доли:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta^2 N + t^2 w(1-w)} .$$

Если выборочная совокупность формируется на основе стратифицированного отбора, то определение ее объема имеет свои особенности. Например, при отборе, пропорциональном числу единиц в группе, объем j -й группы в выборочной совокупности определяется по следующей формуле:

$$n_j = n \cdot \frac{N_j}{N} ,$$

где N_j – численность j -й группы в генеральной совокупности; N – численность генеральной совокупности.

При отборе с учетом вариации признака в выборочной совокупности расчет численности выборки осуществляется по следующим формулам:

– для выборочной средней:

$$n_j = n \cdot \frac{n N_j \sigma_j}{\Sigma N \sigma_j} ,$$

где σ_j – среднее квадратическое отклонение в j -й группе;

– для выборочной доли:

$$n_j = n \cdot \frac{nN_j \sqrt{w_j(1-w_j)}}{\sum N_j \sqrt{w_j(1-w_j)}}.$$

Аналогично определяется число серий, которые должны быть включены в выборочную совокупность при проведении гнездового отбора. Поскольку серийная выборка, как правило, проводится как бесповторная, то объем выборочной совокупности определяется по следующей формуле:

$$s = \frac{t^2 \delta^2 S}{\Delta^2 S + t^2 \delta^2},$$

где δ^2 – межсерийная дисперсия; s – число серий в выборочной совокупности; S – число серий в генеральной совокупности.

Пример 1

В результате механического 20%-ного бесповторного отбора 100 работников предприятия для определения средней месячной заработной платы были получены следующие результаты. Средний размер заработной платы в выборочной совокупности составил 14 675,4 р. Среднее квадратическое отклонение заработной платы составило 1 157,5 р. С вероятностью (P) 0,997 определить доверительные пределы средней заработной платы всех работников предприятия.

Решение.

Известно: $n = 100$; $N = 500$; $\tilde{x} = 14675,4$; $\sigma = 1157,5$; $P = 0,997$, следовательно, $t = 2,97$.

1. Определим величину средней ошибки выборки при бесповторном отборе:

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{1157,5^2}{100} \left(1 - \frac{100}{500}\right)} = 103,5 \text{ р.}$$

2. Определим величину предельной ошибки выборки при бесповторном отборе:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2,97 \cdot 103,5 = 307,4 \text{ р.}$$

3. Доверительные пределы для средней заработной платы в генеральной совокупности:

$$\tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}} : 14675,4 - 307,4 \leq \bar{x} \leq 14675,4 + 307,4;$$

$$14368,0 \leq \bar{x} \leq 14982,8.$$

Таким образом, с вероятностью 0,997 можно утверждать, что средний размер месячной заработной платы в генеральной совокупности находится в интервале от 14 368 до 14 982,8 р.

Пример 2

В результате повторного выборочного обследования 500 семей города было выявлено, что 27 % из них обеспечены жилой площадью менее 10 м² на одного члена семьи. С вероятностью 0,954 определить долю семей в генеральной совокупности, имеющих менее 10 м² жилой площади на одного члена семьи. Можно ли считать данную выборку репрезентативной?

Решение.

Известно: $n = 500$; $w = 27$; $P = 0,954$, следовательно, $t = 2$.

1. Определим среднюю ошибку выборочной доли:

$$\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = \sqrt{\frac{0,27(1-0,27)}{500}} = 0,0198.$$

2. Определим величину предельной ошибки выборочной доли при повторном отборе:

$$\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} = 2 \cdot 0,0198 = 0,0396.$$

3. Определим доверительные пределы для генеральной доли:

$$0,27 - 0,04 \leq p \leq 0,27 + 0,04;$$

$$0,23 \leq p \leq 0,31.$$

4. Относительная ошибка выборки:

$$\Delta_{\text{относит. } w} = \frac{\Delta_w}{w} \cdot 100 = \frac{0,0396}{0,27} \cdot 100 = 14,7\%.$$

Таким образом, доля семей, имеющих менее 10 м² жилой площади на одного члена семьи в генеральной совокупности, с вероятностью 0,954 находится в интервале от 23 до 31 %. Однако выборку нельзя считать репрезентативной, поскольку $\Delta_{\text{относит. } w} \geq 5\%$.

Пример 3

Известны результаты 20%-ной бесповторной стратифицированной выборки работников предприятий одной отрасли четырех регионов с целью определения среднего размера заработной платы в месяц (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Номер региона	Среднемесячная заработная плата, р.	Численность работников, чел.	Среднее квадратическое отклонение заработной платы, р.
1	26 980	250	750
2	30 200	180	840
3	28 440	300	690
4	32 130	200	800

С вероятностью $P = 0,954$ определить доверительные пределы среднемесячной заработной платы в генеральной совокупности.

Решение:

1. Среднемесячная заработная плата всех работников, попавших в выборочную совокупность:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{26980 \cdot 250 + 30200 \cdot 180 + 28440 \cdot 300 + 32130 \cdot 200}{250 + 180 + 300 + 200} = 29181,7 \text{ руб.}$$

2. Внутригрупповые дисперсии заработной платы работников:

$$\sigma_1^2 = 3900^2 = 15210 \text{ тыс. руб.};$$

$$\sigma_2^2 = 4420^2 = 19536,4 \text{ тыс. руб.};$$

$$\sigma_3^2 = 4230^2 = 17892,9 \text{ тыс. руб.};$$

$$\sigma_4^2 = 4580^2 = 20976,4 \text{ тыс. руб.}$$

3. Средняя из внутригрупповых дисперсий:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_j^2 &= \frac{\sum \sigma_j^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{15210 \cdot 250 + 19536,4 \cdot 180 + 17892,9 \cdot 300 + 20976,4 \cdot 200}{250 + 180 + 300 + 200} = \\ &= \frac{168822202000}{930} = 18152905 \text{ руб.} \end{aligned}$$

4. Предельная ошибка выборочной средней при стратифицированном способе отбора единиц:

$$\Delta_{ср\text{ам}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma_j^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{18152905}{930} \cdot \left(1 - \frac{930}{4650}\right)} = 250 \text{ руб.}$$

Величина 4 650 чел. – это численность генеральной совокупности.

5. Доверительные пределы средней заработной платы в генеральной совокупности:

$$29181,7 - 250 \leq \bar{x} \leq 29181,7 + 250;$$

$$28931,7 \text{ руб.} \leq \bar{x} \leq 29431,7 \text{ руб.}$$

Таким образом, с вероятностью $P = 0,954$ средний размер заработной платы в месяц всех работников отрасли в генеральной совокупности находится в интервале от 28 931,7 до 29 431,7 р.

Пример 4

Известны данные 10%-ного выборочного серийного наблюдения шести строительных бригад с целью определения доли рабочих, имеющих профильное образование (табл. 7.2).

С вероятностью $P = 0,954$ определить доверительный интервал доли рабочих, имеющих профильное образование, в общей численности всех рабочих генеральной совокупности.

Таблица 7.2

Номер бригады	Численность бригады, чел.	Доля рабочих, имеющих профильное образование, %
1	56	32
2	40	20
3	50	26
4	32	30
5	60	28
6	45	33

Решение:

1. Средняя доля рабочих, имеющих профильное образование, в выборочной совокупности:

$$\tilde{w} = \frac{\sum w_j \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{32 \cdot 56 + 20 \cdot 40 + 26 \cdot 50 + 30 \cdot 32 + 28 \cdot 60 + 33 \cdot 45}{283} = 0,283.$$

2. Межгрупповая дисперсия доли рабочих в выборочной совокупности, имеющих профильное образование:

$$\delta^2 = \frac{\sum (w_j - \tilde{w})^2 \cdot n_j}{\sum n_j} = \frac{(0,32 - 0,283)^2 \cdot 56 + (0,2 - 0,283)^2 \cdot 40 + (0,26 - 0,283)^2 \cdot 50 + (0,3 - 0,283)^2 \cdot 32 + (0,28 - 0,283)^2 \cdot 60 + (0,33 - 0,283)^2 \cdot 45}{283} = 0,407$$

3. Предельная ошибка выборочной доли:

$$\Delta_{\bar{w}\delta} = t \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)} = \sqrt{\frac{0,0017}{6} \cdot \left(1 - \frac{6}{60}\right)} = 0,016.$$

4. Доверительные пределы доли рабочих с профильным образованием в генеральной совокупности:

$$28,3 - 1,6 \leq p \leq 28,3 + 1,6$$

$$26,7\% \leq p \leq 29,9\%$$

Таким образом, с вероятностью $P = 0,954$ можно утверждать, что доля рабочих, имеющих профильное образование, в генеральной совокупности варьирует в пределах от 26,7 до 29,9 %.

Пример 5

Известны данные выборочного наблюдения работников одной из отраслей экономики с целью определения среднего размера заработной платы мужчин и женщин (табл. 7.3).

Определить, можно ли считать случайным расхождением между средней заработной платой мужчин и женщин в выборочной совокупности.

Таблица 7.3

Заработная плата в месяц, тыс. р.	Женщины, чел.	Мужчины, чел.
До 20	25	10
20–24	40	13
24–26	28	22
26–28	20	30
28–30	14	38
Свыше 30	13	27
Итого	140	180

Решение:

1. Выборочная средняя заработная плата работников:

– женщин:

$$\tilde{x}_1 = \frac{\sum x_1 \cdot n_1}{\sum n_1} = \frac{18 \cdot 25 + 22 \cdot 40 + 25 \cdot 28 + 27 \cdot 20 + 29 \cdot 14 + 31 \cdot 13}{140} = 24,14 \text{ тыс. р.};$$

– мужчин:

$$\tilde{x}_2 = \frac{\sum x_2 \cdot n_2}{\sum n_2} = \frac{18 \cdot 10 + 22 \cdot 13 + 25 \cdot 22 + 27 \cdot 30 + 29 \cdot 38 + 31 \cdot 27}{180} = 27,14 \text{ тыс. р.}$$

2. Абсолютная разница между средней выборочной заработной платой мужчин и женщин:

$$|\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2| = |24,14 - 27,14| = 3 \text{ тыс. р.}$$

3. Средняя ошибка разности:

$$\mu_{\text{разн}} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{16,1}{140} + \frac{11,0}{180}} = 0,42,$$

где

$$\sigma_1^2 = \frac{18^2 \cdot 25 + 22^2 \cdot 40 + 25^2 \cdot 28 + 27^2 \cdot 20 + 29^2 \cdot 14 + 31^2 \cdot 13}{140} - 24,14^2 = 16,1 \text{ тыс. р.}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{18^2 \cdot 10 + 22^2 \cdot 13 + 25^2 \cdot 22 + 27^2 \cdot 30 + 29^2 \cdot 38 + 31^2 \cdot 27}{180} - 27,14^2 = 11,0 \text{ тыс. р.}$$

4. Величина коэффициента t :

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\mu_{\text{разн}}} = \frac{3}{0,42} = 7,1.$$

Таким образом, величина $t > 3$, следовательно, расхождения между средней заработной платой мужчин и женщин в выборочной совокупности нельзя считать случайными.

Пример 6

Определить, какую численность работников предприятия необходимо подвергнуть бесповторному выборочному обследованию для определения доли работников со стажем более 20 лет, чтобы с вероятностью 0,995 предельная ошибка выборки не превысила 5 %. При проведении пробного обследования было выявлено, что доля таких работников составляет 24 %. Общая численность всего персонала предприятия – 1 056 чел.

Решение.

Известно: $N = 1\,056$; $w = 24\%$; $\Delta_w = 5\%$; $P = 0,995$, следовательно, $t = 2,8$.

Поскольку предполагается бесповторная выборка, то используем формулу

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta^2 N + t^2 w(1-w)} = \frac{2,8^2 \cdot 0,24(1-0,24) \cdot 1056}{0,05^2 \cdot 1056 + 2,8^2 \cdot 0,24(1-0,24)} = 371 \text{ чел.}$$

Таким образом, минимальный объем выборочной совокупности, удовлетворяющий предусмотренным исследованием требованиям, должен быть равен 371 чел.

Задания для самостоятельной работы

Задача 7.1

Из партии готовой продукции в порядке механической повторной выборки проверено 150 изделий с целью определения удельного веса продукции первого сорта. Доля продукции первого сорта в выборочной совокупности составила 15 %.

Определить:

1. Среднюю ошибку выборочной доли продукции первого сорта.
2. С вероятностью 0,955 удельный вес продукции первого сорта в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

Задача 7.2

По результатам выборочного повторного обследования 200 работников были получены следующие результаты, характеризующие величину заработной платы мужчин и женщин (табл. 7.4).

Таблица 7.4

Группа работников	Численность работников, чел.	Средняя месячная заработная плата, р.	Среднее квадратическое отклонение заработной платы, р.
Мужчины	125	34 800	2 890
Женщины	75	43 500	3 650

Определить:

1. Общий средний размер месячной заработной платы работников по выборочным данным.
2. С вероятностью $P = 0,9118$ доверительные пределы средней месячной заработной платы работников в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

Задача 7.3

Бесповторное 5%-ное выборочное обследование семей города с целью выявления обеспеченности населения жилой площадью характеризуется следующими данными (табл. 7.5).

Таблица 7.5

Размер жилой площади на члена семьи, м ²	Число семей
До 6	37
6–8	115
8–10	180
10–12	265
12–14	250
14–16	203
16–18	104
Более 18	46
Итого	1 200

Определить:

1. Среднюю обеспеченность населения жилой площадью в выборочной совокупности.
2. С вероятностью 0,992 среднюю обеспеченность населения в генеральной совокупности.
3. С вероятностью 0,998 долю населения, обеспеченного жилой площадью менее 10 м², в общей численности всего населения.

Сформулировать выводы.

Задача 7.4

Для определения средней доли работников предприятия, имеющих высшее профессиональное образование, была проведена 10%-ная бесповторная выборка из пяти групп работников с разным возрастом (табл. 7.6).

Таблица 7.6

Группы работников по возрасту, лет	Объем выборки, чел.	Доля работников с высшим профессиональным образо- ванием, %
До 22	180	10
22–30	320	32
30–40	410	40
40–50	290	30
Более 50	120	26

Определить:

1. Среднюю долю работников, имеющих высшее образование в выборочной совокупности.
2. С вероятностью $P = 0,945$ среднюю и предельную ошибку выборки доли работников предприятия с высшим образованием.
3. Доверительные пределы, в которых находится доля работников с изучаемым признаком, в генеральной совокупности.

Сформулировать выводы.

Задача 7.5

В результате проведения механической повторной выборки работников предприятия с целью выявления среднего процента выполнения норм выработки были получены следующие результаты (табл. 7.7).

Таблица 7.7

Процент выполнения норм выработки	Численность работников, чел.
До 94	6
94–96	17
96–98	23
98–100	41
100–102	30
102–104	14
Свыше 104	9
Итого	140

Определить:

1. Средний процент выполнения норм выработки в выборочной совокупности.
2. Среднюю ошибку выборки.
3. Вероятность того, что при определении среднего процента выполнения норм допущена ошибка, не превышающая 0,5 %.

Сформулировать вывод.

Задача 7.6

Имеются данные, характеризующие результаты бесповторной микропереписи населения региона с целью выявления доли лиц старше трудоспособного возраста (табл. 7.8).

Таблица 7.8

Район	Обследовано, чел.	Доля лиц старше трудоспособного возраста, %
I	1 211	21,9
II	956	20,1
III	1 320	23,6
IV	865	25,7
V	1 042	24,5
VI	1 286	26,2

С вероятностью $P = 0,965$ 2 определить долю лиц старше трудоспособного возраста в целом по региону.

Сформулировать вывод.

Задача 7.7

В результате выборочного бесповторного 15%-ного обследования работников предприятий оптовой торговли региона с целью определения среднего стажа работы административно-управленческого персонала были получены следующие результаты (табл. 7.9).

Таблица 7.9

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.
До 2	25
2–4	48
4–6	49
6–8	32
8–10	19
Свыше 10	7
Итого	180

Определить:

1. Средний стаж работы административно-управленческого аппарата в выборочной совокупности.

2. Вероятность, с которой характеристика выборочной совокупности будет отличаться от генеральной не более чем на 0,5 года.

Сформулировать вывод.

Задача 7.8

При проведении механического 5%-ного бесповторного отбора студентов высших учебных заведений города с целью определения средней успеваемости было обследовано 2 000 чел. Средний балл в выборочной совокупности составил 3,96. Коэффициент вариации в выборочной совокупности составил 26 %. С вероятностью $P = 0,942\ 2$ определить доверительные пределы среднего балла студентов в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

Задача 7.9

В результате механического повторного отбора каждого пятого вклада населения в сберегательном банке получили следующий ряд распределения вкладов по их величине (табл. 7.10).

Таблица 7.10

Размер вклада, тыс. р.	До 50	50–100	100–150	150–200	Свыше 200
Число вкладчиков	600	300	150	80	20

На основании приведенных данных определить:

1. С вероятностью 0,980 8 границы среднего размера вклада в сберегательном банке.

2. Долю вкладчиков в сберегательном банке, размер вклада которых превышает 100 тыс. р.

Сформулировать вывод.

Задача 7.10

Среди выборочно обследованной 1 000 семей региона по уровню душевого дохода (выборка 2%-ная, механическая) малообеспеченных оказалось 300 семей.

Определить с вероятностью 0,997 размер и границы доли малообеспеченных семей во всем регионе.

Задача 7.11

В процессе технического контроля из партии готовой продукции методом случайного бесповторного отбора было проверено 80 изделий, из которых четыре оказались бракованными.

Можно ли с вероятностью 0,954 утверждать, что доля бракованных изделий во всей партии не превышает 7 %, если процент отбора равен 10?

Задача 7.12

При обследовании семейных бюджетов населения города была организована 10%-ная бесповторная стратифицированная выборка (табл. 7.11).

Таблица 7.11

Группа населения по семейному положению	Объем выборки, чел.	Доля расходов на оплату жилья, %
Одинокие	350	9
Семейные	1 150	6

Определить с вероятностью 0,683 3 границы доли расходов на оплату жилья населением города.

Задача 7.13

Для определения среднего процента выполнения норм выработки проведена 10%-ная бесповторная выборка из трех групп рабочих с разной квалификацией. Результаты следующие (табл. 7.12).

Таблица 7.12

Группа рабочих с разрядом	Объем выборки, чел.	Средний процент выполнения норм	Среднее квадратическое отклонение процента выполнения норм, %
3	40	97	2,5
4	68	101	3,5
5	52	105	3,0

Определить:

1. Средний процент выполнения норм для всех рабочих в выборочной совокупности.

2. С вероятностью 0,75 доверительные пределы среднего процента выполнения норм в генеральной совокупности.

Сформулировать вывод.

Задача 7.14

Имеются данные по 15%-ной бесповторной стратифицированной выборке работников предприятия с целью определения средней заработной платы, представленные в табл. 7.13.

С вероятностью 0,985 2 определить доверительные пределы, в которых находится средняя заработная плата всех работников предприятия. Можно ли считать данную выборку репрезентативной?

Сформулировать вывод.

Таблица 7.13

Подраз- деления	Численность работников, чел.	Средняя зарабо- тая плата, р.	Среднее квадра- тическое откло- нение, р.
I	100	19 874	1 890
II	98	21 360	2 200
III	122	24 590	2 550

Задача 7.15

В порядке случайной повторной выборки обследован дневной надой молока 64 коров. Результаты обследования приведены в табл. 7.14.

Таблица 7.14

Дневная удойность, кг	Количество коров
10–15	7
15–19	19
19–23	27
Свыше 23	11

Определить:

1. По выборочным данным средний дневной надой молока от одной коровы.
2. Среднюю ошибку выборки.
3. Вероятность того, что при определении выборочного среднего надоя молока допущена ошибка, не превышающая 0,5 кг.

Сформулировать вывод.

Задача 7.16

Для определения среднего процента выполнения норм выработки проведена 5%-ная стратифицированная бесповторная выборка из трех групп рабочих с разным стажем. Результаты следующие (табл. 7.15).

Таблица 7.15

Группа рабочих со стажем, лет	Объем выборки, чел.	Средний процент выполнения норм	Среднее квадра- тическое откло- нение, %
1–2	15	98	3
3–5	20	102	2
Более 5	65	104	4

Определить:

1. Средний процент выполнения норм для всех рабочих в выборочной совокупности.
2. Вероятность того, что выборочная средняя (процент выполнения норм) отличается от генеральной не более чем на 1 %.

Сформулировать вывод.

Задача 7.17

Бесповторное 5%-ное выборочное обследование семей города с целью выявления обеспеченности населения жилой площадью характеризуется следующими данными (табл. 7.16).

Таблица 7.16

Размер жилой площади на члена семьи, м ²	Число семей
До 6	37
6–8	115
8–10	180
10–12	265
12–14	250
14–16	203
16–18	104
Более 18	46
Итого	1 200

Определить:

1. Среднюю обеспеченность населения жилой площадью в выборочной совокупности.

2. С вероятностью 0,992 среднюю обеспеченность населения в генеральной совокупности.

3. С вероятностью 0,998 долю населения, обеспеченную жилой площадью менее 12 м², в общей численности всего населения.

Сформулировать вывод.

Задача 7.18

Для определения средней доли работников предприятия, имеющих высшее профессиональное образование, была проведена 10%-ная серийная бесповторная выборка из пяти групп работников с разным возрастом (табл. 7.17).

Таблица 7.17

Группы работников по возрасту, лет	Объем выборки, чел.	Доля работников с высшим профессиональным образованием, %
До 22	18	10
22–30	32	32
30–40	41	38
40–50	29	30
Более 50	12	26

Определить:

1. Среднюю долю работников, имеющих высшее образование, в выборочной совокупности.

2. С вероятностью 0,988 3 среднюю и предельную ошибку выборки доли работников предприятия с высшим образованием.

3. Доверительные пределы, в которых находится доля работников с изучаемым признаком, в генеральной совокупности.

Сформулировать выводы.

Задача 7.19

В результате проведения механической повторной выборки работников отрасли с целью выявления среднего процента выполнения норм выработки были получены следующие результаты (табл. 7.18).

Таблица 7.18

Процент выполнения норм выработки	Численность работников, чел.
До 94	6
94–96	17
96–98	23
98–100	41
100–102	30
102–104	14
Свыше 104	9
Итого	140

Определить:

1. Средний процент выполнения норм выработки в выборочной совокупности.
2. Среднюю ошибку выборки.
3. Вероятность того, что при определении среднего процента выполнения норм допущена ошибка, не превышающая 0,5 %.

Сформулировать вывод.

Задача 7.20

В результате выборочного бесповторного 10%-ного обследования работников предприятий оптовой торговли региона с целью определения среднего стажа работы административно-управленческого персонала были получены следующие результаты (табл. 7.19).

Таблица 7.19

Стаж работы, лет	Численность работников, чел.
До 2	25
2–4	48
4–6	49
6–8	32
8–10	19
Свыше 10	7
Итого	180

Определить:

1. Средний стаж работы административно-управленческого аппарата в выборочной совокупности.
2. Вероятность, с которой характеристика выборочной совокупности будет отличаться от генеральной не более чем на 0,5 года.

Сформулировать вывод.

Задача 7.21

Для определения средней доли работников одной из отраслей региона, имеющих высшее профессиональное образование, была проведена 10%-ная бесповторная серийная выборка пяти групп работников разного возраста (табл. 7.20).

Таблица 7.20

Группа работников со стажем, лет	Объем выборки, чел.	Доля работников с профильным образованием, %
До 3	10	56
3–6	25	58
6–9	54	67
9–12	30	71
Свыше 12	6	72

Определить:

1. Среднюю долю работников, имеющих профильное образование, в выборочной совокупности.

2. С вероятностью 0,995 среднюю и предельную ошибку выборки доли работников предприятия с высшим образованием.

3. Доверительные пределы, в которых находится доля работников с изучаемым признаком, в генеральной совокупности.

Сформулировать выводы.

Задача 7.22

Известны данные о результативности работы двух групп торговых представителей, полученные в результате проведения двух выборочных наблюдений (табл. 7.21).

Таблица 7.21

Количество заключенных контрактов в день проведения наблюдения одним торговым представителем	Численность торговых представителей, чел.	
	Прошедших курсы повышения квалификации (первая выборка)	Не прошедших курсы повышения квалификации (вторая выборка)
3	2	10
4	8	15
5	12	16
6	20	12
7	21	6
8	18	2
9	18	—

Можно ли считать случайными расхождения между средним числом заключенных контрактов торговыми представителями, прошедшими и не прошедшими повышение квалификации в день проведения выборки?

Задача 7.23

Из генеральной совокупности, включающей в себя 52 предприятия одной отрасли, была проведена бесповторная серийная выборка с целью определения среднеквартальной прибыли (табл. 7.22).

Требуется определить доверительные пределы среднеквартальной прибыли предприятий в генеральной совокупности (при $P = 0,954$). Сформулировать выводы.

Таблица 7.22

Предприятие	Квартальная прибыль, тыс. р.			
	I	II	III	IV
1	2 560	2 308	1 956	2 297
2	1 823	1 920	1 874	1 800
3	2 902	3 001	3 000	3 000
4	2 189	2 311	2 201	2 250
5	2 222	2 403	2 422	2 394
6	1 926	2 365	2 548	1 924

Задача 7.24

Известны результаты 10%-ного стратифицированного выборочного обследования группы работников с целью определения средней месячной заработной платы (табл. 7.23).

Таблица 7.23

Заработная плата в месяц, тыс. р.	Численность работников, чел.	
	С высшим образованием	Без высшего образования
До 20	2	12
20–25	12	16
25–30	21	7
30–35	14	3
Свыше 35	11	2

Требуется:

1. Определить средний размер заработной платы в генеральной совокупности (с вероятностью $P = 0,995$).

2. Выявить, можно ли считать случайным расхождение между средней заработной платой работников с высшим образованием и без него.

Сформулировать вывод.

Задача 7.25

В результате проведения бесповторного стратифицированного отбора работников отрасли с разным стажем работы были получены данные (табл. 7.24).

Таблица 7.24

Стаж работы работников, лет	Всего работников	Обследовано работников	Размер месячной заработной платы, тыс. р.	
			Средняя	Среднее квадратическое отклонение
До 5	5 890	256	23,40	2,7
5–10	9 340	406	25,20	3,9
Свыше 10	7 770	338	27,84	4,1

Определить среднемесячную заработную плату всех работников отрасли. Сформулировать вывод.

Тесты для самоконтроля

1. Выборочный метод наблюдения основан:
 - а) на случайном отборе единиц совокупности;
 - б) обследовании самых существенных единиц совокупности;
 - в) обследовании отдельных единиц совокупности, обычно представителей каких-либо новых типов явлений;
 - г) изучении всех единиц совокупности.
2. Средняя ошибка выборки зависит:
 - а) от доверительной вероятности утверждения;
 - б) вариации значений признаков выборочной совокупности;
 - в) числа единиц выборочной совокупности.
3. Для равных значений предельная ошибка выборки больше:
 - а) при повторном отборе;
 - б) бесповторном отборе.
4. При определении средней ошибки выборки для серийного отбора рассчитывается:
 - а) общая дисперсия;
 - б) межгрупповая дисперсия;
 - в) средняя из групповых дисперсий.
5. К способу формирования выборочной совокупности не относится:
 - а) технический;
 - б) механический;
 - в) случайный.
6. Ошибки репрезентативности возникают по причине:
 - а) неправильно выбранного времени наблюдения;
 - б) неправильной регистрации данных;
 - в) неправильно организованной выборки.
7. Выборочное наблюдение – это:
 - а) наблюдение, при котором характеристика всей совокупности единиц дается по некоторой их части, отобранной в случайном порядке;
 - б) наблюдения, которые проводятся не постоянно, а через определенные промежутки времени либо единовременно;
 - в) наблюдение, которое проводят систематически, постоянно охватывая факты по мере их возникновения.
8. Ошибки, возникающие вследствие нарушения принципов проведения выборочного наблюдения, – это:
 - а) случайные ошибки репрезентативности;
 - б) систематические ошибки репрезентативности;
 - в) преднамеренные ошибки репрезентативности;
 - г) непреднамеренные ошибки репрезентативности.

9. Расхождения между выборочными и генеральными характеристиками, не связанные с нарушениями в ходе проведения выборки, называют:

- а) ошибками репрезентативности;
- б) ошибками регистрации;
- в) арифметическими ошибками;
- г) логическими ошибками.

10. Предельная ошибка выборочной средней при бесповторном отборе определяется по формуле:

а) $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}$;

б) $t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\mu_{\delta\alpha\zeta\eta}}$;

в) $\Delta_{\bar{x}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$;

г) $D_1 = x_{D_1} + h \frac{1/10 \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}}$.

11. Средняя ошибка выборочной доли при повторном отборе определяется:

а) $\Delta_{\bar{n}\alpha\delta} = t \cdot \sqrt{\frac{\delta^2}{s} \cdot \left(1 - \frac{s}{S}\right)}$;

б) $\Delta_w = t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$;

в) $\mu_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$.

12. При проведении повторного механического отбора среднее квадратическое отклонение в выборочной совокупности составило 4 %. Предельная ошибка выборки – 0,8 %. Определить минимальную численность выборки с вероятностью 0,954 ($t = 2$):

- а) 100 единиц;
- б) 200 единиц;
- в) 80 единиц;
- г) 150 единиц;
- д) 300 единиц.

13. При проведении повторного случайного отбора дисперсия в выборочной совокупности составила 50 р. Выборкой предусмотрена предельная ошибка выборки в размере 2 р. Определить минимальную численность выборки с вероятностью 0,954 ($t = 2$):

- а) 20 единиц;
- б) 30 единиц;
- в) 40 единиц;

- г) 50 единиц;
- д) 60 единиц.

14. Определить, сколько единиц следует подвергнуть бесповторной выборке с целью определения доли продукции первого сорта, если известно, что дисперсия доли составила 0,16, предельная ошибка – 5 %, объем всей партии – 1 000 ед., а вероятность – 0,954 ($t = 2$):

- а) 155 единиц;
- б) 95 единиц;
- в) 144 единицы;
- г) 166 единиц;
- д) 204 единицы.

15. Средний стаж работы 100 работников в выборочной совокупности составил 6 лет. Дисперсия стажа работы составила 2,3 года. Выборка повторная. Определить с вероятностью 0,994 ($t = 2$) доверительные интервалы среднего стажа работы всех работников в генеральной совокупности:

- а) $5,5 \text{ года} \leq \bar{x} \leq 6,5 \text{ года}$;
- б) $4,9 \text{ года} \leq \bar{x} \leq 7,1 \text{ года}$;
- в) $5,2 \text{ года} \leq \bar{x} \leq 6,8 \text{ года}$;
- г) $5,7 \text{ года} \leq \bar{x} \leq 6,3 \text{ года}$;
- д) $4 \text{ года} \leq \bar{x} \leq 8 \text{ лет}$.

16. ОТК завода провело бесповторное выборочное обследование партии деталей (200 ед.) на соответствие установленному весу. Средний вес детали составил 150 г при среднем квадратическом отклонении 10 г. Определить среднюю ошибку выборки при объеме генеральной совокупности 5 000 ед.:

- а) 1 г;
- б) 0,7 г;
- в) 0,8 г;
- г) 0,5 г;
- д) 2 г.

17. В результате бесповторного выборочного обследования 100 работников отрасли региона было выявлено, что 90 % из них младше 50 лет. С вероятностью 0,997 ($t = 3$) определить долю работников младше 50 лет в общей численности всех работников отрасли (1 000 чел.):

- а) $81,5 \% \leq p \leq 98,5 \%$;
- б) $88,5 \% \leq p \leq 91,5 \%$;
- в) $88 \% \leq p \leq 92 \%$;
- г) $85,5 \% \leq p \leq 94,5 \%$;
- д) $82,5 \% \leq p \leq 97,5 \%$.

18. Размер ошибки выборки зависит:

- а) от численности генеральной совокупности;
- б) вариации признака в генеральной совокупности;
- в) доли выборки;

г) численности выборочной совокупности.

19. При бесповторном 5%-ном выборочном обследовании 10 000 га сельскохозяйственных угодий было выявлено, что 70 % из них подвержено процессам деградации. С вероятностью 0,997 ($t = 3$) определить предельную ошибку выборки доли земель в генеральной совокупности, подверженных процессам деградации:

- а) 1,56 %;
- б) 2,09 %;
- в) 1,34 %;
- г) 1,88 %;
- д) 1,11 %.

20. Сколько студентов вузов города с вероятностью 0,954 ($t = 2$) следует подвергнуть повторной выборке для изучения уровня успеваемости, чтобы предельная ошибка не превысила 0,1 балла? Дисперсия среднего балла при проведении пробной выборки составила 1,1 балла:

- а) 500 чел.;
- б) 350 чел.;
- в) 400 чел.;
- г) 440 чел.;
- д) 540 чел.

21. Из численности работников группы предприятий отрасли, попавших в выборку (300 чел.), 90 % выполняют установленные нормы выработки. С вероятностью 0,997 ($t = 3$) определить предельную ошибку доли работников, превышающих норму выработки в генеральной совокупности (2 500):

- а) 2,8 %;
- б) 3,0 %;
- в) 4,2 %;
- г) 3,8 %;
- д) 1,8 %.

22. Средние значения двух выборочных наблюдений составили соответственно 56 и 68. Средняя ошибка разности составила 3. Величина t равна:

- а) 2;
- б) 3;
- в) 4;
- г) 5;
- д) 6.

23. Доверительный интервал генеральной средней составил: $6 \text{ р.} \leq \bar{x} \leq 8 \text{ р.}$ Средняя ошибка выборки при вероятности ее определения 0,954 ($t = 2$) равна:

- а) 1 р.;
- б) 1,5 р.;
- в) 2,5 р.;
- г) 3 р.;
- д) 0,5 р.

Контрольные вопросы

1. Что такое выборочное наблюдение и в каких случаях к нему прибегают? Каковы теоретические основы выборочного метода?
2. Какие существуют способы отбора (виды выборки)?
3. От чего зависит точность выборки?
4. Что такое повторная и бесповторная выборки?
5. Как рассчитать среднюю и предельную ошибку выборки (для средней и для доли)?
6. Как рассчитывается вероятность той или иной ошибки выборки?
7. Как рассчитать необходимую численность выборки, обеспечивающую ту или иную точность выборки?
8. В чем особенность определения ошибок выборки при так называемой малой выборке?
9. В чем заключается сущность малой выборки?
10. Каким образом выборочные данные распространяются на генеральную совокупность?
11. Что означают генеральная и выборочная совокупности и каковы их характеристики?

Тема 8. Статистический анализ рядов динамики

Ряд динамики – это последовательность числовых показателей, расположенных в хронологическом порядке.

Ряды динамики различаются по следующим признакам:

- по времени ряды динамики бывают моментными и интервальными;
- по форме представления – ряды абсолютных, относительных и средних величин;
- по расстоянию между датами или интервалами времени – полные и неполные ряды динамики.

В некоторых случаях ряд динамики нельзя подвергать количественному анализу ввиду несопоставимости его данных. Поэтому для приведения показателей ряда динамики в сопоставимый вид требуется его преобразование. Для этого могут использоваться различные способы преобразования, наиболее распространенными из которых являются способ приведения рядов к одному основанию и способ смыкания рядов.

Первый способ применяется в тех случаях, когда требуется сравнение нескольких рядов динамики, показатели которых отличаются друг от друга единицами измерения, видом валюты, методикой получения первичных данных и т.д., что не позволяет проводить непосредственное их сравнение. При приведении рядов к одному основанию выбирается один общий для всех рядов период или момент, показатель которого принимается за 100 %. Все последующие показатели уровней ряда приводятся к этому начальному уровню.

Способ смыкания рядов позволяет получить один длинный ряд динамики из нескольких коротких, уровни которых существенно различаются по своему качественному содержанию. При этом необходимо, чтобы смыкаемые ряды имели хотя бы один общий для всех период или момент, на основании которого рассчитывается коэффициент перевода показателей одного ряда в показатели другого.

Для изучения изменения ряда динамики, используется система взаимосвязанных показателей, основанных на сравнении показателя анализируемого периода или момента времени с показателями других периодов или моментов. В том случае, если сравнивается показатель текущего периода или момента времени с показателем, находящимся в начале временного ряда (базисным уровнем), получают базисные показатели. Если сравнивается показатель текущего периода или момента времени с показателем непосредственно предшествующего периода или момента времени, получаем цепные показатели. К данной системе показателей относятся:

1. Абсолютный прирост:
 - базисный:

$$\Delta_{баз} = y_i - y_0;$$

- цепной:

$$\Delta_{цеп} = y_i - y_{i-1}.$$

2. Коэффициент роста:

– базисный:

$$Kp_{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_0} ;$$

– цепной:

$$Kp_{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} .$$

3. Темп роста:

– базисный:

$$Tp_{\text{баз}} = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\% ;$$

– цепной:

$$Tp_{\text{цеп}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% .$$

4. Темп прироста:

– базисный:

$$Tnp_{\text{баз}} = Tp_{\text{баз}} - 100\% , \text{ или } Tnp_{\text{баз}} = \frac{\Delta_{\text{баз}}}{y_0} \cdot 100\% ;$$

– цепной:

$$Tnp_{\text{цеп}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\% , \text{ или } Tnp_{\text{цеп}} = \frac{\Delta_{\text{цеп}}}{y_{i-1}} \cdot 100\% .$$

5. Абсолютное значение одного процента прироста:

– базисный:

$$A = \frac{y_0}{100} ;$$

– цепной:

$$A = \frac{y_{i-1}}{100} , \text{ или } A = \frac{\Delta_{\text{цеп}}}{\text{базис}} .$$

Для обобщающей оценки состояния и изменения уровней ряда динамики используется система средних показателей, которая включает:

1. Средний уровень ряда:

– для интервальных рядов:

а) с равным расстоянием между интервалами:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} ;$$

б) с неравным расстоянием между интервалами:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i},$$

где t_i – расстояние между интервалами;

– для моментных рядов динамики:

а) с равным расстоянием между моментами:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n-1};$$

б) для моментного ряда с неравным расстоянием между моментами предварительно находятся средние значения двух уровней ряда:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \bar{y}_2 = \frac{y_2 + y_3}{2}, \dots, \bar{y}_n = \frac{y_n + y_{n+1}}{2},$$

затем определяется средний уровень:

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i t_i}{\sum t_i}.$$

2. Средний темп роста:

$$\bar{T}p = \bar{K}p \cdot 100\%,$$

где

$$\bar{K}p = \sqrt[n-1]{\prod Kp_{\text{цеп}}} = \sqrt[n-1]{Kp_{\text{цеп}_1} \cdot Kp_{\text{цеп}_2} \cdot \dots \cdot Kp_{\text{цеп}_n}},$$

$$\text{или } \bar{K}p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}.$$

3. Средний темп прироста:

$$\bar{T}np = \bar{T}p - 100\%.$$

4. Средний абсолютный прирост:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1}$$

или

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{\text{абс}}}{m},$$

где m – число цепных абсолютных приростов.

Ряд динамики может быть представлен в виде составляющих:

– тренд – основная тенденция развития ряда динамики;

- циклические колебания;
- случайные колебания.

Для выявления основной тенденции развития используются методы выравнивания ряда динамики, к которым относятся:

1. Метод укрупнения интервала. Суть метода заключается в разделении на некоторое число равных интервалов. Затем по каждому интервалу рассчитывается средний уровень. Если в результате расчета средних уровней тенденция не выявлена, то переходят к расчету уровней за большие промежутки.

2. Метод скользящей средней. В этом методе исходные данные заменяются средними уровнями, которые получают из данного уровня и уровней, симметрично от него расположенных. Интервал может содержать четное и нечетное число уровней. Так, для трехчленного интервала средний уровень будет определяться по формуле

$$\begin{aligned}\bar{y}_1 &= \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3}, \\ \bar{y}_2 &= \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \\ \bar{y}_n &= \frac{y_{n-1} + y_n + y_{n+1}}{3}\end{aligned}$$

3. Метод аналитического выравнивания. С помощью данного метода получают наиболее общий, суммарный, проявляющийся во времени результат действия всех причинных факторов. При использовании данного метода отклонение конкретных уровней ряда от уровней, соответствующих общей тенденции, объясняется действием факторов, проявляющихся случайно или циклически.

Целью аналитического выравнивания динамического ряда является определение аналитической или графической зависимости $\hat{y}_t = f(t)$. На практике по имеющемуся временному ряду задают вид и находят параметры функции $f(t)$, а затем анализируют поведение отклонений от тенденции. Функцию $f(t)$ выбирают таким образом, чтобы она давала содержательное объяснение изучаемого процесса.

Так, при выравнивании ряда по прямой $\hat{y}_t = a + b \cdot t$ необходимо найти значения параметров a и b . Для этого решается система двух нормальных уравнений вида

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Для упрощения расчета сумму условных обозначений временных точек можно привести к нулю, т.е. $\sum t = 0$. В результате нахождение параметров уравнения значительно упростится. Следовательно, при выравнивании по прямой система уравнений будет иметь вид

$$\begin{cases} na = \sum y & \Rightarrow a = \frac{\sum y}{n} \\ b \sum t^2 = \sum yt & \Rightarrow b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} \end{cases}$$

Особенности нелинейного аналитического выравнивания ряда динамики рассмотрим на примере построения гиперболического уравнения тренда

$$\hat{y}_t = a + \frac{b}{t}.$$

Система уравнений для определения параметров a и b :

$$\begin{cases} na + b \sum \frac{1}{t} = \sum y \\ a \sum t + b \sum \frac{1}{t^2} = \sum \frac{y}{t} \end{cases}$$

Аналитическое выравнивание может быть использовано для прогнозирования различных социально-экономических показателей путем экстраполяции (нахождении уровней ряда динамики за его пределами) ряда.

После построения уравнения тренда проводят оценку его надежности с помощью F -критерия Фишера. При проведении оценки фактический уровень ($F_{\text{факт}}$) сравнивается с теоретическим ($F_{\text{теор}}$) значением:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{факт}}^2 \cdot (n - k)}{\sigma_{\text{ост}}^2 \cdot (k - 1)},$$

где k – число параметров уравнения, описывающего тенденцию ряда динамики; n – число уровней ряда.

Фактическая дисперсия определяется по формуле

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{n},$$

где \bar{y} – средний уровень ряда; \hat{y} – теоретическое (выровненное) значение.

$$\sigma_{\text{факт}}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n}.$$

$F_{\text{факт}}$ сравнивается с $F_{\text{теор}}$ при $v_1 = (k - 1)$, $v_2 = (n - k)$ степенях свободы и уровне значимости $\alpha = 0,05(0,01)$. Если фактическое значение критерия Фишера больше табличного (теоретического), то полученное уравнение тренда адекватно описывает изучаемый ряд динамики.

Если в анализируемой временной последовательности наблюдаются устойчивые отклонения от тенденции (как в большую, так и в меньшую сторону), то можно предположить наличие в ряду динамики некоторых (одного или нескольких) колебательных процессов. Это особенно заметно, когда изучаемые

явления имеют сезонный характер, т.е. возрастание или убывание уровней повторяется регулярно с интервалом в один год.

Уровень сезонности чаще всего оценивается с помощью индексов сезонности. Индексы сезонности показывают, во сколько раз фактический уровень ряда в момент или интервал времени больше среднего уровня либо уровня, вычисляемого по уравнению тенденции. При анализе сезонности уровни временного ряда показывают развитие явления по месяцам (кварталам) одного или нескольких лет.

По данным одного года индексы сезонности рассчитываются следующим образом:

$$I_{сез} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\% .$$

Для получения более надежного результата сезонность изучается по данным за несколько лет. Тогда для каждого месяца, квартала, полугодия рассчитывается средний уровень за ряд лет и сопоставляется со средним уровнем за весь период, т.е.

$$I_{сез} = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\% .$$

Кроме того, измерить сезонность можно путем расчета помесечных (по-квартальных) индексов сезонности:

$$i = \frac{y_i}{\bar{y}} .$$

Затем для каждого периода внутри года рассчитать среднюю за изучаемый ряд лет:

$$\bar{I}_{сез} = \frac{\sum i_i}{n} .$$

Пример 1

По торговому предприятию имеются данные об объеме товарооборота за первое полугодие (табл. 8.1).

Таблица 8.1

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Объем товарооборота, тыс. р.	356,5	387,4	390,0	385,9	400,1	396,4

Определить:

1. Цепные и базисные абсолютные приросты объема товарооборота.
2. Ежемесячные цепные и базисные темпы роста и темпы прироста.
3. Средний уровень товарооборота за шесть первых месяца года.
4. Среднемесячные темпы роста и темпы прироста.
5. Абсолютное значение одного процента прироста.

Решение:

1. Расчет первого и второго пунктов задания проведем во вспомогательной таблице (табл. 8.2).

Таблица 8.2

Расчетная таблица							
Месяц	Объем товарооборота, тыс. р.	Абсолютный прирост базисный, тыс. р.	Абсолютный прирост цепной, тыс. р.	Темп роста базисный, %	Темп роста цепной, %	Темп прироста базисный, %	Темп прироста цепной, %
Январь	356,5	0	–	100,0	–	0	–
Февраль	387,4	30,9	30,9	108,7	108,7	8,7	8,7
Март	390,0	33,5	2,6	109,4	100,7	9,4	0,7
Апрель	385,9	29,4	–4,1	108,2	98,9	8,2	–1,1
Май	400,1	43,6	14,2	112,2	103,7	12,2	3,7
Июнь	396,4	39,9	–3,7	111,2	99,1	11,2	–0,9

2. Средний уровень товарооборота за полугодие определяется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}.$$

Выбор данной формулы обусловлен тем, что изучаемый ряд динамики является интервальным, т.е. уровни ряда характеризуют накопленный результат за месяц, с равным расстоянием между интервалами.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{356,5 + 387,4 + 390,0 + 385,9 + 400,1 + 396,4}{6} = 386,1 \text{ тыс. р.}$$

Средний уровень товарооборота предприятия за шесть месяцев составил 386,1 тыс. р.

3. Среднемесячный темп роста можно рассчитать по двум формулам:

– как среднюю геометрическую из месячных темпов (коэффициентов) роста:

$$\bar{Tp} = \bar{Kp} \cdot 100\% ;$$

$$\bar{Kp} = \sqrt[n]{\prod Kp_{цеп}} = \sqrt[n]{Kp_{цеп_1} \cdot Kp_{цеп_2} \cdot \dots \cdot Kp_{цеп_n}} ;$$

$$\bar{Kp} = \sqrt[6]{1,087 \cdot 1,007 \cdot 0,989 \cdot 1,037 \cdot 0,991} = \sqrt[6]{1,112} = 1,021 ;$$

$$\bar{Tp} = 1,021 \cdot 100\% = 102,1\% ;$$

$$\bar{Tnp} = \bar{Tp} - 100\% = 102,1 - 100\% = 2,1\% ;$$

– аналогичный результат мы получим, применяя вторую формулу, а именно:

$$\bar{Kp} = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_0}} ;$$

$$\bar{Kp} = \sqrt[5]{\frac{396,4}{356,5}} = \sqrt[5]{1,112} = 1,021.$$

Соответственно, темп прироста будет равен

$$\bar{Tnp} = 1,021 \cdot 100\% - 100\% = 2,1\%.$$

Таким образом, среднемесячный темп прироста за первое полугодие года составил 2,1 %, т.е. в среднем ежемесячно товарооборот предприятия возрастал на 2,1 %.

4. Абсолютное значение 1 % прироста (табл. 8.3).

Таблица 8.3

Месяц	Объем товарооборота, тыс. р.	Абсолютное значение 1 % прироста базисное, тыс. р.	Абсолютное значение 1 % прироста цепное, тыс. р.
Январь	356,5	3,565	
Февраль	387,4	3,565	3,565
Март	390,0	3,565	3,874
Апрель	385,9	3,565	3,9
Май	400,1	3,565	3,859
Июнь	396,4	3,565	4,001

Пример 2

Имеются данные о размере фонда оплаты труда работников предприятия по месяцам (табл. 8.4).

Таблица 8.4

Месяц	Фонд оплаты труда, тыс. р.	Сглаживание по укрупненным интервалам	Сглаживание по скользящей средней
1	2	3	4
Январь	1 904,4		—
Февраль	1 885,7	1 876,8	1 876,8
Март	1 840,4		1 879,4
Апрель	1 912,0		1 888,5
Май	1 913,2	1 917,2	1 917,2
Июнь	1 926,5		1 946,9
Июль	2 001,1		1 977,3
Август	2 004,2	2 001,7	2 001,7
Сентябрь	1 999,8		1 986,8
Октябрь	1 956,3		1 960,1
Ноябрь	1 924,3	1 936,4	1 936,4
Декабрь	1 928,6		—

Требуется:

1. Провести выравнивание ряда динамики методом укрупнения интервалов (применяя трехчленный укрупненный интервал).

2. Провести выравнивание ряда динамики методом скользящей средней (применяя трехмесячную скользящую среднюю).

Решение:

1. Для расчета среднего уровня для первого укрупненного интервала необходимо найти сумму фондов оплаты труда трех первых месяцев и разделить на 3:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{1904,4 + 1885,7 + 1840,4}{3} = 1876,8 \text{ тыс. р.}$$

По второму укрупненному интервалу:

$$\bar{y}_2 = \frac{y_4 + y_5 + y_6}{3} = \frac{1912,0 + 1913,2 + 1926,5}{3} = 1917,2 \text{ тыс. р.}$$

и т. д. по каждому из укрупненных интервалов (гр. 3 табл. 7.4).

2. Для сглаживания по скользящей средней определим средний уровень за январь, март и апрель:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3} = \frac{1904,4 + 1885,7 + 1840,4}{3} = 1876,8 \text{ тыс. р.}$$

Путем сдвига первого интервала на один уровень рассчитаем среднюю за февраль, март и апрель:

$$\bar{y}_1 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{1885,7 + 1840,4 + 1912,0}{3} = 1879,4 \text{ тыс. руб.}$$

Аналогично исчисляются скользящие средние по остальным интервалам (см. гр. 4 табл. 8.4).

Пример 3

Численность городского населения региона на начало периода за 2011–2015 гг. характеризовалась следующими данными (табл. 8.5).

Таблица 8.5

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Численность населения региона, тыс. чел.	137,3	138,6	139,9	138,5	138,6

Требуется:

1. Провести аналитическое выравнивание ряда по линейной функции и сделать прогноз численности на 2016 и 2017 гг.

2. Провести оценку надежности полученного уравнения тренда с помощью F -критерия Фишера.

Предположим, что численность населения во времени изменяется линейно:

$$\hat{y}_t = a + b \cdot t.$$

Для нахождения параметров уравнения a и b решаем систему двух нормальных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

Допустив, что $\sum t = 0$, мы получим формулы для определения параметров a и b :

$$a = \frac{\sum y}{n}$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2}$$

Необходимые для нахождения параметров уравнения суммы содержатся в табл. 8.6.

Таблица 8.6

Год	Численность населения, млн чел., y_t	t	t^2	y_t	\hat{y}_t
2001	137,3	-2	4	-274,6	138,10
2002	138,6	-1	1	-138,6	138,35
2003	139,9	0	0	0	138,60
2004	138,5	1	1	138,5	138,85
2005	138,6	2	4	277,2	139,10
Итого	692,9	0	10	2,5	—

Пользуясь данными табл. 8.6, рассчитаем значения параметров a и b :

$$a = \frac{\sum y}{n} = \frac{692,9}{5} = 138,6$$

$$b = \frac{\sum yt}{\sum t^2} = \frac{2,5}{10} = 0,25$$

Таким образом, подставив значения параметров уравнения в формулу линейной функции, получим следующее уравнение тренда:

$$\hat{y}_t = 138,6 + 0,25 \cdot t.$$

Подстановка соответствующих значений t в полученное уравнение тренда позволит определить теоретические (сглаженные) значения каждого уровня ряда (гр. 6 табл. 7.6).

Изобразим фактический и теоретический (выровненный) ряд на графике (рис. 8.1).

Как можно видеть на рис. 8.1, наблюдается общая тенденция роста изучаемого показателя. Для получения более точных и достоверных результатов выравнивание желательно проводить по как можно большему числу уровней ряда динамики.

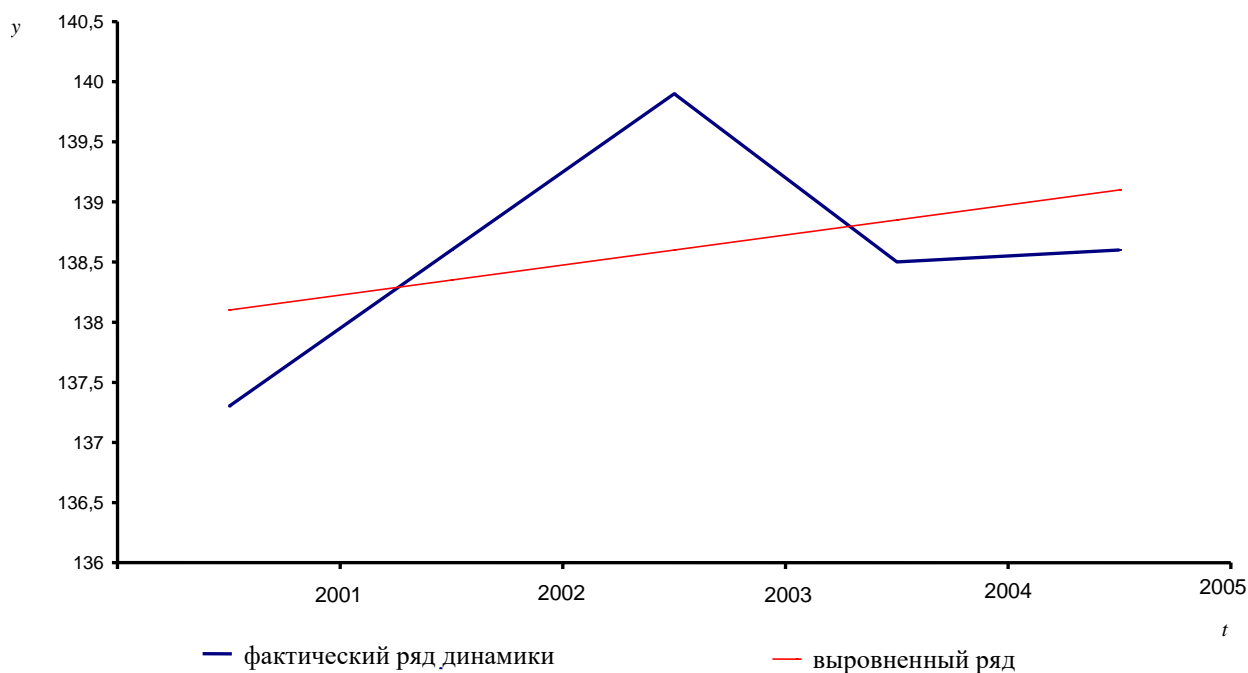


Рис. 8.1. Фактический и выровненный ряд динамики

На основе полученного уравнения можно прогнозировать численность населения на 2007 г.: $\hat{y}_{2007} = 138,6 + 0,25 \cdot 3 = 139,35$ тыс. чел.

Необходимо иметь в виду, что полученная величина – величина условная, имеющая высокую вероятность реализации при условии, что предполагаемая линейная тенденция изменения численности населения сохранится в будущем.

Для оценки надежности полученного уравнения тренда и соответствия его фактическому временному ряду рассчитаем F -критерий Фишера и сравним с табличными (теоретическими) значениями:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{факт}}^2 \cdot (n - k)}{\sigma_{\text{ост}}^2 \cdot (k - 1)}.$$

Фактическая дисперсия определяется по формуле

$$\sigma_{\text{факт}}^2 = \frac{\sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{n} = \frac{0,625}{5} = 0,125,$$

где \bar{y} – средний уровень ряда; \hat{y} – теоретическое (выровненное) значение.

Остаточная дисперсия:

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum (y - \hat{y}_t)^2}{n} = \frac{2,765}{5} = 0,553.$$

Отсюда

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{факт}}^2 \cdot (n - k)}{\sigma_{\text{ост}}^2 \cdot (k - 1)} = \frac{0,125 \cdot (5 - 2)}{0,553 \cdot (2 - 1)} = \frac{0,375}{0,553} = 0,68.$$

Таким образом, $F_{\text{теор}} = 10,13$ при $\alpha = 0,05$, $v_1 = (2 - 1) = 1$, $v_2 = (5 - 2) = 3$.

$F_{факт} < F_{теор}$, следовательно, уравнение прямой неадекватно отражает сложившуюся в исследуемом ряду динамики тенденцию.

Пример 4

Объем реализации продукции торговым предприятием характеризуется следующими данными (табл. 8.7).

Таблица 8.7

Квартал года	Реализовано продукции, тыс. р.	
	2018 г.	2019 г.
I	45 678	50 342
II	34 870	41 366
III	21 441	25 063
IV	43 657	46 590

Рассчитать поквартальные индексы сезонности за 2008–2009 гг.

Решение:

1. Определим средний объем реализации продукции за два изучаемых года:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{309007}{8} = 38626 \text{ тыс. р.}$$

2. Рассчитаем индексы сезонности как отношение уровня каждого квартала к среднему за два года:

$$I_{сез} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\% .$$

Например, в первом квартале 2005 г. индекс сезонности составит

$$I_{сез} = \frac{y_i}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{45678}{38626} \cdot 100\% = 118,3\% .$$

Во втором квартале того же года:

$$I_{сез} = \frac{34870}{38626} \cdot 100\% = 90,3\%$$

и так далее.

Расчет рассматриваемых показателей произведен в гр. 4 табл. 8.8.

3. По поквартальным индексам за два года средний индекс для каждого квартала:

$$\text{– для первого квартала: } \bar{I}_{сез} = \frac{\sum I_{сез}}{n} = \frac{118,3 + 130,3}{2} = 124,3\% ;$$

$$\text{– для второго квартала: } \bar{I}_{сез} = \frac{\sum I_{сез}}{n} = \frac{90,3 + 107,1}{2} = 98,7\% \text{ и т.д.}$$

Результаты расчета указанных показателей представлены в гр. 5 табл. 7.8.

Таблица 8.8

Год	Квартал	Объем реализации, тыс. р.	Индекс сезонности, %	Средний индекс сезонности, %
1	2	3	4	5
2018	I	45 678	118,3	124,3
	II	34 870	90,3	98,7
	III	21 441	55,5	60,2
	IV	43 657	113,0	116,8
2019	I	50 342	130,3	124,3
	II	41 366	107,1	98,7
	III	25 063	64,9	60,2
	IV	46 590	120,6	116,8

Пример 5

Известны данные о выпуске трех видов продукции промышленным предприятием в натуральном измерении за семь лет (табл. 8.9).

Таблица 8.9

Год	Объем выпуска продукции А, т	Объем выпуска продукции Б, тыс. м ²	Объем выпуска продукции В, шт.
2011	56,8	11,6	5 987
2012	59,4	11,8	5 934
2013	58,0	10,9	5 995
2014	58,0	10,3	6 002
2015	56,9	8,6	5 995
2016	54,2	9,5	6 020
2017	57,0	9,0	6 102

Для проведения сравнительного анализа динамики выпуска продукции привести рассматриваемые ряды динамики к одному основанию.

Решение.

В качестве базы сравнения, к которой будут приведены все последующие значения, принимается 2005 г. Результаты преобразования рядов можно отобразить в следующей вспомогательной таблице (табл. 8.10).

Таблица 8.10

Год	Объем выпуска продукции А, %	Объем выпуска продукции Б, %	Объем выпуска продукции В, %
2011	100,0	100,0	100,0
2012	104,6	101,7	99,1
2013	102,1	94,0	100,1
2014	102,1	88,8	100,3
2015	100,2	74,1	100,1
2016	95,4	81,9	100,6
2017	100,4	77,6	101,9

Из проведенных расчетов видно, что интенсивнее всего снизился в динамике объем выпуска продукции Б.

Пример 6

Известны данные о численности населения региона с 2011 по 2018 г. (табл. 8.11).

Таблица 8.11

Год	Численность населения до изменения площади территории региона, тыс. чел.	Численность населения после изменения площади территории региона, тыс. чел.
2011	5 067,4	—
2012	4 987,8	—
2013	4 965,3	—
2014	4 902,7	—
2015	4 885,6	2 905,4
2016	—	2 897,2
2017	—	2 900,9
2018	—	2 911,7

В 2010 г. в результате проведения административно-территориальной реформы площадь территории региона существенно уменьшилась, что, соответственно, привело к снижению показателя численности населения. С помощью способа смыкания рядов построить ряд динамики начиная с 2011 г. и заканчивая 2018 г. в рамках новых границ региона.

Общим для двух рядов является 2015 г. По данным этого года рассчитаем коэффициент перевода:

$$K_{\text{перевод}} = \frac{2905,4}{4885,6} = 0,595.$$

Затем полученный коэффициент перевода последовательно перемножается с показателями численности населения в старых административных границах региона с 2011 по 2015 г. Результаты расчетов приведены во вспомогательной таблице (табл. 8.12).

Таблица 8.12

Год	Численность населения до изменения площади территории региона, тыс. чел.	Численность населения после изменения площади территории региона, тыс. чел.
2011	5 067,4	3 013,5
2012	4 987,8	2 966,2
2013	4 965,3	2 952,8
2014	4 902,7	2 915,6
2015	4 885,6	2 905,4
2016	—	2 897,2
2017	—	2 900,9
2018	—	2 911,7

Таким образом, был получен сквозной ряд динамики, охватывающий весь анализируемый период.

Задания для самостоятельной работы

Задача 8.1

Производство бумаги по региону характеризуется следующими данными (табл. 8.13).

Таблица 8.13

Производство бумаги, тыс. т	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
В старых границах района	4,9	5,3	5,8	5,9	—	—	—	—	—
В новых границах района	—	—	—	7,2	7,5	8,1	8,3	8,6	8,9

1. Привести уровни следующего ряда динамики, характеризующие производство бумаги, к сопоставимому виду.

2. Изобразить полученный ряд динамики графически.

Сформулировать вывод.

Задача 8.2

Имеются следующие данные Росстата о поступлении иностранных инвестиций в экономику страны (табл. 8.14).

Таблица 8.14

Страна	2000 г.		2001 г.		2002 г.		2003 г.		2004 г.		2005 г.	
	млн дол. США	% к итогу	млн дол. США	% к итогу	млн дол. США	% к итогу	млн дол. США	% к итогу	млн дол. США	% к итогу	млн дол. США	% к итогу
Нидерланды	1 231	11,2	1 249	8,8	1 168	5,9	1 743	5,9	5 107	12,6	8 898	16,6
Великобритания	599	5,5	1 553	10,9	2 271	11,5	4 620	15,6	6 988	17,3	8 588	16,0
Кипр	1 448	13,2	2 331	16,3	2 327	11,8	4 203	14,2	5 473	13,5	5 115	9,5
Германия	1 468	13,4	1 237	8,7	4 001	20,2	4 305	14,5	1 733	4,3	3 010	5,6
Швейцария	784	7,2	1 341	9,4	1 349	6,8	1 068	3,6	1 558	3,8	2 014	3,7
США	1 594	14,6	1 604	11,2	1 133	5,7	1 125	3,8	1 850	4,6	1 554	2,9
Франция	743	6,8	1 201	8,4	1 184	6,0	3 712	12,5	2 332	5,8	1 428	2,7
Австрия	79	0,7	423	3,0	376	1,9	394	1,3	811	2,0	1 057	2,0

Для анализа динамики поступлений иностранных инвестиций в экономику Российской Федерации по основным странам определить:

1. Средний уровень ряда.

2. Абсолютные приросты (цепные и базисные).

3. Темпы роста и прироста (цепные и базисные).

4. Абсолютное значение 1 % прироста (по годам).

5. Среднегодовой абсолютный прирост за 2000–2005 гг.

6. Среднегодовые темпы роста и прироста за 2000–2005 гг.

Результаты расчетов изложить в табличной форме.

Сформулировать выводы.

Задача 8.3

Имеются следующие данные об объеме реализации продукции торговым предприятием (табл. 8.15).

Таблица 8.15

Год	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Реализовано, млн р.	256,2	289,9	301,0	292,5	312,5	300,7	285,1

Определить:

1. Абсолютные приросты объемов реализации по годам (цепные и базисные).
2. Цепные и базисные темпы роста и темпы прироста.
3. Средний уровень ряда динамики.
4. Среднегодовой темп роста и прироста объемов реализации.

Сформулировать выводы.

Задача 8.4

Имеются данные об объемах продажи продукции птицефабрики за первое полугодие текущего года (табл. 8.16).

Таблица 8.16

Показатель	Месяц					
	I	II	III	IV	V	VI
Объем продаж, тыс. р.	250	194	187	275	226	277

Определить:

1. Тенденцию изменения объема продаж, используя метод аналитического выравнивания на основе линейной функции.

2. Проверить точность уравнения тренда с помощью F -критерия Фишера.

Сформулировать выводы.

Задача 8.5

Имеются следующие данные о реализации продукции торговым предприятием, представленные в табл. 8.17 (тыс. р.).

Таблица 8.17

Месяц	2004 г.	2005 г.	2006 г.
Январь	285	356	677
Февраль	307	362	621
Март	264	456	677
Апрель	270	325	525
Май	120	205	344
Июнь	97	115	121
Июль	112	153	279
Август	235	275	497
Сентябрь	241	337	593
Октябрь	187	243	375
Ноябрь	150	238	331
Декабрь	85	101	315

Для анализа внутригрупповой динамики определить:

1. Индексы сезонности.
2. Изобразить графически сезонную волну изучаемого явления по месяцам года.

Задача 8.6

Имеются следующие данные о численности населения города (табл. 8.18).

Таблица 8.18

Численность населения города, тыс. чел.	
2019 г.	
Январь	1 035
Февраль	1 041
Март	1 053
Апрель	1 074
Май	1 079
Июнь	1 081
Июль	1 083
Август	1 080
Сентябрь	1 089
Октябрь	1 084
Ноябрь	1 056
Декабрь	1 050
2020 г.	
Январь	1 047

Определить:

1. Вид ряда динамики.
2. Среднюю численность населения города за каждый квартал.
3. Среднюю численность населения города в первом и втором полугодии, а также за год.
4. Выявить основную тенденцию развития ряда динамики в 2019 г. путем использования способа укрупнения интервалов и способа скользящей средней.

Задача 8.7

На основе месячных данных о производстве хлеба и хлебобулочных изделий по региону (табл. 8.19) определить:

1. Базисные абсолютные приросты.
 2. Среднемесячный темп прироста.
 3. Провести аналитическое выравнивание и сделать прогноз на 2018 г.
- Сформулировать выводы.

Таблица 8.19

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Объем производства, т	428,8	337,8	350,0	255,0	214,0	218,0	225,0

Задача 8.8

Имеются данные о вводе в действие жилых домов по месяцам года строительными организациями в 2019 г. (табл. 8.20).

Таблица 8.20

Месяц	Введено общей площади, млн м ²
Январь	0,9
Февраль	1,1
Март	2,1
Апрель	1,2
Май	1,4
Июнь	3,1
Июль	1,3
Август	1,4
Сентябрь	3,2
Октябрь	1,6
Ноябрь	2,0
Декабрь	11,0

Определить:

1. Среднемесячный темп роста ввода жилья за период февраль – декабрь.
2. Индексы сезонности по данным 2019 г.
3. Провести сглаживание уровней ряда способом скользящей средней по трем членам.

Задача 8.9

Имеются данные о потреблении дизельного топлива предприятиями города в 2011–2013 гг., представленные в табл. 8.21 (тыс. т).

Таблица 8.21

Квартал	2011 г.	2012 г.	2013 г.
I	320	370	310
II	590	615	660
III	430	510	540
IV	390	305	330

Определить:

1. Индексы сезонности по данным каждого года.
2. Средние индексы сезонности.
3. С помощью метода аналитического выравнивания сделать поквартальный прогноз потребления топлива в 2014 г.

Сформулировать выводы.

Задача 8.10

Известны некоторые показатели рынка труда России за 2010–2018 гг. (табл. 8.22).

По общей численности населения и численности населения в трудоспособном возрасте определить:

1. Средние уровни ряда.
2. Абсолютные приросты (цепные и базисные).
3. Темпы роста и прироста (цепные и базисные).

4. Абсолютное значение 1 % прироста (по годам).

5. Провести аналитическое выравнивание и экстраполировать тренд на 2020 и 2021 гг.

Сформулировать вывод.

Таблица 8.22

Год	Численность населения (на конец года), тыс. чел.	В том числе в трудоспособном возрасте
2010	142 865	87 847
2011	143 056	87 055
2012	143 347	86 137
2013	143 667	85 162
2014	146 267	85 415
2015	146 545	84 199
2016	146 804	83 224
2017	146 880	82 264
2018	146 781	81 362

Задача 8.11

Средний размер банковского вклада (депозита) физических лиц на валютных счетах в Сбергательном банке Российской Федерации по двум городам составил на начало года (р.) (табл. 8.23).

Таблица 8.23

Город	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.
Москва	74 015	96 190	123 207	127 307	127 938
Санкт-Петербург	35 569	43 594	51 323	52 239	54 860

Определить по каждому городу:

1. Среднегодовой размер вклада.
2. Среднегодовой абсолютный прирост.
3. Средний темп роста и прироста.

Сформулировать выводы.

Задача 8.12

Данные об объеме платных услуг населению (млрд р.) по Российской Федерации показаны в табл. 8.24.

Таблица 8.24

1996 г.	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
201,0	276,3	318,5	443,7	602,8	811,7	1 088,0	1 431,8	1 789,8

Определить основную тенденцию объема платных услуг населению методом аналитического выравнивания ряда динамики по линейной функции.

Сделать выводы.

Задача 8.13

Известны данные о числе собственных легковых автомобилей на 1 000 чел. населения в Российской Федерации на конец года (табл. 8.25).

Таблица 8.25

Год	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Число автомо- билей, шт.	120,4	126,2	130,5	137,2	145,8	153,2	159,3

Определить:

1. Среднегодовое число собственных автомобилей на 1 000 чел. населения.
 2. Цепные и базисные:
 - абсолютные приросты;
 - темпы роста;
 - темпы прироста.
 3. Абсолютное значение 1 % прироста.
 4. Средний абсолютный прирост.
 5. Среднегодовой темп роста и прироста.
- Сформулировать выводы.

Задача 8.14

По данным за 2010 г. известны показатели объемов производства мяса и мясопродуктов в Российской Федерации (табл. 8.26).

Таблица 8.26

Месяц	Произведено мяса и мясопродуктов, т	Месяц	Произведено мяса и мясопродуктов, т
Январь	72 354	Июль	92 499
Февраль	81 063	Август	96 627
Март	95 160	Сентябрь	104 463
Апрель	95 232	Октябрь	106 878
Май	92 037	Ноябрь	107 410
Июнь	98 424	декабрь	116 465

Определить:

1. Цепные и базисные абсолютные приросты, темпы роста и прироста, а также абсолютные значения 1 % прироста.
 2. Среднемесячный объем производства мяса и мясопродуктов.
 3. Основную тенденцию развития ряда динамики с помощью:
 - способа укрупнения интервалов;
 - способа скользящей средней;
 - способа аналитического выравнивания с помощью линейной функции.
 4. Проверить адекватность построенного уравнения тренда с помощью F -критерия Фишера.
- Сформулировать вывод.

Задача 8.15

Известны данные о численности населения города в 2011 г. (тыс. чел.):

- на 01.01.2011 г. – 698,2;
- на 01.02.2011 г. – 698,2;
- на 01.03.2011 г. – 698,4;

- на 01.05.2011 г. – 699,0;
- на 01.08.2011 г. – 699,1;
- на 01.10.2011 г. – 699,0;
- на 01.11.2011 г. – 698,9;
- на 01.01.2012 г. – 698,9.

Определить среднюю численность населения города: 1) в первом квартале 2011 г.; 2) в первом полугодии 2011 г.; 3) за 2011 г.

Задача 8.16

Известны данные о производстве электроэнергии (млн кВт · ч) в Российской Федерации за 2011–2012 гг. (табл. 8.27).

Таблица 8.27

Месяц	2010 г.	2011 г.
Январь	102 447,1	102 700,2
Февраль	92 466,3	94 229,9
Март	94 636,5	96 756,9
Апрель	82 270,9	84 725,1
Май	76 784,9	79 402,3
Июнь	72 756,5	73 913,7
Июль	75 136,5	77 291,8
Август	76 496,7	77 648,5
Сентябрь	77 963,1	79 272,1
Октябрь	89 773,7	89 051,1
Ноябрь	92 379,1	96 589,2
Декабрь	104 918,9	103 277,0

Определить:

1. Индексы сезонности по данным каждого года.
2. Средние за два года индексы сезонности.

Сформулировать выводы.

Задача 8.17

По предприятию за год известны следующие данные о численности персонала (табл. 8.28).

Таблица 8.28

Период	Среднесписочная численность персонала, чел.
Январь	256
Февраль	258
Март	258
II квартал	260
Июль	261
Октябрь	256
Ноябрь	256
Декабрь	254

Определить:

1. Среднюю численность персонала в первом квартале.

2. Среднюю численность персонала в первом полугодии.
3. Среднюю численность персонала в третьем квартале.
4. Среднюю численность персонала в четвертом квартале.
5. Среднюю численность персонала во втором полугодии.
6. Среднегодовую численность персонала предприятия.

Задача 8.18

Известны показатели производства консервированных овощей и грибов (тыс. банок усл.) в Российской Федерации в 2010–2011 гг. (табл. 8.29).

Таблица 8.29

Месяц	2010 г.	2011 г.
Январь	33 312	46 197
Февраль	36 983	49 117
Март	43 630	49 728
Апрель	40 487	35 782
Май	16 675	23 873
Июнь	112 746	96 622
Июль	67 562	97 386
Август	56 404	85 196
Сентябрь	56 884	79 240
Октябрь	54 004	72 594
Ноябрь	63 383	65 052
Декабрь	63 094	80 909

Определить:

1. Индексы сезонности по данным каждого года.
2. Средние за два года индексы сезонности.
3. Прогнозные показатели выпуска продукции путем построения линейной функции.

Сформулировать выводы.

Задача 8.19

Имеются следующие данные об объеме производства промышленного предприятия (табл. 8.30).

Таблица 8.30

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Произведено продукции, млн р.	918,8	1 026,0	1 254,1	1 156,5	1 196,4	1 300,8

Определить:

1. Абсолютные приросты объемов производства по годам (базисные).
 2. Цепные темпы роста и темпы прироста; цепное абсолютное значение 1 % прироста; среднегодовой абсолютный прирост.
 3. Провести аналитическое выравнивание и сделать прогноз на 2012 г. (изобразить графически).
 4. Проверить точность уравнения тренда с помощью F -критерия Фишера.
- Сформулировать выводы.

Задача 8.20

Имеются следующие данные о стоимости основных фондов предприятия на начало месяца первого полугодия 2015 г. (табл. 8.31).

Таблица 8.31

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Стоимость основных фондов, млн р.	52,3	53,9	55,5	49,5	52,7	54,1	58,8

Определить:

1. Абсолютные приросты стоимости основных фондов (цепные).
 2. Построить уравнение тренда и сделать прогноз объемов вкладов на начало сентября (изобразить графически).
 3. Проверить адекватность уравнения тренда с помощью F -критерия Фишера.
- Сформулировать выводы.

Задача 8.21

Известны следующие данные по предприятию (табл. 8.32).

Таблица 8.32

Год	Квартал	Объем продаж, млн р.
2011	I	59,8
	II	42,2
	III	58,0
	IV	62,7
2012	I	60,2
	II	39,5
	III	50,6
	IV	58,1
2013	I	59,9
	II	48,8
	III	55,2
	IV	63,6
2014	I	61,8
	II	46,2
	III	60,3
	IV	63,2

С помощью индексов сезонности выявить сезонную закономерность изменения объемов продаж предприятия.

Сформулировать вывод.

Задача 8.22

Известны ежемесячные данные о величине себестоимости произведенной продукции за два года (табл. 8.33).

Выявить за два года сезонную закономерность изменения общей себестоимости производства продукции.

Таблица 8.33

Месяц	Общая себестоимость, млн р.	
	2014 г.	2015 г.
I	36,4	39,1
II	41,6	42,3
III	48,3	45,2
IV	56,9	62,3
V	53,7	60,3
VI	50,1	51,8
VII	46,5	39,8
VIII	39,2	44,5
IX	30,4	29,8
X	26,1	29,0
XI	33,3	24,5
XII	37,8	35,0

Сформулировать вывод.

Тесты для самоконтроля

1. Выберите один или несколько правильных ответов. Ряд динамики – это:

- а) ряд числовых значений определенного статистического показателя в последовательные моменты, или периоды времени;
- б) ряд цифровых показателей, представляющих распределение единиц совокупности по одному существенному признаку, разновидности которого расположены в определенной последовательности;
- в) ряд изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке;
- г) отражение изменения значений явления в различные моменты (периоды) времени, расположенные в хронологическом порядке.

2. В зависимости от способа выражения уровней ряды динамики подразделяются на ряды следующих величин:

- а) абсолютных;
- б) относительных;
- в) средних;
- г) эмпирических.

3. Средний темп роста показывает:

- а) на сколько единиц увеличился (уменьшился) уровень по сравнению с предыдущим в среднем за единицу времени;
- б) во сколько раз увеличился уровень по сравнению с предыдущим в среднем за единицу времени;
- в) на сколько увеличился (уменьшился) уровень по сравнению с предыдущим в среднем за единицу времени;
- г) на сколько единиц увеличился (уменьшился) уровень ряда по сравнению с базисным.

4. Средний уровень интервального ряда динамики с равноотстоящими уровнями рассчитывается по формуле:

- а) средней арифметической простой;
- б) средней арифметической взвешенной;
- в) средней хронологической простой;
- г) средней хронологической взвешенной.

5. Показатель ряда динамики, характеризующий абсолютный прирост в относительных величинах, есть:

- а) абсолютный прирост цепной;
- б) темп роста базисный;
- в) темп прироста.

6. Приемом обнаружения в рядах динамики общей тенденции развития не является:

- а) метод скользящей средней;
- б) укрупнение интервалов;
- в) смыкание рядов.

7. Если показатель ряда динамики определяется как разность между двумя уровнями динамического ряда и измеряется в единицах исходной информации, то это:

- а) темп роста цепной;
- б) абсолютный прирост;
- в) темп прироста.

8. Если предоставленные данные содержат информацию о стоимости основных производственных фондов по состоянию на первое число каждого месяца, то по сути это:

- а) интервальный ряд;
- б) моментный ряд;
- в) ряд с нарастающим итогом.

9. Уровень, с которым производится сравнение, является:

- а) текущим;
- б) базисным;
- в) отчетным.

10. В каком ряду уровни ряда характеризуют изменения показателя на определенную дату:

- а) в интервальном ряду динамики;
- б) в моментном ряду динамики;
- в) в интервальном ряду распределения.

11. Средний уровень интервального ряда динамики с неравным расстоянием между интервалами определяется:

а)
$$\bar{y}_1 = \frac{y_0 + y_1 + y_2}{3};$$

$$\text{б) } \bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i};$$

$$\text{в) } \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n};$$

$$\text{г) } \bar{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n-1}.$$

12. Темпом роста называется:

- а) отношение абсолютного прироста к базисному уровню;
- б) отношение последующего уровня к предыдущему;
- в) разность последующего и предыдущего уровней ряда динамики.

13. С помощью какого показателя можно измерить абсолютное изменение показателей ряда динамики:

$$\text{а) } \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n};$$

$$\text{б) } A = \frac{y_0}{100};$$

$$\text{в) } \Delta_{\text{баз}} = y_i - y_0;$$

$$\text{г) } A = \frac{\Delta_{\partial \ddot{a} \ddot{r}}}{\partial \ddot{i} \ddot{\partial}_{\partial \ddot{a} \ddot{r}}}.$$

14. Известны данные о численности работников предприятия в 2011 г. (чел.):

- на 01.01.11 г. – 126;
- на 01.04.11 г. – 128;
- на 01.07.11 г. – 130;
- на 01.10.11 г. – 127;
- на 01.01.12 г. – 128.

Определить среднегодовую численность работников в 2011 г.:

- а) 129 чел.;
- б) 127 чел.;
- в) 128 чел.;
- г) 126 чел.

15. Ежемесячные коэффициенты роста объема выпуска продукции в первом квартале составили 1,012, 1,011, 0,982. Среднеквартальный коэффициент роста равен:

- а) 1,017;
- б) 1,011;
- в) 1,008;

- г) 1,005;
- д) 1,0.

16. Известны данные о среднемесячной полной стоимости основных средств предприятия за год (млн р.):

- январь – 52,1;
- март – 55,4;
- июнь – 58,0;
- сентябрь – 57,4;
- ноябрь – 60,3;
- декабрь – 60,5.

Среднегодовая стоимость основных средств равна:

- а) 56,7 млн р.;
- б) 57,5 млн р.;
- в) 55,4 млн р.;
- г) 58,0 млн р.;

17. Объем продаж предприятия в январе текущего года составил 25,3 млн р., в декабре того же года – 29,8 млн р. Среднегодовой темп прироста объема продаж равен:

- а) 1,10 %;
- б) 0,82 %;
- в) 0,99 %;
- г) 0,96 %;
- д) 0,85 %.

18. Ежемесячные цепные абсолютные приросты в первом полугодии составили: 3, 3, –2, 4, 3. Средний за полугодие абсолютный прирост равен:

- а) 3,2;
- б) 2,0;
- в) 2,2;
- г) 1,8;
- д) 3,0.

19. Абсолютный прирост производства продукции за год составил 8,4 млн р. Определить средние ежеквартальные абсолютные приросты производства:

- а) 4,1 млн р.;
- б) 3,2 млн р.;
- в) 8,4 млн р.;
- г) 4,0 млн р.;
- д) 2,1 млн р.

20. Производственным планом предусмотрено увеличить сбыт готовой продукции к концу отчетного года в 1,15 раза. Определить среднемесячные темпы прироста объемов сбыта продукции:

- а) 1,2 %;
- б) 1,0 %;
- в) 1,5 %;

- г) 1,4 %;
- д) 2,0 %.

21. Величина заемного капитала компании увеличилась к концу отчетного года на 2,9 млн р., при этом темп роста составил 103,6 %. Определить, чему равно абсолютное значение 1 % прироста:

- а) 0,55 млн р.;
- б) 0,81 млн р.;
- в) 0,92 млн р.;
- г) 0,26 млн р.;
- д) 0,34 млн р.

22. Цепные коэффициенты роста общей себестоимости продукции к предыдущему месяцу составили: июль – 1,023, август – 1,03, сентябрь – 0,987. Чему равна себестоимость продукции в июне, если в сентябре она составила 5,9 млн р.:

- а) 4,23 млн р.;
- б) 3,98 млн р.;
- в) 4,05 млн р.;
- г) 5,67 млн р.;
- д) 6,25 млн р.

23. Объем выданных банком кредитов населению в процентах к июлю составил в августе 102,2, в сентябре – 103,8. Чему равна сумма кредитов августа, если в сентябре она составила 156 320 тыс. р.:

- а) 153 910 тыс. р.;
- б) 163 530 тыс. р.;
- в) 156 320 тыс. р.;
- г) 150 597 тыс. р.;
- д) 155 555 тыс. р.

24. Среднемесячная заработная плата работников одной из отраслей экономики региона составила (р.): январь – 25 600, февраль – 26 120, март – 26 050, апрель – 26 700, май – 27 720. Средний за пять месяцев темп прироста среднемесячной заработной платы равен:

- а) 2,5 %;
- б) –2,1 %;
- в) 2,0 %;
- г) –3,5 %;
- д) 3,0 %.

25. Базисный абсолютный прирост размера вкладов коммерческого банка составил 25,63 млн р. Базисный темп прироста размера вклада равен 2,7 %. Абсолютное значение 1 % прироста равно:

- а) 14,5 млн р.;
- б) 20,9 млн р.;
- в) 2,56 млн р.;
- г) 24,3 млн р.;

д) 2,7 млн р.

26. Цепные темпы роста численности работников предприятия составили 102,3, 101,5, 99,2, 100,5 %. Средний темп роста численности работников за весь период равен:

- а) 99,9 %;
- б) 100,9 %;
- в) 102,4 %;
- г) 104,6 %;
- д) 105,0 %.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение ряда динамики. Из каких элементов он состоит?
2. Какие динамические ряды называются моментными, в чем заключается их особенность?
3. Какие динамические ряды называются интервальными, в чем заключается их особенность?
4. Каковы причины возникновения несопоставимости динамических рядов?
5. Что характеризуют показатели относительного роста и как они исчисляются?
6. Что характеризует темп прироста и что показывает абсолютное значение 1 % прироста?
7. Чем вызывается необходимость обработки динамических рядов?
8. Как измеряются сезонные колебания в динамических рядах?
9. В чем сущность метода аналитического выравнивания?
10. Какие методы используются для измерения сезонных колебаний?

Тема 9. Экономические индексы

Индекс – это относительная величина, получаемая в результате сопоставления уровней различных социально-экономических явлений во времени и в пространстве или по сравнению с любым эталоном (нормативом, планом, прогнозом и т.д.).

Индексы дают характеристику развития экономики страны в целом и отдельных ее отраслей, характеризуют результаты производственно-хозяйственной деятельности предприятий, определяют и оценивают роль отдельных факторов в формировании сложных экономических показателей. С помощью индексов решаются две основные задачи:

1. Оценка изменения сложного социально-экономического показателя (затраты на производство продукции, стоимость произведенной продукции, товарооборот и т.д.) или формирующих его отдельных факторов.

2. Выделение в изменении сложного экономического показателя одного из факторов путем элиминирования влияния других (увеличение выручки от реализации продукции, связанное с ростом цен или выпуска продукции в натуральном выражении).

Основным элементом индексного отношения является индексируемая величина, под которой понимается значение признака статистической совокупности, и изменение которой является предметом изучения.

Индексируемая величина имеет свое условное обозначение:

- p – цена единицы продукции (товара);
- q – объем (количество) продукции в натуральном выражении;
- pq – общая стоимость продукции конкретного вида или общая стоимость проданных товаров данного вида (товарооборот, выручка);
- z – себестоимость единицы продукции;
- zq – общая себестоимость всей произведенной продукции в стоимостном выражении;
- t – затраты времени на производство единицы продукции;
- tq – общие затраты времени на производство продукции ($tq = T$) или общая численность работников.

При вычислении индексов различают сравниваемый уровень и уровень, с которым производится сравнение, называемый базисным. Чтобы различать, к какому уровню относятся индексируемые величины, возле каждого символа справа ставятся подстрочные знаки: 0 – для базисного уровня и 1 – для сравниваемого, отчетного периода. Например, p_0 – цена единицы продукции в базисном периоде; p_1 – цена единицы продукции в отчетном, сравниваемом периоде.

При изучении экономических явлений индексы используются не только для сопоставления сравниваемых уровней, но и для определения экономической значимости причин (факторов), объясняющих абсолютную разницу между изучаемыми уровнями. Значения индексов выражают в коэффициентах и процентах.

По степени охвата единиц совокупности индексы делят на индивидуальные и общие (групповые). Индивидуальные индексы характеризуют изменение

только одного элемента изучаемой совокупности и служат для характеристики изменения отдельных элементов социально-экономического явления. Индивидуальные индексы обозначаются буквой i и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя, например: i_p – индивидуальный индекс цен данного вида продукции, i_q – индивидуальный индекс объема производства (реализации) продукции конкретного вида. Индивидуальные индексы определяются путем деления двух индексируемых величин:

$$1. i_p = \frac{p_1}{p_0} \text{ – индивидуальный индекс цен, где } p_0 \text{ – цена единицы продукции}$$

данного вида в базисном периоде; p_1 – цена единицы продукции данного вида в отчетном (сравниваемом) периоде.

$$2. i_q = \frac{q_1}{q_0} \text{ – индивидуальный индекс физического объема, где } q_0 \text{ – объем}$$

производства продукции данного вида в базисном периоде; q_1 – объем производства продукции данного вида в отчетном периоде.

Общий индекс характеризует изменение всех элементов сложного социально-экономического явления. Под сложным явлением понимают статистическую совокупность, в которой составляющие ее элементы не подлежат непосредственному суммированию (объем производства продукции разного вида, цена на разные виды продукции и т.д.).

Для оценки изменения общей стоимости всей реализованной продукции используют общий индекс стоимости продукции или товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

Разность числителя и знаменателя показывает изменение стоимости продукции в текущем периоде по сравнению с базисным:

$$\Delta^{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0.$$

В зависимости от цели исследования и наличия исходных данных используют агрегатную или средневзвешенную форму.

Основной формой общих индексов являются агрегатные. Они содержат в числителе и знаменателе суммы произведений двух величин, несопоставимых друг с другом, одна из которых меняется, а другая остается неизменной и в числителе, и в знаменателе (вес индекса).

Агрегатные индексы строят для количественных и качественных показателей.

К агрегатным индексам для количественных показателей относится агрегатный индекс физического объема продукции:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Данный индекс показывает, во сколько раз изменяется физический объем производства или реализации продукции.

Разность между числителем и знаменателем показывает изменение стоимости продукции вследствие изменения ее физического объема:

$$\Delta^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0.$$

В ряде случаев вес индекса в числителе и знаменателе агрегатного индекса физического объема может быть зафиксирован на уровне отчетного периода. В таком случае он приобретает вид

$$I_q^p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}.$$

Данный индекс был предложен Г. Пааше в 1874 г.

При изучении социально-экономических процессов большую роль играют качественные индексы. Чаще всего используется агрегатный индекс цен. Индексируемой величиной в данном индексе выступает цена товара, следовательно, в качестве весов берут количество продукции:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Этот индекс показывает, как изменяется средний уровень цен на продукцию, реализованную в отчетном периоде, другими словами, определяется экономический эффект от изменения цен.

Разница между числителем и знаменателем показывает, как изменяется общая стоимость товара вследствие изменения стоимости одной единицы:

$$\Delta^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1.$$

Также агрегатный индекс цен может быть взят с базисными весами. Он был предложен в 1864 г. Э. Ласпейресом и имеет следующий вид:

$$I_p^L = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Чаще всего при построении агрегатного индекса руководствуются следующим правилом: если строится индекс количественного показателя, то веса берутся за базисный период, а если индекс качественного показателя, то используются веса отчетного периода.

Между перечисленными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_p^p \times I_q^L.$$

В статистической практике помимо агрегатной применяется другая форма индексов – средневзвешенные: среднеарифметический и среднегармонический.

Индексный метод также используется для изучения динамики средних величин и выявления факторов, оказывающих на нее влияние. Для этого применя-

ют следующую взаимосвязанную систему индексов: индекс переменного состава, индекс фиксированного состава и индекс влияния структурных сдвигов.

Индекс переменного состава представляет собой отношение двух средних взвешенных величин с переменными весами. В качестве примера рассмотрим изменение средней цены товара в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_{\text{перем.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Данный индекс показывает изменение средней цены товара за счет влияния двух факторов: осредняемого показателя – цены единицы товара в базисном и отчетном периодах и количества проданных товаров в соответствующих периодах.

Индекс фиксированного состава учитывает влияние только индексируемой величины, тогда как веса фиксируются на уровне отчетного периода. Он имеет следующий вид:

$$I_{\text{фиксир.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}.$$

Индекс структурных сдвигов показывает изменение средней цены товара за счет изменения структуры проданных товаров:

$$I_{\text{структ.сдв.}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Данные индексы имеют между собой следующую взаимосвязь:

$$I_{\text{перем.сост.}} = I_{\text{фиксир.сост.}} \times I_{\text{структ.сдв.}}$$

При изучении динамики социально-экономических явлений за некоторый интервал времени, включающий более двух периодов, используется система индексов: цепные индексы с переменными весами, цепные индексы с постоянными весами, базисные индексы с переменными весами, базисные индексы с постоянными весами.

Для сравнения (сопоставления) показателей в пространстве по странам, экономическим районам, областям и т.п. применяют территориальные индексы.

При расчете агрегатных индексов количественных и качественных показателей в ряде случаев прибегают к использованию средних арифметических и средних гармонических взвешенных индексов. Например, если известны данные о размере выручки от продаж в отчетном периоде $\sum p_1 q_1$ и об относительных изменениях цены единицы продукции i_p , то можно исчислить агрегатный индекс изменения объема выручки за счет изменения цены:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Данный индекс преобразуется в средний гармонический индекс изменения цен. Поскольку $i_p = \frac{p_1}{p_0}$, то $p_0 = \frac{p_1}{i_p}$, а агрегатный индекс цен записывается в следующем виде:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1}{i_p} \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}.$$

Если известны данные о размере выручки в базисном периоде $\sum p_0 q_0$ и индивидуальные индексы физического объема i_q , то агрегатный индекс физического объема определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Поскольку $i_q = \frac{q_1}{q_0}$, то неизвестная величина $q_1 = i_q \cdot q_0$.

Пример 1

Имеются данные о реализации трех видов товаров торговым предприятием за два года (табл. 9.1).

Таблица 9.1

Наименование товара	2018 г.		2019 г.	
	Цена единицы, р., p_0	Объем реализации, ед., q_0	Цена единицы, р., p_1	Объем реализации, ед., q_1
А	1 100	750	1 000	860
Б	1 300	200	1 200	280
В	2 000	160	2 100	200

Определить:

1. Индивидуальный индекс цен и физического объема.
2. Общий индекс товарооборота.
3. Агрегатный индекс цен.
4. Агрегатный индекс физического объема.
5. Показать взаимосвязь между индексами.

Решение.

1. Рассчитаем индивидуальные индексы цен и физического объема. Индексы цен определим по формуле

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}.$$

Для товара А:

$$i_p^A = \frac{1000}{1100} = 0,91.$$

Наблюдается снижение цены единицы продукции А на 100 р., или на 9 %
($0,91 - 1 = -0,09$).

Для товара Б:

$$i_p^B = \frac{1200}{1300} = 0,923 .$$

Снижение цены товара оставило 7,7 %.

Для товара В:

$$i_p^B = \frac{2100}{2000} = 1,05 .$$

Произошло увеличение стоимости единицы товара на 5 %.

Индивидуальные индексы физического объема:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} .$$

Для товара А:

$$i_q^A = \frac{860}{750} = 1,147 .$$

Реализация продукции вида А возросла в текущем периоде по сравнению с базисным на 110 ед. ($860 - 750 = 110$), или на 14,7 %.

Аналогично исчислим индивидуальные индексы для остальных видов продукции:

$$i_q^B = \frac{280}{200} = 1,4 ;$$

$$i_q^B = \frac{200}{160} = 1,25 .$$

2. Определим общий индекс товарооборота по следующей формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} ;$$

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1000 \cdot 860 + 1200 \cdot 280 + 2100 \cdot 200}{1100 \cdot 750 + 1300 \cdot 200 + 2000 \cdot 160} = 1,15 .$$

Наблюдается общее увеличение стоимости всей реализованной продукции в 2007 г. по сравнению с 2006 г. на 15 %.

В абсолютном выражении эта разница будет равна:

$$\Delta^{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 1616000 - 1405000 = 211000 \text{ р.}$$

Товарооборот в текущем году вырос на 211 тыс. р.

3. Исчислим агрегатный индекс цен. Поскольку индексируется качественный показатель (цена), то его вес (объем реализации) фиксируется на уровне отчетного (текущего) периода (индекс Пааше):

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1};$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1000 \cdot 860 + 1200 \cdot 280 + 2100 \cdot 200}{1100 \cdot 860 + 1300 \cdot 280 + 2000 \cdot 200} = \frac{1616000}{1710000} = 0,945.$$

Вследствие снижения цены единицы товара произошло снижение общей стоимости всей реализованной продукции по результатам 2007. г. на 5,5 %.

В абсолютном выражении данное снижение составило:

$$\Delta^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 1616000 - 1710000 = 94000 \text{ р.}$$

4. Агрегатный индекс физического объема продукции определим по формуле Ласпейреса, поскольку индексируется количественный показатель (объем товара):

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{860 \cdot 1100 + 280 \cdot 1300 + 200 \cdot 2000}{750 \cdot 1100 + 200 \cdot 1300 + 160 \cdot 2000} = \frac{1710000}{1405000} = 1,217.$$

Вследствие увеличения физического объема реализации продукции наблюдается увеличение общей стоимости на 21,7 %.

В абсолютном выражении:

$$\Delta^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 1710000 - 1405000 = 305000 \text{ р.}$$

5. Покажем взаимосвязь между индексами:

$$I_{pq} = I_p \times I_q;$$

$$1,15 = 0,945 \times 1,217.$$

Пример 2

Имеются данные о реализации продуктов питания одним из предприятий розничной торговли (табл. 9.2).

Таблица 9.2

Продукция	Товарооборот в апреле, тыс. р., $p_0 q_0$	Прирост физического объема реализации в мае по сравнению апрелем, %
А	450	-3,2
В	820	-6,5
С	210	+6,1

Рассчитать среднеарифметический индекс физического объема.

Решение.

В данном примере известен товарооборот предприятия в базисном месяце (см. гр. 2 табл. 8.2), а также изменение физического объема реализации продукции (см. гр. 3 табл. 8.2).

Агрегатный индекс физического объема имеет следующий вид:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Из данной формулы известен знаменатель, но неизвестен числитель. Поскольку нам известно процентное изменение физического объема по каждому виду продукции, следовательно, можно записать значения индивидуальных индексов физического объема:

- для продукции А: $i_q = \frac{q_1}{q_0} = 0,968$;
- для продукции В: $i_q = 0,935$;
- для продукции С: $i_q = 1,061$.

Отсюда показатель числителя ($q_1 p_0$) можно записать как произведение соответствующего индивидуального индекса и показателя знаменателя ($q_0 p_0$):

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot q_0 p_0 = i_q \cdot q_0 p_0 = q_1 p_0$$

После подстановки получим средний арифметический индекс физического объема:

$$I_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0};$$

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{0,968 \cdot 450 + 0,935 \cdot 820 + 1,061 \cdot 210}{450 + 820 + 210} = \frac{1425,1}{1480,0} = 0,962.$$

Таким образом, физический объем реализации рассматриваемых видов продукции снизился в среднем на 3,8 %.

Пример 3

Имеются данные о выпуске трех групп товаров промышленным предприятием (табл. 9.3).

Таблица 9.3

Группа товаров	Объем реализации в текущем году, млн р., $p_1 q_1$	Темп роста изменения цены продукции, %
I	256,2	102,0
II	100,5	96,5
III	406,2	105,1

Исчислить среднегармонический индекс цен.

Решение.

В данном примере нам известен объем реализации продукции в текущем, т.е. в 2006-м, году, которые можно обозначить как произведение p_1q_1 . Кроме того, нам известны индивидуальные индексы цен по группам товаров: 1,02, 0,965, 1,051.

Агрегатный индекс цен имеет вид

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}.$$

Из представленной формулы нам известен числитель и неизвестен знаменатель, который можно получить путем использования имеющихся исходных значений:

$$p_1q_1 : \frac{p_1}{p_0} = \frac{p_1q_1}{i_p} = p_0q_1.$$

Таким образом, среднегармонический индекс цен будет иметь следующий вид:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}};$$

$$I_p = \frac{256,2 + 100,2 + 406,2}{\frac{256,2}{1,02} + \frac{100,5}{0,965} + \frac{406,2}{1,051}} = \frac{762,9}{741,8} = 1,028.$$

Увеличение цены по изучаемым группам товаров в текущем году по сравнению с базисным в среднем составило 2,8 %.

Пример 4

Реализация однородной продукции тремя подразделениями одного предприятия за два года характеризовалась следующими данными (табл. 9.4).

Таблица 9.4

Номер подразделения	Базисный год		Отчетный год	
	Цена тонны продукции, тыс. р., p_0	Реализовано продукции, т, q_0	Цена тонны продукции, тыс. р., p_1	Реализовано продукции, т, q_1
1	3,10	850	3,18	860
2	2,82	970	3,01	1 005
3	2,91	1 000	2,93	1 010

Определить:

1. Индекс цен переменного состава.
2. Индекс фиксированного состава.
3. Индекс влияния структурных сдвигов.
4. Показать взаимосвязь между индексами.

Решение.

1. Исчислим индекс переменного состава:

$$I_{\text{перем.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{3,18 \cdot 860 + 3,01 \cdot 1005 + 2,93 \cdot 1010}{860 + 1005 + 1010} ;$$
$$\frac{3,1 \cdot 850 + 2,82 \cdot 970 + 2,91 \cdot 1000}{850 + 970 + 100} = \frac{8719,2}{2875} : \frac{8280,4}{2820} = 3,033 : 2,936 = 1,033$$

В целом по предприятию средняя цена реализации одной тонны продукции всеми подразделениями в отчетном году возросла на 3,1 %. Данное изменение было обусловлено изменением цены и объемов реализации.

Абсолютное увеличение средней цены составило 90 р.:

$$\Delta I_{\text{перем.сост.}} = 3,03 - 2,94 = 0,09 \text{ тыс. р.}$$

2. Индекс фиксированного состава:

$$I_{\text{фиксир.сост.}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = 3,03 : \frac{3,1 \cdot 860 + 2,82 \cdot 1005 + 2,91 \cdot 1010}{860 + 1005 + 1010} =$$
$$= 3,033 : 2,935 = 1,033$$

Средняя цена продукции в отчетном году вследствие изменения цены реализации единицы возросла на 5,4 %, или на 90 р.

3. Индекс структурных сдвигов:

$$I_{\text{структ.сдв.}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = 2,94 : 2,94 = 1,00.$$

Изменение структуры реализованной продукции в отчетном году по сравнению с базисным не повлияло на изменение средней цены реализации, о чем говорит полученный индекс структурных сдвигов, равный 1.

4. Между данными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_{\text{перем.сост.}} = I_{\text{фиксир.сост.}} \times I_{\text{структ.сдв.}} ;$$
$$1,033 = 1,033 \times 1,000 .$$

Задания для самостоятельной работы

Задача 9.1

Имеются данные о реализации мясных продуктов на городском рынке (табл. 9.5).

Определить:

1. Индивидуальные индексы цен и физического объема.
 2. Индекс товарооборота.
 3. Агрегатные индексы цен и физического объема.
 4. Показать взаимосвязь между индексами.
- Сформулировать вывод.

Таблица 9.5

Продукт	Сентябрь		Октябрь	
	Цена за 1 кг, р.	Продано, ц	Цена за 1 кг, р.	Продано, ц
Говядина	132	26,3	136	24,1
Баранина	154	8,8	160	9,2
Свинина	140	14,5	148	12,3

Задача 9.2

Имеются данные о стоимости проданной предприятием торговли продукции за два месяца (табл. 9.6).

Таблица 9.6

Товар	Индивидуальный индекс цен, %	Стоимость проданной продукции, тыс. р.	
		Июль	Август
Картофель	104	118	99
Молоко	102	26	28
Яйца	96	142	155

Определить:

1. Общий индекс товарооборота.
2. Агрегатный индекс физического объема товарооборота.
3. Агрегатный индекс цен на продукцию.

Сформулировать вывод.

Задача 9.3

Имеются следующие данные о производстве продукции и затратах труда на предприятии (табл. 9.7).

Таблица 9.7

Вид продукции	Выпуск, шт.		Затраты труда на производство единицы продукции, чел.-ч	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	5 550	6 700	25	23
В	7 000	8 500	35	38
С	400	480	2,5	3,2

Определить в отчетном периоде по сравнению с базисным:

1. Индивидуальные индексы объема выпуска и затрат.
 2. Индекс общих затрат труда, агрегатный индекс физического объема продукции, агрегатный индекс затрат труда.
 3. Абсолютное изменение общей суммы затрат за счет изменения удельных затрат труда и изменения объема выпуска.
 4. Показать взаимосвязь между индексами.
- Сформулировать выводы.

Задача 9.4

Деятельность торговой фирмы за два месяца 2007 г. характеризуется следующими данными (табл. 9.8).

Таблица 9.8

Товар	Товарооборот, тыс. р.	
	Октябрь	Ноябрь
Какао	54	57
Кофе растворимый	165	173
Кофе молотый	97	105
Чай	80	84

Оцените общее изменение физического объема реализации с учетом того, что в ноябре фирма повысила все цены на 8 %.

Задача 9.5

Имеются следующие данные по РФ об урожайности и валовом сборе пшеницы в 2017 и 2018 гг. (табл. 9.9).

Таблица 9.9

Зерновая культура	Урожайность, ц/га		Валовой сбор, млн ц	
	2017	2018	2017	2018
Пшеница озимая	22,3	29,1	172	244
Пшеница яровая	12,7	15,7	173	226

Рассчитать:

1. Индексы урожайности пшеницы: 1) переменного состава; 2) фиксированного состава;
2. Индекс структурных сдвигов (влияния изменения структуры посевных площадей на динамику средней урожайности).
3. Изменение (в абсолютном выражении) валового сбора пшеницы в 2018 г. по сравнению с 2017 г. всего и в том числе за счет изменения: 1) урожайности озимой и яровой пшеницы; 2) посевных площадей (размера); 3) структуры посевных площадей.

Задача 9.6

Имеются данные о средней выработке и структуре численности работающих, представленные в табл. 9.10.

Определить:

1. Индивидуальные индексы производительности труда.
2. Индексы производительности труда:
 - переменного состава;
 - фиксированного состава;
 - структурных сдвигов.
3. Абсолютное изменение средней выработки за счет отдельных факторов.
4. Показать взаимосвязь между относительными и абсолютными показателями.

Сформулировать выводы.

Таблица 9.10

Подразделение	Базисный год		Отчетный год	
	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников подразделения, чел.	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников подразделения, чел.
1	650	25	674	25
2	890	18	865	20
3	720	22	749	20

Задача 9.7

Имеются следующие данные о себестоимости и объемах производства продукции подразделениями промышленного предприятия (табл. 9.11).

Таблица 9.11

Подразделение	2003		2004	
	Себестоимость единицы продукции, тыс. р.	Произведено, шт.	Себестоимость единицы продукции, тыс. р.	Произведено, шт.
1	18,3	350	19,5	410
2	16,7	401	17,0	426
3	17,1	342	16,5	385
4	16,0	390	16,1	409

По представленным данным определить:

1. Индивидуальные индексы себестоимости.
2. Индексы себестоимости: 1) переменного состава; 2) фиксированного состава; 3) структурных сдвигов;
3. Абсолютное изменение средней себестоимости за счет отдельных факторов.
4. Показать взаимосвязь между относительными и абсолютными показателями.

Задача 9.8

Имеются данные об объеме производства и изменении цен на производимую продукцию (табл. 9.12).

Таблица 9.12

Вид продукции	Изменение цены единицы продукции в 2015 г. по сравнению с 2014 г.	Объем производства продукции в 2014 г., тыс. р.	Объем производства продукции в 2015 г., тыс. р.
A	+2,5	25 210	25 600
B	+0,5	13 880	14 290
C	-3,1	37 560	36 230
D	+1,2	8 970	9 850

Определить:

1. Агрегатный индекс физического объема производства.
2. Агрегатный индекс цен.

3. Общий индекс производства продукции.

4. Показать абсолютные изменения за счет различных факторов и взаимосвязь индексов.

Сформулировать вывод.

Задача 9.9

Имеются следующие данные по промышленному предприятию (табл. 9.13).

Таблица 9.13

Изделие	Общие затраты на производство в 2019 г., млн р.	Изменение себестоимости изделия в 2019 г. по срав- нению с 2018 г., %
А	69,12	+8,0
Б	126,72	+5,6
В	221,40	+2,5

По имеющимся данным определить:

1. Общий индекс себестоимости продукции в 2019 г. по сравнению с 2018 г.

2. Размер экономии или дополнительных затрат, вызванных изменением себестоимости продукции.

Сформулировать вывод.

Задача 9.10

Имеются следующие данные по предприятию (табл. 9.14).

Таблица 9.14

Вид продукции	Выпуск продукции, тыс. ед.		Затраты времени на единицу продукции, чел.-ч	
	В базисном периоде	В отчетном периоде	В базисном периоде	В отчетном периоде
А	50	56	4,2	4,0
Б	200	150	3,0	3,0
В	100	80	2,0	1,9

Определить:

1. Общий индекс физического объема продукции.

2. Изменение производительности труда по каждому виду продукции.

3. Общий индекс производительности труда на предприятии в целом.

4. Изменение (в абсолютном выражении) общих затрат рабочего времени на производство продукции и в том числе за счет изменения:

- производительности труда;
- объема выпускаемой продукции.

Сформулировать вывод.

Задача 9.11

Имеются следующие данные о производстве одежды и затратах труда по швейной фабрике за два месяца (табл. 9.15).

Таблица 9.15

Вид одежды	Выпуск, шт.		Фактические затраты рабочего времени в среднем на 1 шт., ч	
	Сентябрь	Октябрь	Сентябрь	Октябрь
A	100	105	5,8	5,6
B	300	290	5,0	5,0
C	280	310	6,0	5,8

Определить:

1. Индивидуальные индексы производительности труда.
2. Агрегатный индекс производительности труда.
3. Экономии рабочего времени, полученную в результате роста производительности труда.

Задача 9.12

По фирме имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих (табл. 9.16).

Таблица 9.16

Филиал	Базисный период		Отчетный период	
	Средняя выработка продукции на одного работающего, тыс. р. (в сопоставимых ценах)	Удельный вес филиала в общей численности работающих в фирме, %	Средняя выработка продукции на одного работающего, тыс. р. (в сопоставимых ценах)	Удельный вес филиала в общей численности работающих в фирме, %
№ 1	1 500	35	1 550	36
№ 2	2 000	20	2 100	25
№ 3	2 500	45	2 510	40

Определить:

1. Индивидуальные индексы производительности труда.
2. Общие индексы производительности труда: 1) переменного состава; 2) постоянного состава.
3. Индекс влияния структурных сдвигов.
4. Абсолютное изменение средней выработки на одного работающего по фирме в целом и за счет отдельных факторов.

Задача 9.13

Имеются данные по трем предприятиям, представленные в табл. 9.17.

Рассчитать:

1. Уровень и динамику производительности труда по каждому предприятию.
2. По трем предприятиям в целом: 1) индекс производительности труда переменного состава; 2) агрегатный индекс производительности труда постоянного (фиксированного) состава; 3) агрегатный индекс влияния структурных сдвигов за счет изменения численности работников; 4) абсолютное изменение

объема произведенной продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом в результате изменения каждого фактора.

Показать взаимосвязь исчисленных показателей. Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

Таблица 9.17

Предприятие	Произведено продукции, млн р.		Среднесписочная численность работников, чел.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
№ 1	430	520	40	45
№ 2	250	330	15	12
№ 3	310	340	24	24

Задача 9.14

Имеются следующие данные по двум предприятиям о трудоемкости продукции (табл. 9.18).

Таблица 9.18

Предприятие	Произведено продукции, тыс. шт.		Затраты на 1 шт., чел.-ч	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
№ 1	25	38	225	289
№ 2	38	33	320	415

Рассчитать уровень и динамику производительности труда:

1. По каждому предприятию.
2. По двум предприятиям в целом: 1) агрегатный индекс производительности труда постоянного состава; 2) агрегатный индекс трудоемкости.

Сформулировать выводы.

Задача 9.15

По строительной организации известны данные за два периода (табл. 9.19).

Определить:

1. Общий индекс затрат.
2. Агрегатный индекс затрат на производство.
3. Абсолютное изменение общих затрат на производство, в том числе за счет изменения себестоимости каждого вида работ.

Сформулировать вывод.

Таблица 9.19

Вид работы	Затраты, млн р.		Изменение себестоимости работ в отчетном периоде по сравнению с базисным, %
	Базисный период	Отчетный период	
Строительные	56,4	60,2	+7,3
Монтажные	32,0	32,0	+2,1
Ремонтные	19,2	20,9	-4,0

Задача 9.16

Имеются следующие данные о средней выработке и структуре численности работающих (табл. 9.20).

Таблица 9.20

Подразделения	Базисный период		Отчетный период	
	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников подразделения, чел.	Средняя выработка на одного работающего, тыс. р.	Численность работников подразделения, чел.
1	35	94	38	94
2	41	120	40	122
3	43	65	48	67

Определить:

1. Индивидуальные индексы производительности труда.
 2. Индексы производительности труда: 1) переменного состава; 2) фиксированного состава; 3) структурных сдвигов;
- Сформулировать выводы.

Задача 9.17

По торговому предприятию известны данные (табл. 9.21).

Таблица 9.21

Товарная группа	Объем реализации продукции, млн р.		Индекс цен по товарным группам, %
	Первое полугодие	Второе полугодие	
A	59,86	62,91	118,09
B	31,92	27,13	105,30
C	8,22	9,96	111,21

Определить:

1. Агрегатный индекс цен реализованной продукции.
 2. Абсолютное изменение объема товарооборота за счет изменения цены по товарным группам.
- Сформулировать выводы.

Задача 9.18

Имеются данные по предприятию за два месяца (табл. 9.22).

Таблица 9.22

Категория работников	1-й месяц		2-й месяц	
	Численность работников, чел.	Общий фонд заработной платы, тыс. р.	Численность работников, чел.	Общий фонд заработной платы, тыс. р.
Основные рабочие	1 390	14 986	1 348	15 471
Вспомогательные рабочие	350	3 288	322	3 409
Служащие	165	1 625	170	1 697

Определить:

1. Индивидуальные индексы средней заработной платы одного работника по каждой категории.

2. Общее изменение средней заработной платы всех работников с помощью: 1) индекса переменного состава; 2) фиксированного состава; 3) структурных сдвигов.

3. Абсолютное изменение средней зарплаты за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать выводы.

Задача 9.19

Имеются данные об объеме производства и изменении цен на производимую продукцию (табл. 9.23).

Таблица 9.23

Вид продукции	Изменение цены единицы продукции в 2011 г. по сравнению с 2010 г.	Объем производства продукции в 2010 г., млн р.
А	+2,5	25,60
Б	-5,5	14,29

Определить агрегатный индекс физического объема производства и сформулировать вывод.

Задача 9.20

Известны данные о выпуске продукции двумя заводами отрасли (табл. 9.24).

Таблица 9.24

Вид продукции	Выработано продукции, тыс. ед.		Себестоимость единицы продукции, р.	
	Базисный	Отчетный	Базисный	Отчетный
А	8,5	6,5	29,6	26,2
Б	6,4	6,4	330,2	353,4
В	10,0	12,0	488,0	429,3

На основании имеющихся данных вычислить:

1. Относительное изменение затрат с помощью: 1) общего индекса затрат на производство продукции; 2) агрегатного индекса себестоимости продукции; 3) агрегатного индекса физического объема продукции.

2. Абсолютное изменение затрат, в том числе за счет отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

Задача 9.21

По предприятию известны данные о выработке одного среднесписочного работника (табл. 9.25).

Определить:

1. Среднедневную и среднемесячную выработку работника в июне и июле.

2. Изменение (абсолютное и относительное) среднемесячной выработки в июле против июня, в том числе за счет: 1) изменения среднечасовой выра-

ботки; 2) продолжительности рабочего дня; 3) продолжительности рабочего периода.

Сформулировать выводы.

Таблица 9.25

Номер филиала	Среднечасовая выработка в расчете на одного среднесписочного работника, р.		Средняя фактическая продолжительность рабочего дня, ч		Средняя фактическая продолжительность рабочего периода (число рабочих дней)	
	Июнь	Июль	Июнь	Июль	Июнь	Июль
1	1 260	1 300	7,5	7,8	21	21
2	990	985	7,9	7,9	22	23
3	1 350	1 500	7,7	7,9	20	22
4	1 000	980	7,8	7,5	23	21

Задача 9.22

По предприятию известны следующие данные о выпуске продукции (табл. 9.26).

Таблица 9.26

Продукция	Трудоемкость производства единицы продукции, чел.-ч		Общие затраты труда на выпуск всей продукции, тыс. чел.-ч	
	Базисный месяц	Отчетный месяц	Базисный месяц	Отчетный месяц
А	1,24	1,25	24,8	26,25
Б	12,8	12,3	40,96	38,63
В	8,16	8,33	118,3	125,7
Г	2,49	2,49	34,9	38,5
Д	48,3	49,8	7,25	7,1

По имеющимся данным определить:

1. Индивидуальные индексы трудоемкости и физического объема выпуска продукции.
2. Общий индекс затрат труда на выпуск всей продукции.
3. Агрегатные индексы трудоемкости и физического объема выпуска.
4. Абсолютное изменение общих затрат труда, в том числе под влиянием отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

Задача 9.23

Известны следующие данные по торговому предприятию (табл. 9.27).

Таблица 9.27

Товар	Цена единицы товара в I квартале, тыс. р.	Продано, тыс. ед.		Изменение цены единицы товара в II квартале по сравнению с I, %
		I квартал	II квартал	
А	1,03	15,30	16,10	1,3
Б	2,65	1,36	1,30	-0,8
В	0,26	36,57	41,52	2,2
Г	1,25	20,14	21,00	0

Определить:

1. Общий индекс товарооборота.
2. Агрегатный индекс физического объема продаж.
3. Агрегатный индекс цен.
4. Абсолютное изменение общего товарооборота, в том числе в результате влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

Задача 9.24

Известны следующие данные по предприятию (табл. 9.28).

Таблица 9.28

Вид продукции	Выручка, млн р.		Индивидуальный индекс	
	Базисный период	Отчетный период	физического объема реализации	цен единицы продукции
А	23,1	24,1	1,012	1,031
Б	15,7	15,0	0,965	0,990
В	89,4	94,3	1,033	1,021

Определить:

1. Агрегатный индекс физического объема.
2. Агрегатный индекс изменения цен.
3. Общий индекс изменения выручки от продаж.

Сформулировать выводы.

Задача 9.25

По трем предприятиям, выпускающим один вид продукции, известны следующие данные (табл. 9.29).

Таблица 9.29

Предприятие	1-е полугодие			2-е полугодие		
	Себестоимость производства одной единицы продукции, р.	Объем выпуска		Себестоимость производства одной единицы продукции, р.	Объем выпуска	
		тыс. ед.	% к итогу		тыс. ед.	% к итогу
1	1 360	2,7	20,0	1 380	2,7	17,9
2	1 330	1,2	9,1	1 330	1,3	8,6
3	1 400	9,6	70,9	1 320	11,1	73,5

Определить изменение (относительное в процентах и абсолютное в рублях) средней себестоимости производства единицы продукции, в том числе за счет влияния отдельных факторов (удельной себестоимости и физического объема выпуска).

Сформулировать вывод.

Задача 9.26

По двум цехам завода известны следующие данные (табл. 9.30).

Определить общее изменение (относительное в процентах и абсолютное в рублях) выпуска продукции всеми работниками двух цехов вместе, в декабре против ноября, в том числе за счет влияния отдельных факторов.

Сформулировать вывод.

Таблица 9.30

Номер цеха	Среднечасовая выработка одного среднесписочного рабочего, р.		Средняя продолжительность рабочего дня, ч		Среднее число отработанных дней в месяце		Среднее списочное число рабочих, чел.	
	Ноябрь	Декабрь	Ноябрь	Декабрь	Ноябрь	Декабрь	Ноябрь	Декабрь
1	2,50	2,53	7,6	7,8	20,8	21,2	256	263
2	2,36	2,42	7,8	7,8	19,8	19,9	52	50
3	2,87	2,99	7,9	7,9	21,6	19,6	174	175

Тесты для самоконтроля

1. В индексе цен (агрегатная форма) весами являются:

- а) цена текущего периода;
- б) количество товаров текущего периода;
- в) себестоимость продукции базисного периода.

2. В индексе физического объема товарооборота (агрегатная форма) весами являются:

- а) количество товаров базисного периода;
- б) цена продукции текущего периода;
- в) себестоимость продукции текущего периода.

3. Если индекс переменного состава равен 128 %, а индекс постоянного состава – 105 %, то индекс структурных сдвигов равен:

- а) 108 %;
- б) 110 %;
- в) 122 %.

4. Индекс средней рентабельности (или переменного состава), если индекс постоянного состава увеличится на 5 %, а индекс структуры — на 2 %, составит:

- а) 108,2 %;
- б) 107,1 %;
- в) 103,5 %.

5. Если себестоимость продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличится на 10 %, а количество произведенной продукции снизится на 7 %, то индекс издержек на производство будет равен:

- а) 101,2 %;
- б) 102,3 %;
- в) 103,2 %.

6. Если индексы охватывают не все элементы сложного явления, а лишь часть, то их называют:

- а) групповыми;
- б) сводными;
- в) индивидуальными.

7. Индексами количественных показателей являются:

- а) индекс себестоимости;
- б) индекс цен;
- в) индекс физического объема продукции;
- г) индекс численности работников;
- д) индекс производительности труда.

8. Агрегатный индекс цен определяется по формуле:

а) $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0};$

б) $i = \frac{q_1}{q_0};$

в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0};$

г) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$

9. Если при расчете индексов физического объема соизмерители принимаются на уровне базисного периода, то расчет ведется по формуле:

- а) Ласпейреса;
- б) Пааше;
- в) Фишера.

10. Агрегатный индекс цен Пааше определяется по формуле:

а) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}$

б) $I = I_p^i \times I_q^{\ddot{E}};$

в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1};$

г) $i = \frac{p_1}{p_0}.$

11. В агрегатном индексе цен соизмерители в числителе и знаменателе фиксируются на уровне базисного периода, то используется формула:

- а) Пааше;
- б) Ласпейреса;
- в) Фишера.

12. Разница между числителем и знаменателем в формуле агрегатного индекса цен показывает:

- а) изменение стоимости продукции в результате изменения физического объема производства продукции;
- б) общее изменение стоимости всей произведенной продукции;
- в) изменение цены единицы произведенной продукции;
- г) изменение стоимости продукции в результате изменения цены единицы продукции.

13. Какой из перечисленных ниже индексов является индексом влияния структурных сдвигов:

а) $I = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$;

б) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}$;

в) $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}$.

14. Какой индекс используется для определения среднего изменения цен при наличии данных о фактическом товарообороте отчетного периода и об индивидуальных индексах цен по нескольким видам продукции:

- а) индивидуальный индекс;
- б) средневзвешенный арифметический;
- в) средневзвешенный гармонический;
- г) индекс фиксированного состава;
- д) индекс переменного состава.

15. Определите, чему будет равен общий индекс изменения стоимости произведенной продукции, если агрегатный индекс цен составил 102,9 %, а агрегатный индекс физического объема – 99,3 %:

- а) 99,5 %;
- б) 100,6 %;
- в) 101,8 %;
- г) 102,2 %;
- д) 102,8 %.

16. Индекс переменного состава составил 110,7 %, индекс фиксированного состава – 103,2 %. Индекс переменного состава равен:

- а) 102,9 %;
- б) 107,3 %;
- в) 95,4 %;
- г) 115,4 %;
- д) 103,7 %.

17. Общая себестоимость производства всей продукции (А, Б, и В) в 2011 г. составила 25, 65, и 10 млн р. соответственно. Изменение себестоимости каждого вида продукции в 2011 г. по сравнению с 2010 г. составило соответственно +5 %, +2 % и –3 %. Агрегатный индекс изменения цен равен:

- а) 104,0 %;
- б) 105,0 %;
- в) 102,2 %;
- г) 102,0 %;
- д) 103,0 %.

18. Стоимость произведенной продукции в июле составила 2,5 млн р., в августе – 2,8 млн р., при этом цена выросла на 2 %. Определить относительное изменение стоимости всей произведенной продукции в августе против июля в ценах базисного периода:

- а) 112,0 %;
- б) 106,5 %;
- в) 105,2 %;
- г) 109,8 %;
- д) 95,4 %.

19. Общая стоимость произведенной продукции в базисном периоде составила 890,4 тыс. р. Объем выпуска в физическом измерении вырос в отчетном периоде на 4,8 %. Определить стоимость продукции в отчетном периоде в сопоставимых ценах:

- а) 860,7 тыс. р.;
- б) 895,2 тыс. р.;
- в) 1 022,5 тыс. р.;
- г) 7 40,9 тыс. р.;
- д) 933,1 тыс. р.

20. По данным за 2012 г. фонд заработной платы работников составил 56 млн р. Средняя заработная плата работника по сравнению с 2011 г. выросла на 10 %. Фонд оплаты труда в 2011 г. при неизменной численности работников на уровне 2012 г. равен:

- а) 50,9 млн р.;
- б) 66,0 млн р.;
- в) 55,4 млн р.;
- г) 46,0 млн р.;
- д) 38,4 млн р.

21. Себестоимость продукции отчетного периода в сопоставимых величинах – 120,5 млн р. Себестоимость продукции в базисном периоде составила 129,1 млн р. Агрегатный индекс физического объема продукции равен:

- а) 111,3 %;
- б) 107,1 %;
- в) 106,4 %;
- г) 93,3 %;
- д) 103,7 %.

22. Объем выпуска продукции А в отчетном периоде составил 255 тыс. р., продукции Б – 295 тыс. р. Цена единицы продукции по сравнению с базисным

периодом на продукцию А увеличилась на 5 %, на продукцию Б снижалась на 10 %. Определить агрегатный индекс изменения цен:

- а) 92,5 %;
- б) 96,4 %;
- в) 115,7 %;
- г) 86,4 %;
- д) 100,3 %.

Контрольные вопросы

1. Что такое индекс, какие виды статистических индексов вы знаете?
2. Каково назначение агрегатного индекса как исходной формы индекса?
3. В чем состоит взаимосвязь индексов переменного, постоянного состава и структурных сдвигов?
4. Каково назначение индексов Ласпейреса и Пааше?
5. Что показывают общие индексы? Приведите примеры.
6. Как исчисляется агрегатный индекс физического объема продукции (товaroоборота)?
7. Что характеризуют индексы переменного и постоянного состава?
8. Как оценить влияние различных факторов на изменение результативного показателя?
9. В чем заключаются особенности построения территориальных индексов?
10. В чем состоит взаимосвязь цепных и базисных индексов?

Список рекомендуемой литературы

Айвазян С.А. Практикум по многомерным статистическим методам / С.А. Айвазян. – Москва : Моск. гос. ун-т экономики, статистики и информатики, [б. г.]. – 76 с. – URL: <http://biblioclub.ru/book/90409>.

Бабурин В.Т. Общая теория статистики. Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности : учеб. для вузов / В.Т. Бабурин, И.А. Ионсен, М.П. Федоров и др. – Москва : Финансы и статистика, 2007. – 440 с.

Болдырева Н.П. Статистика в схемах и таблицах : учеб. пособие. Ч. 2 / Н.П. Болдырева, Н.В. Болдырева. – 3-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2019. – 134 с.

Гладун И.В. Статистика : учебник / И.В. Гладун. – 3-е изд., стер. – Москва : КНОРУС, 2017. – 232 с.

Ефимова М. Практикум по общей теории статистики : учеб. пособие / М.Р. Ефимова. – Москва : Финансы и статистика, 2011. – 369 с. – URL: <http://biblioclub.ru/book/85079>.

Общая теория статистики : практикум / М.Р. Ефимова [и др.] ; под ред. М.Р. Ефимовой. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2016. – 355 с.

Общая теория статистики : учеб. для вузов / М.Г. Назаров [и др.] ; под ред. М.Г. Назарова. – 2-е изд., стер. – Москва : Омега-Л, 2011. – 410 с.

Плахотников К.Э. Статистика : учеб. пособие / К.Э. Плахотников, С.В. Колков. – 5-е изд., стер. – Москва : ФЛИНТА, 2017. – 286 с.

Рогачева О.А. Статистика : учеб. пособие / О.А. Рогачева. – Иркутск : Изд-во БГУ, 2017. – 148 с.

Салин В.Н. Статистика : учебник / В.Н. Салин, Е.П. Шпаковская, Э.Ю. Чурилова. – Москва : КНОРУС, 2018. – 328 с.

Статистика : учеб. для приклад. бакалавриата / под ред. И.И. Елисеевой. – Москва : Юрайт, 2018. – 361 с.

Статистика : учеб. пособие / под ред. В.Н. Салина, Е.П. Шпаковской. – 3-е изд., стер. – Москва : КНОРУС, 2014. – 504 с.

Статистика : учеб.-практ. пособие / М.Г. Назаров, В.С. Варагин, Т.Б. Великанова [и др.] ; под ред. М.Г. Назарова. – 2-е изд., стер. – Москва : КНОРУС, 2015. – 480 с.

Теория статистики : учебник / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова, Е.Б. Шувалова. – Москва : Финансы и статистика, 2014. – 656 с.

Учебное издание

Багайников Михаил Логинович

Статистика

Практикум

В двух частях

Часть 1

Издается в авторской редакции

ИД № 06318 от 26.11.01.
Подписано в пользование 12.05.20.

Научное издательство Байкальского государственного университета.
664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11.
<http://bgu.ru>.